第59回函数論サマーセミナー 講演プログラム

1日目（9月8日・13:00–17:30）

髙倉 真和（東京都立大学 理学研究科 数理科学専攻）

タイトル: 最良評価付き L^2 割算定理とその応用

$f, g_1, \ldots, g_r$ を領域 $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ 上の正則関数とする。f が $g_1, \ldots, g_r$ の生成するイデアルに属するかどうかを判定する問題は割算問題と呼ばれる。Skoda は Hörmander の L^2 理論をもちいてこの問題を研究し、L^2 評価付きの解の存在定理を与えた。一般化として次の問題を考える: 多重劣調和関数 $\phi_1, \ldots, \phi_r$ が与えられたとき、f が乗数イデアル層の和 $\sum \mathcal{I}(\phi_i)$ に属する条件は何か？ 本講演では、この一般化された割算問題に対して、最良の L^2 評価を伴う解の存在定理を与える。また、この割算定理が L^2 拡張定理や乗数イデアル層の開性定理を含む結果であることも説明する。本講演は arXiv:2505.05938 に基づく。

佐藤 晴佳（お茶の水女子大学）

タイトル: 円環領域における $\overline{\partial}$ 方程式の解の評価について

Ω を $\mathbb{C}^n$ 上の擬凸領域, φ を Ω 上の多重劣調和函数とする. Hörmander は, Ω における $\overline{\partial}$ 方程式を, ウェイト関数 $e^{-\varphi}$ に関する L^2 評価付きで解けることを示した. その後の研究で, 一次元の場合は, L^p $(1 \leq p \leq 2)$ 評価付きで $\overline{\partial}$ 方程式が解けることも示されたが, $p > 2$ のときは L^p 評価付きでは解けない反例があることが知られている. この講演では, 円環領域で特殊な劣調和函数に対して, 一般の p で L^p 評価付き $\overline{\partial}$ 方程式が解けることを説明する。

松本 周也（東京大学 数理科学研究科）

タイトル: Renormalized Chern-Gauss-Bonnet Formula and the Secondary Characteristic Classes in CR Geometry

岡潔らの結果により、複素領域の正則性は境界の幾何学的条件（擬凸性）で表すことができる。この境界を微分幾何学的に調べるのが CR 幾何学である。本講演では、Chern-Simons 理論を用いて強擬凸 CR 多様体の 2 次特性数を定義し、Kähler-Einstein 計量に由来する領域の双正則不変量との関係式を導く。また、この結果が Chern-Gauss-Bonnet の定理の境界付き複素多様体への一般化と捉えられることについてもお話しする。

Zhao Yannian（金沢大学）

タイトル: Benoist-Hulin Groups

A Benoist-Hulin group is, by definition, a subgroup Γ of $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{C})$ such that any Γ-invariant closed set consisting of Jordan curves in the space of closed subsets of the Riemann sphere that are not singletons is composed of K-quasicircles for some $K \geq 1$. Y. Benoist and D. Hulin showed that the full group $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{C})$ is a Benoist-Hulin group. In this paper, we develop the theory of Benoist-Hulin groups and show that both uniform lattices and parabolic subgroups are Benoist-Hulin groups.

山田 耕平（新潟大学）

タイトル: タイヒミュラー空間の座標表示について

タイヒミュラー空間の座標には，Fenchel-Nielsen 座標というものがある．この座標は，いくつかの長さ変数といくつかのねじれ変数から構成されており，主に二つの変数による表示である．これを皮切りに，「タイヒミュラー空間の座標として，長さ変数またはねじれ変数のいずれか一つだけの表示ができないか」という問題が考えられている．この問題について，現在までに知られたことについて紹介する．

和久田 葵（東京大学 数理科学研究科）

タイトル: TBA

2日目（9月9日・9:00–17:30）

下雅意 茉夢（九州大学大学院 数理学府）

タイトル: $\bar{\partial}$-Neumann 作用素におけるコンパクト性の障害

Kohn-Nirenberg により, $\bar{\partial}$-Neumann 作用素がコンパクトであれば $\bar{\partial}$ 方程式の L^2 標準解が大域的正則性を持つことが示されて以来, そのコンパクト性は重要な研究課題となってきた. 本発表では, 境界が滑らかな擬凸領域における $\bar{\partial}$-Neumann 作用素のコンパクト性について論じる. 特に, 領域の境界に含まれる解析的円板 (複素多様体) がコンパクト性を阻害する条件に関する既知の結果を概観し, さらに非コンパクト性に関する補題を用いてŞahutoğlu-Straube による主要な結果の証明の概略を紹介する.

松田 凌（京都大学 理学研究科）

タイトル: 繰り込み体積と函数論

近年，三次元双曲多様体に新しく定義された「繰り込み体積」が注目されている．擬フックス多様体の繰り込み体積は, 凸核の体積に比べて Teichmüller 空間論から見た振る舞いが良い．加えて, 新しい量が定義されれば, 既存の量 (Teichmüller 距離, 擬アノソフの移動距離, 凸核の体積, 写像トーラスの体積) たちと比較したくなる．本講演では, まず初めに繰り込み体積を簡単に復習する．そして, 函数論的な Teichmüller 空間論を用いることで, 一点穴あきトーラス群の繰り込み体積と他の量を比較した結果について報告する．なお本研究は武蔵野美術大学の正井秀俊氏との共同研究に基づく．

村上 怜（東北大学 理学研究科 数学専攻）

タイトル: Griffiths 予想への解析的アプローチ

Griffiths 予想は，正則ベクトル束の豊富性と，曲率が Griffiths 正値となる計量の存在が同値であると主張する予想である．直線束の場合は小平の埋め込み定理により，また 1 次元の場合についても既に解決されている．近年，J.-P. Demailly はこの予想に対し，偏微分方程式系を用いた解析的アプローチを提示した．本講演では，この方法を用いて 1 次元の特殊なベクトル束の場合に予想を再証明した V. Pingali の論文を解説する．

稲葉 真道（東北大学 情報科学研究科）

タイトル: 楕円型偏微分方程式の解の最大値原理

有界領域において, 調和関数の最大値原理が成り立つことが知られている．調和関数は Laplace 方程式の解であり, Laplace 方程式は 2 階の楕円型偏微分方程式である．有界領域において, 一般の 2 階楕円型偏微分方程式の解に関し, 最大値原理が成り立つことは既に知られている．本講演では Trudinger の結果を紹介し，錐の概念を用いた拡張と非有界領域への応用について述べる．

大岩 亮太（九州大学大学院 数理学府）

タイトル: 解析的部分空間上の強 q-convex 関数の近傍への拡張について

J.-P. Demailly は，任意の強 q-complete な解析的部分空間が強 q-complete な近傍の基本系を持つことを証明した．これは Stein 部分空間が Stein 近傍の基本系を持つという Siu の結果の一般化となる．この定理の証明における重要なステップは，複素空間の解析的部分空間で定義された強 q-convex 関数に対し，その近傍で定義された強 q-convex 性をもつ関数の構成である．本講演では，この関数の構成に焦点を当てて解説する．

大屋 壮（九州大学大学院 数理学府 数理学専攻）

タイトル: Loewner 方程式とその導出

Bieberbach 予想に代表される単葉函数族の極値問題に対し、Loewner はある有効な手法を考案した。この手法は、任意の単葉函数を単位円板からのスリット領域への等角写像で近似し、その性質を調べることに基づく。本発表では、この古典的な手法のさわりを紹介する。特に，このスリット領域の成長を時間の関数として捉え、対応する等角写像の族が満たす Loewner 微分方程式の導出過程を見る。

Lecorché Adriaan（東北大学）

タイトル: Application of Conformal Mapping to Motor Design

Conformal Mapping is a very powerful tool to simplify physics problems. For example, “Magnetic Field Analysis of Surface-Mounted Permanent Magnet Motors Based on an Improved Conformal Mapping Method” by Zhuang Ding et al. shows how the Schwarz-Christoffel Transform can be used to compute the magnetic field inside an electric motor. The goal of this presentation is to provide a different method to compute the same phenomenon, with hope of increased precision and computation speed.

3 日目（9 月 10 日・9:00–12:30）

二松 晃啓（名古屋大学 多元数理科学研究科）

タイトル: 閉曲面上の複素計量に関する一意化定理とその周辺

種数 2 以上の閉 Riemann 面には一意化定理により双曲計量が定まる．Bonsante-Emam（2022）は，双複素構造が与えられた閉曲面は hyperbolic positive complex metric によって一意化される，という複素計量に関する一意化定理を示した．本講演では，正則空間形内への実多様体のはめ込みに関する Bonsante-Emam（2022）の手法を紹介し，3 次元双曲空間 $\mathbb{H}^3$ の測地線空間内の曲面に関する考察が，一意化定理の一般化について重要な役割を果たすことを見る．

咲田 秀太（東北大学 情報科学研究科）

タイトル: 求根アルゴリズムの複素力学系について

求根アルゴリズムの複素力学系を考える．はじめに, Douady と Habbard は, ニュートン法の族から構成した多項式類似写像に直線化定理を適用することで, パラメータ空間にマンデルブロ集合のコピーが現れることを示した. その具体例を紹介する. 次に, 高次収束法であるハレー法の力学系を分析する．特定の対称な多項式クラスではジュリア集合が連結となり対称性が保存される一方, 3 次多項式では超吸引的な周期点の存在により一般収束しないことを紹介する．

宮崎 泰一（九州大学 理学部 数学科）

タイトル: Stein 多様体の固有埋め込み

Stein 多様体は Karl Stein によって正則領域の複素多様体版として導入された概念である．その特徴付けの一つとして，十分高い次元を持つ複素 Euclid 空間への固有埋め込みが存在するというものがある．1960 年から 1961 年にかけて，Bishop と Narasimhan が独立して，全ての Stein 多様体 X は $2\dim_{\mathbb{C}} X + 1$ 次元複素 Euclid 空間への固有埋め込みが可能であることを示した．本講演ではその証明の鍵となる補題や証明の流れについて紹介する．

内本 諒（九州大学）

タイトル: 代数的写像による正則写像の近似について

複素多様体間の正則写像の近似問題を考える．特に定義域，終域が共に代数的な構造をもつ場合における Demailly–Lempert–Shiffman の結果を紹介する．

鈴木 良明（新潟大学）

タイトル: On deformations of CR structures on three-dimensional circle bundles

CR 構造の変形理論において，CR 構造のモジュライ空間の構造を記述することが重要な課題の 1 つである．近年 Curry-Ebenfelt は 3 次元球面において，Cheng-Lee のスライス定理をより精密化し，埋め込み可能な CR 構造の空間の中にもスライスが存在することを示した．この講演では，3 次元球面の一般化である曲面上の円周束において，CR 構造の変形と埋め込み可能スライスについて考察する．

宮武 夏雄（東北大学 数理科学共創社会センター）

タイトル: 完備調和計量と劣調和関数とエントロピーと自由エネルギー

X を Riemann 面, $K_X \to X$ を標準束, r を 2 以上の自然数とする．このとき, K_X の二乗根と, $K_X^r \to X$ の正則切断 q を与えるごとに, 自然に階数 r の正則ベクトル束 $\mathbb{K}_r$ と, $\mathrm{End}\mathbb{K}_r$ に値をとる正則一形式 $\Phi(q)$ が定まる．この組 $(\mathbb{K}_r, \Phi(q))$ は巡回 Higgs 束と呼ばれている．また巡回 Higgs 束に対して Hitchin 方程式という楕円型偏微分方程式が自然に定義され, その解となる $\mathbb{K}_r$ 上の Hermite 計量は調和計量と呼ばれている．本講演では, 調和計量を非負定曲率 Kähler 計量の拡張概念として捉え, そこから導かれるエントロピーと自由エネルギーに関する新しい評価について述べる．