

シングルケースデザインの効果評価： 視覚分析、効果量、ベイズ統計

福島県立医科大学医学部
健康リスクコミュニケーション学講座

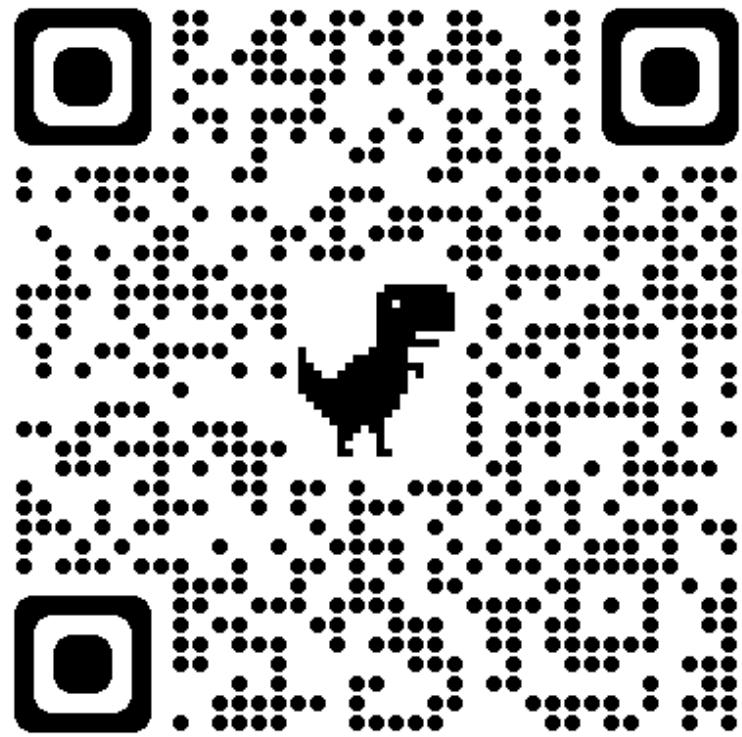
臨床心理士/公認心理師
竹林由武

講 師

2

Twitterやってます

@psycle44



参考資料

3

特集：認知行動療法研究の新時代を切り開く研究法
—認知行動療法研究の質向上に向けたアプローチー
(展望)

認知行動療法研究シングルケース実験デザインにおける
介入の有効性評価

竹林 由武

https://www.jstage.jst.go.jp/article/jjbct/advpub/0/advpub_21-024/_pdf/-char/ja

特集：認知行動療法研究の新時代を切り開く研究法
—認知行動療法研究の質向上に向けたアプローチー
(展望)

認知行動療法研究シングルケース実験デザインにおける
介入の有効性評価

竹林 由武

https://www.jstage.jst.go.jp/article/jjpm/61/8/61_61.8_708/_pdf/-char/ja

单一事例実験データを変化点検
出モデルで解析

2018/12/19

10 min read

<https://ytake2.github.io/takeblog/2018/12/19/tidybayes/>

シングルケース実験デザインでプ
レレジ

2019/12/10

12 min read

<https://ytake2.github.io/takeblog/2019/12/10/シングルケース実験デザインでプレレジ>

单一事例研究法と統計的推測
ベイズ流アプローチを架け橋として

福島県立医科大学医学部
健康リスクコミュニケーション学講座
助教 竹林由武

18/10/28

第44回日本認知・行動療法学会 教育講演5

< 1 of 76 >



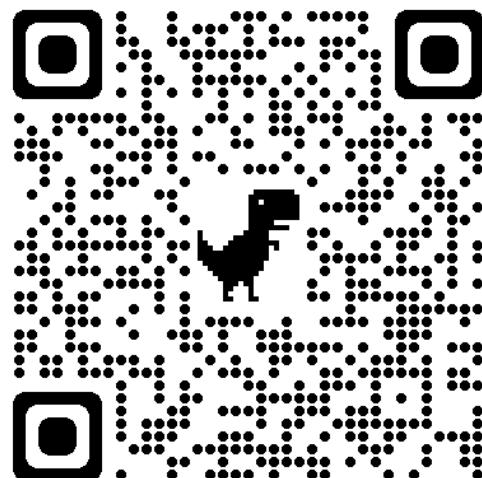
<https://www.slideshare.net/yoshitaket/ss-123775624>

演習の補足資料

4

- Rで解析を実行したり、ウェブアプリケーションで実行する際のコードやデータ下記のURLに記載しています。動画の解説とともに、参考にしてください。

<https://ytake2.github.io/JABCT2022/jabct2022.html>



1. シングルケースデザインの適切なグラフを書けるようになる
2. 系統的、客観的な視覚分析ができるようになる
3. 個々の研究の重複率や平均値差等に基づく効果量を算出し
介入効果を解釈できるようになる
4. 個々の研究の効果量を統合することができる
5. 発展的な解析方法のトレンドを知る

Single Case Experimental Design (SCED)

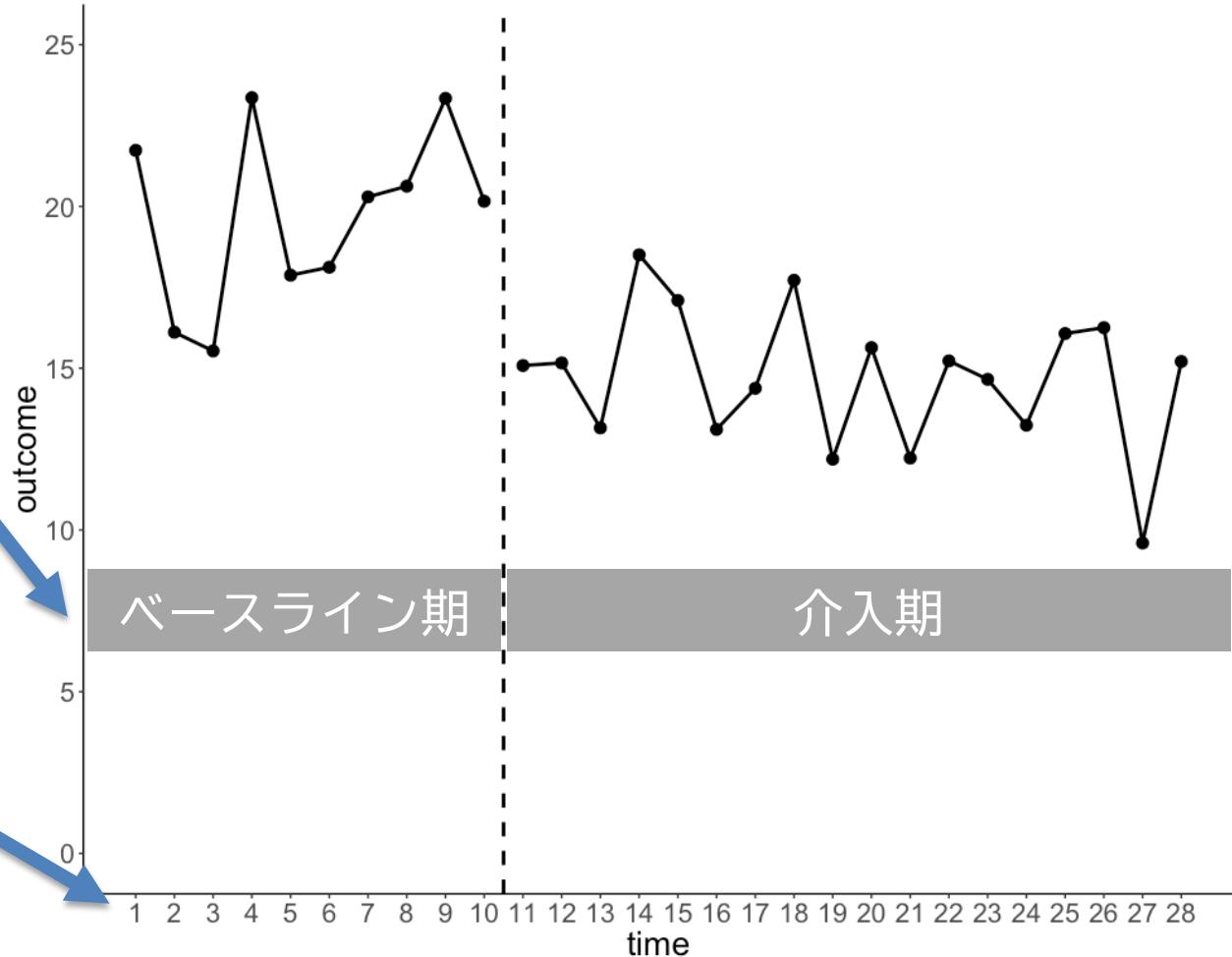
シングルケース実験デザイン

1. 事例(個人)またはクラスター(学級やコミュニティ)がデータ分析の単位
2. 事例内で、介入条件と比較のための統制条件が提供される
3. アウトカム変数が事例内で、複数の条件下(異なる独立変数の水準)で反復測定

1. 個人を対象に → Aさんのデータ

2. 個人内で独立
変数を操作

3. アウトカム変
数を反復測定



1. 臨床”実践”の効果を科学的に検証可能

- クライエントに現在実施している介入が有効かを、クライエントの観察データに基づいて客観的に判断できる

2. RCTの実施が困難な状況で介入法の有効性を科学的に評価する代替法としての期待

- 症例集積の現実的な困難
- 統制群への割り当ての倫理的問題
- RCT自体の限界の指摘

RCTと実臨床の患者との乖離や個人差等

国または学会レベルで、主要なタスクフォースが、RCTと共に、エビデンスベースドな介入・治療の効果評価に1事例実験デザインの活用を推奨

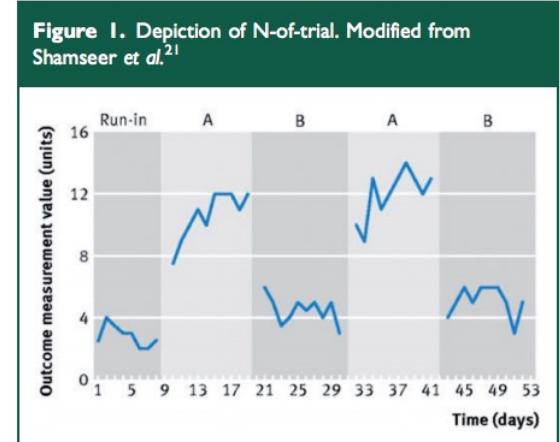
- 米国心理学会の臨床、児童臨床部会、学校心理学部会のエビデンスに基づいた介入のタスクフォース
- 米国国立教育研究所読解委員会 (National reading panel)
- 国立教育評価・地域支援センターのWhat Works Clearinghouseによる推奨

医学領域でのN of 1 trial (ABABデザイン)への注目

- Guyatte et al. (2000)がJAMAでエビデンス階層のトップに位置付け
- アメリカ医学会(2000)でも階層のトップ
- オックスフォード大学で”強固なエビデンス”に位置付け

Table 1. A Hierarchy of Strength of Evidence for Treatment Decisions

N of 1 randomized trial
Systematic reviews of randomized trials
Single randomized trial
Systematic review of observational studies addressing patient-important outcomes
Single observational study addressing patient-important outcomes
Physiologic studies
Unsystematic clinical observations



Range of conditions assessed in N-of-1 literature	n
Diseases of the nervous system	27
Diseases of the musculoskeletal system and connective tissue	20
Mental and behavioural disorders	17
Diseases of the digestive system	11
Diseases of the respiratory system	09
Diseases of the circulatory system	04
Endocrine, nutritional, metabolic diseases	02
Infections and parasitic diseases	02
Other (non-specific)	08

N=100; number of published N-of-1 studies that have assessed treatments for the respective condition category (adapted from Punja et al.⁵¹).

1事例実験研究のエビデンススタンダードの確立

1. 系統的な独立変数の操作

2. アウトカム変数の測定

1人以上の評定者

評定者間の一致率が一定水準以上

(各フェーズ20%以上のデータ使用)

3. 少なくとも各フェーズ3時点の測定、3つの異なるフェーズを反復

4. 各フェーズ内のレベル、傾向性、変動性の明示

5. 効果の明示

効果のimmediacy / 重複度 / フェーズ間でのデータの一貫性

観察データと予測データのパターンを比較

6. 外的要因と特異性の検討

科学的エビデンスとみなされる基準

What Works Clearinghouse™

Procedures and Standards Handbook

Version 3.0

エビデンスの質向上への取り組み 13

1事例実験研究の報告の質向上のためのガイドラインの整備 (SCRIBE声明)

Archives of Scientific Psychology 2016, 4, 10–31
DOI: <http://dx.doi.org/10.1037/arc0000027>

© 2016 The Author(s)
2169-3269



AMERICAN
PSYCHOLOGICAL
ASSOCIATION

Archives of Scientific Psychology

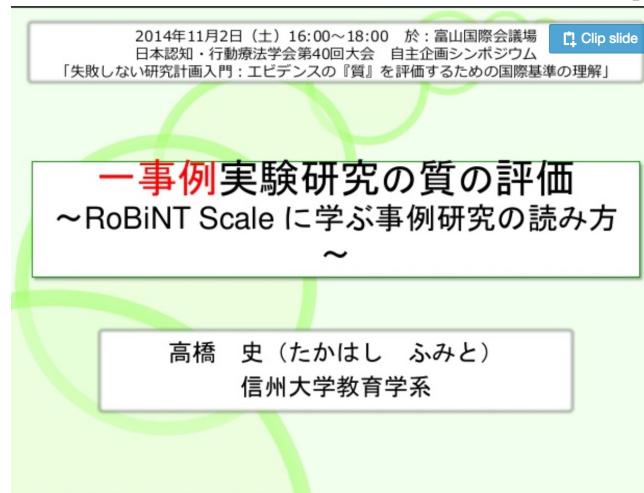
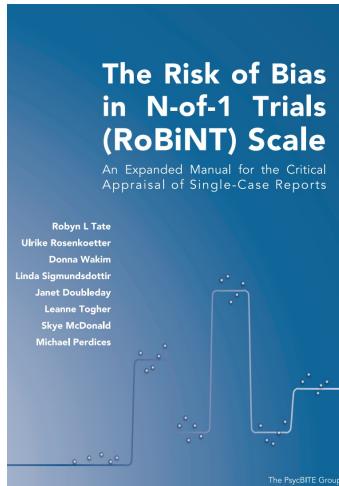
www.apa.org/pubs/journals/arc



The Single-Case Reporting Guideline In BEhavioural Interventions (SCRIBE)
2016: Explanation and Elaboration

Tate, R. L., Perdices, M., Rosenkoetter, U., McDonald, S., Togher, L., Shadish, W., ... & Sampson, M. (2016). The Single-Case Reporting Guideline In BEhavioural Interventions (SCRIBE) 2016: Explanation and elaboration. Archives of Scientific Psychology, 4(1), 10.

研究の内的妥当性と外的妥当性を吟味する尺度 (RoBiNT scale)

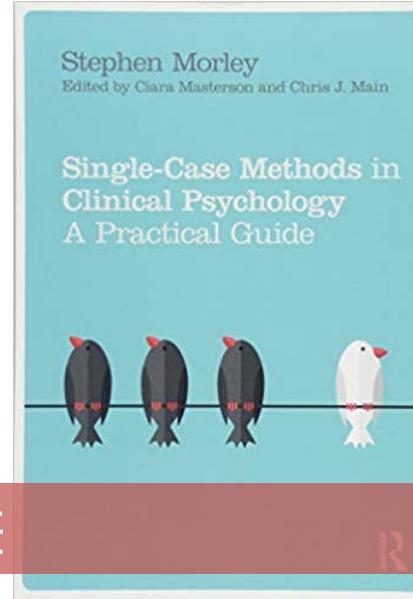
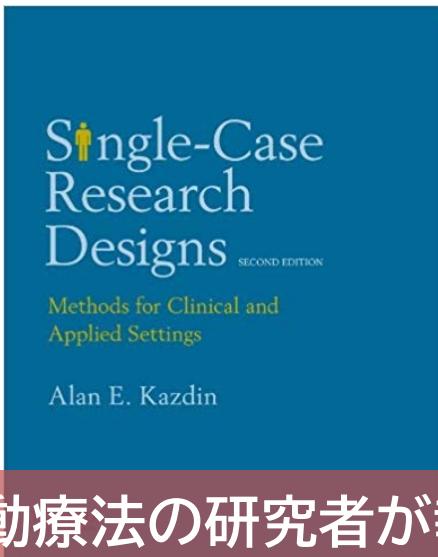
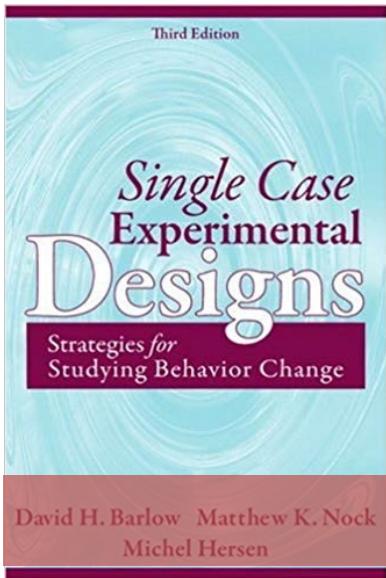


Tate, R. L., Perdices, M., Rosenkoetter, U., Wakim, D., Godbee, K., Togher, L., & McDonald, S. (2013). Revision of a method quality rating scale for single-case experimental designs and n-of-1 trials: The 15-item Risk of Bias in N-of-1 Trials (RoBiNT) Scale. Neuropsychological rehabilitation, 23(5), 619-638.

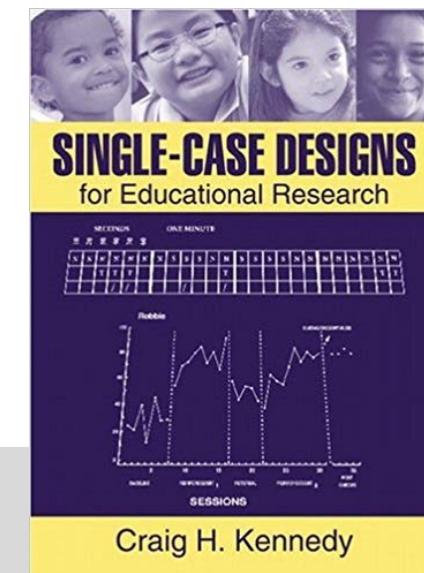
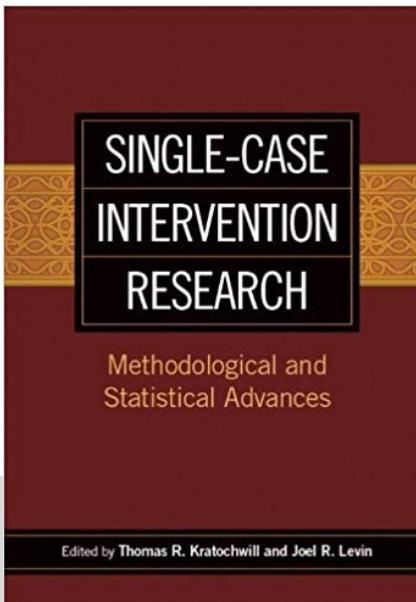
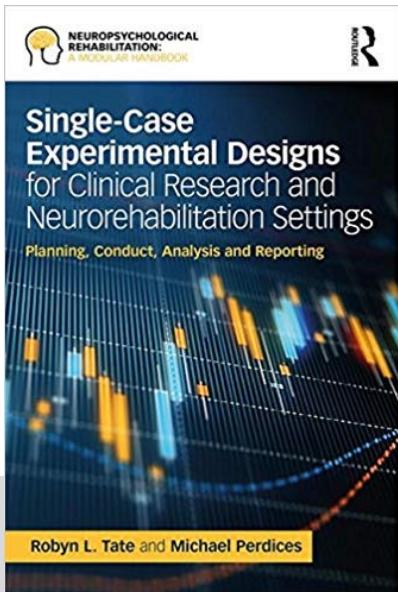
1事例実験研究への関心の増加

14

海外では入門テキスト重版、新規発行が持続



認知行動療法の研究者が執筆





1事例実験研究と統計的推測 の必要性

シングルケース実験研究の分析手法⁷

介入効果の検討における統計解析の使用率 1992年のレビュー：約10%

Marascuilo, L. A., & Busk, P. L. (2015). Statistical Analysis in Single-Case Research: Issues, Procedures, and Recommendations, with Applications to Multiple Behaviors. In Single-Case Research Design and Analysis (Psychology Revivals) (pp. 171-198). Routledge.

2006年のレビュー：約20%

Brossart, D. F., Parker, R. I., Olson, E. A., & Mahadevan, L. (2006). The relationship between visual analysis and five statistical analyses in a simple AB single-case research design. *Behavior Modification*, 30(5), 531-563.

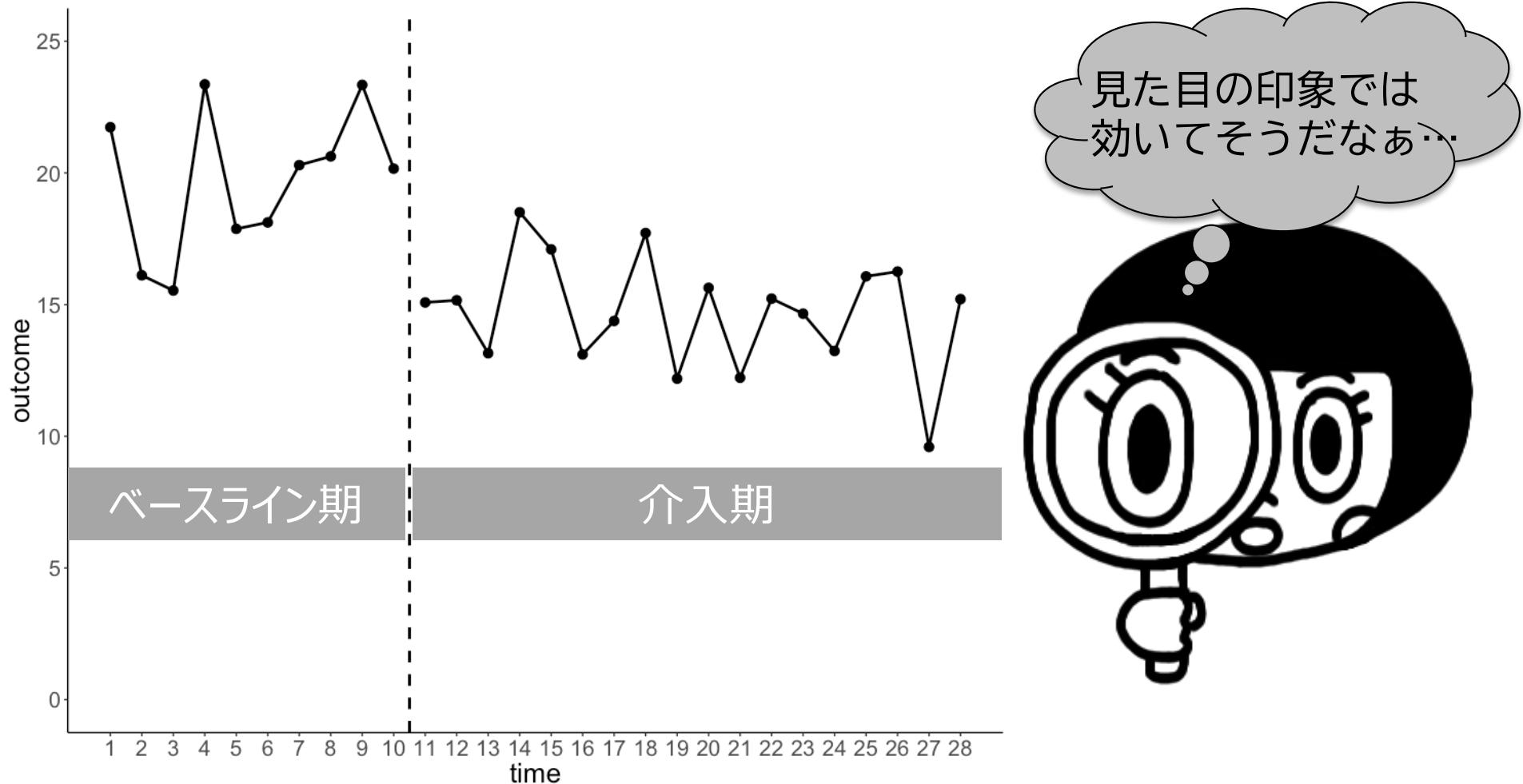
2012年のレビュー：約31.3%

- 視覚分析: 41.5 %
- 統計解析: 31.3%
- 視覚分析+統計解析: 11%

視覚分析のみが主要な单一事例の分析手法
統計解析のみ利用増加しつつも、併用は少ない

Smith, J. D. (2012). Single-case experimental designs: A systematic review of published research and current standards. *Psychological methods*, 17(4), 510.

ベースラインと介入フェーズのデータのパターンに明確な違いがあるかを主観的に評価



数名の研究者で効果の有無をローデータのプロットから主観的に判定

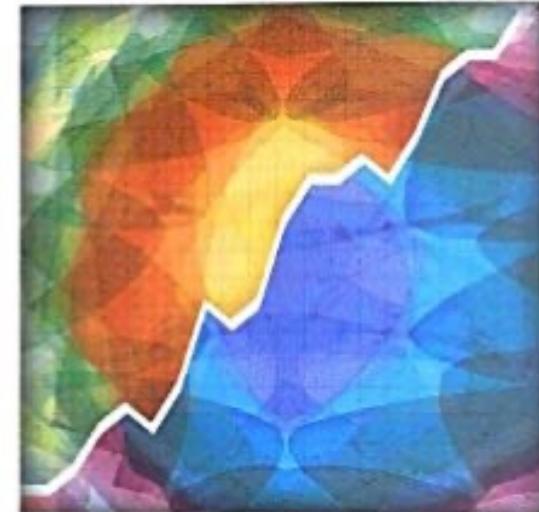
Cooper et al. (1987)

- ・ローデータが明示される
- ・第三者のデータの
アクセス・解釈可能性
- ・視覚可能なレベルの
大きな効果で有効性が
判断されるので、
Type 1 エラーの減少
- ・フィードバックとして使える

応用行動分析学

Applied Behavior Analysis
[2nd Edition]

John O. Cooper Timothy E. Heron William L. Heward



ジョン・O・クーパー／ティモシー・E・ヘロン／ウイリアム・L・ヒューワード

中野良顯 訳
Etsushi Nakano

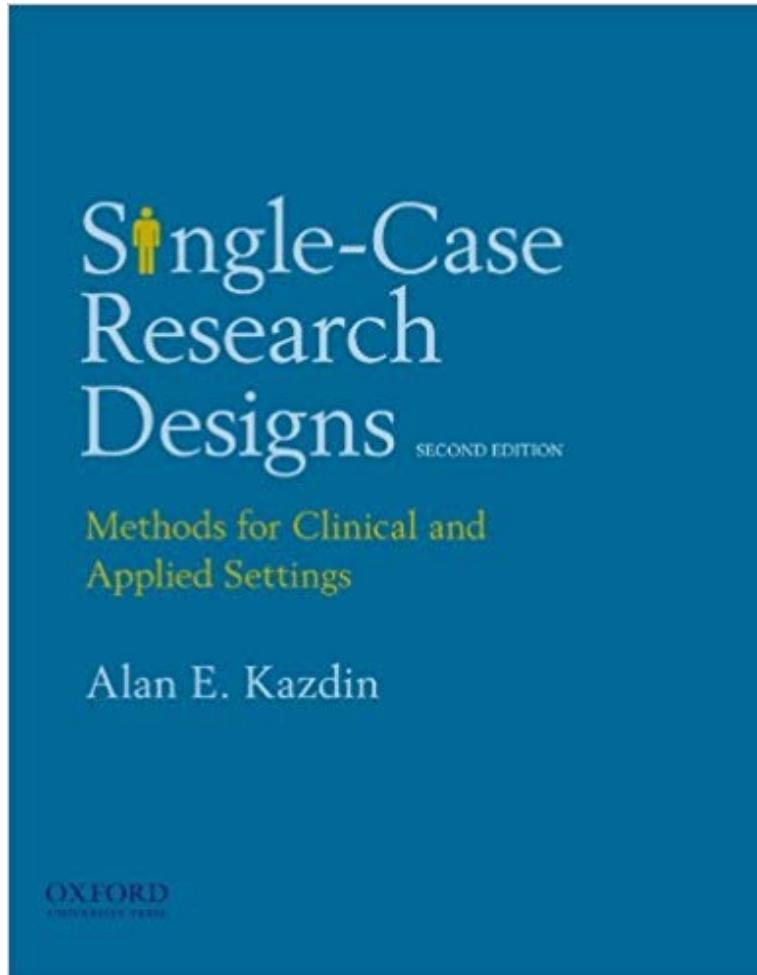
明石書店

データの解釈は視覚分析に頼るべき

https://images-na.ssl-images-amazon.com/images/I/4185m1Udi-L.SX344_BO1.204.203.200.jpg

- 統計解析を用いるべきとき

1. ベースラインにトレンドがある場合
2. データに変動性や自己相関がある場合

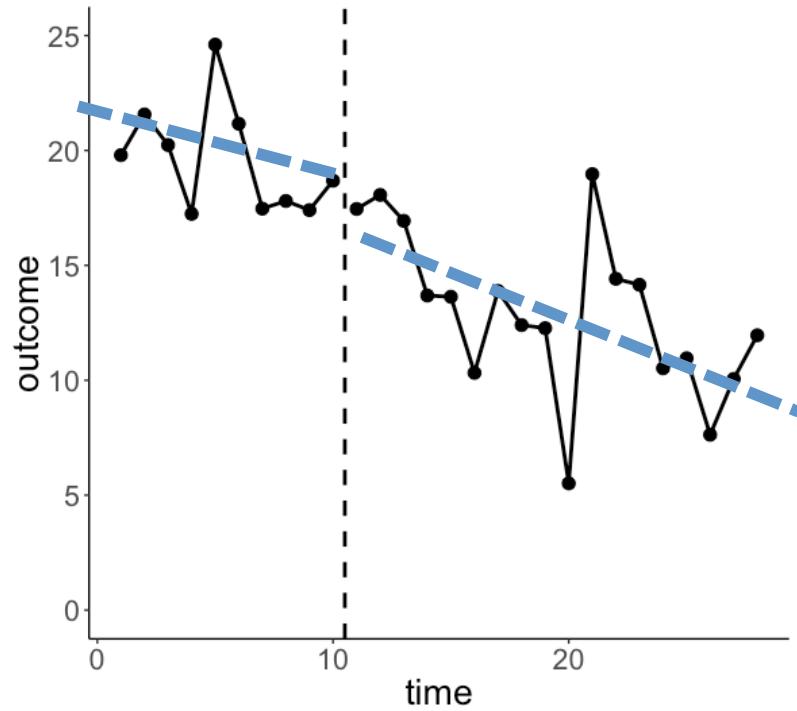


https://images-na.ssl-images-amazon.com/images/I/41B-MQtp%2ByL._SX392_BO1,204,203,200_.jpg

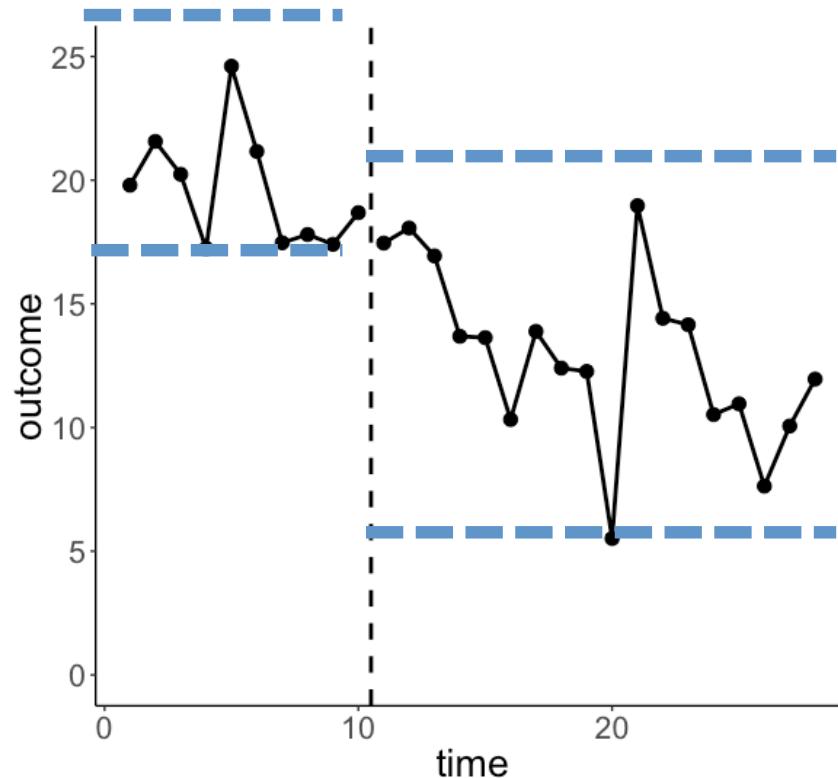
Kazdin, A. E. (2011). Single-case research designs: Methods for clinical and applied settings. Oxford University Press.

1. ベースラインにトレンドや変動性がある場合

傾向性 (trend)



変動性 (variability)



ベースラインにトレンドがあるデータの視覚分析の問題 22

- ベースラインで既に何らかの効果が生じている
- 介入の有効性は、ベースラインで生じている効果に上乗せした分の効果で示される必要がある
- トレンド補正なし→介入効果を過大評価

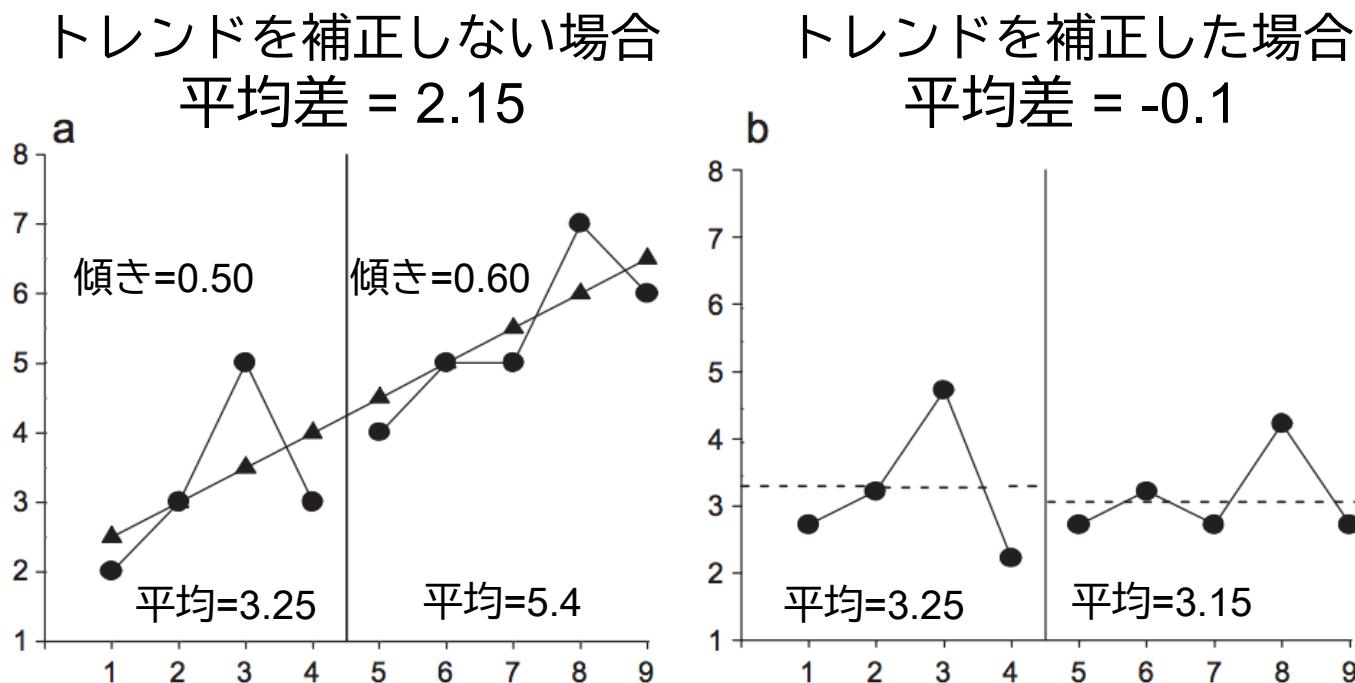


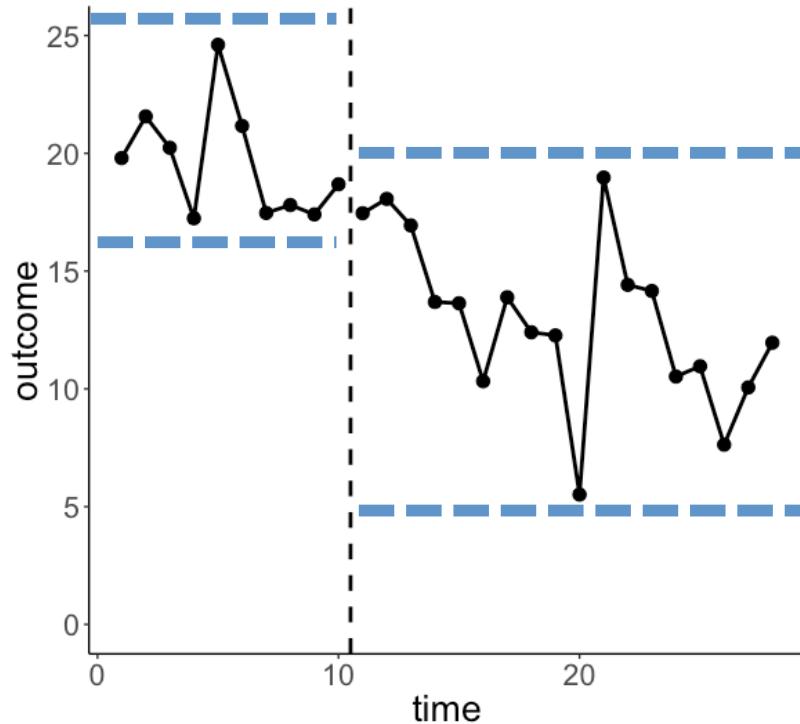
FIGURE I Example data set with (a) an illustration of control limitations, and (b) transformed data following Phase A trend control.

Parker, R. I., Vannest, K. J., Davis, J. L., & Sauber, S. B. (2011). Combining nonoverlap and trend for single-case research: Tau-U. Behavior Therapy, 42(2), 284-299.

2. データに変動性や自己相関がある場合

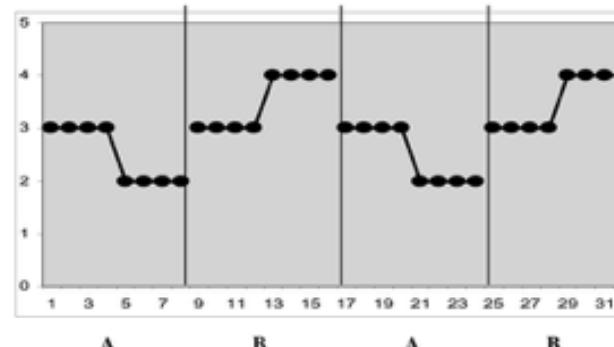
変動性 (variability)

中心傾向からの乖離の大きさ

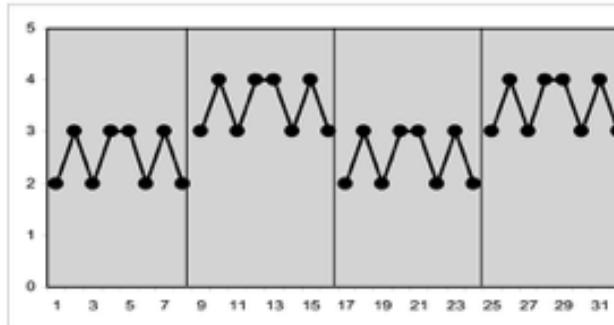


自己相関 (autocorrelation)

1時点前の得点が1時点後の得点に影響する
(前が高ければ次も高いなど)



自己相関あり

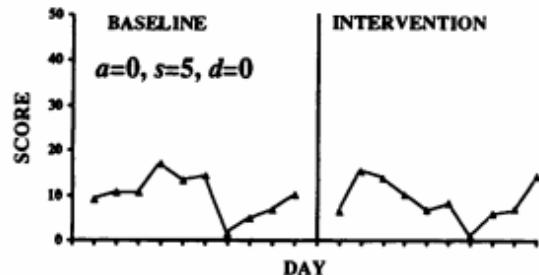


自己相関なし

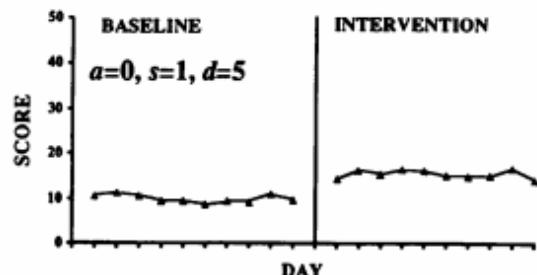
現実的には自己相関の有無は視覚分析では見抜けない

ベースラインに変動性・自己相関がある場合 24

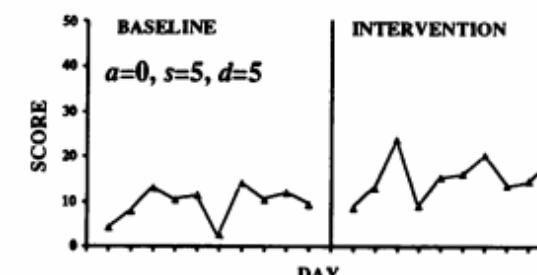
自己相関なし、変動性あり、差なし



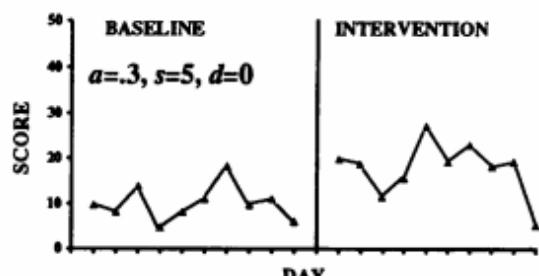
自己相関なし、変動性なし、差あり



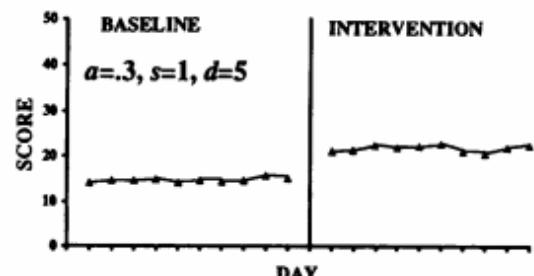
自己相関なし、変動性あり、差あり



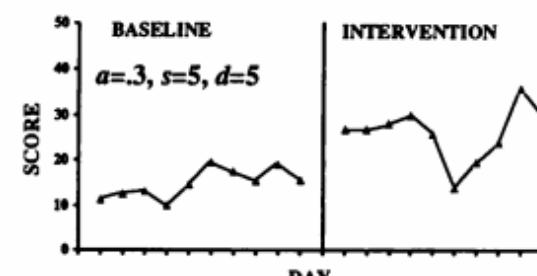
自己相関中、変動性あり、差なし



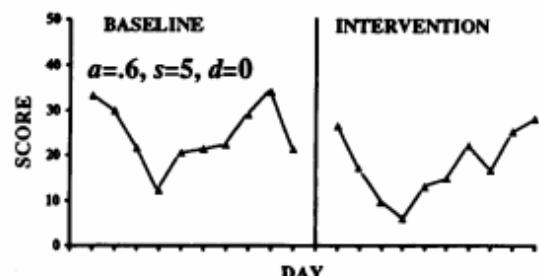
自己相関中、変動性なし、差あり



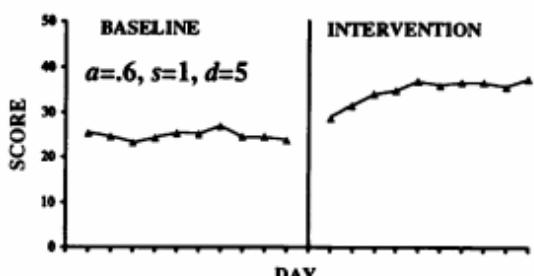
自己相関中、変動性あり、差あり



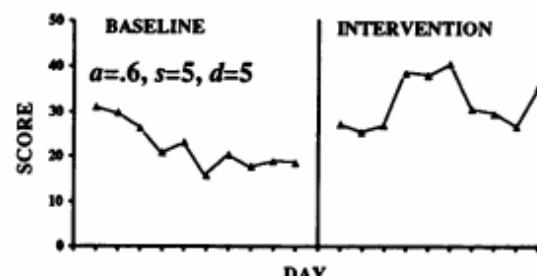
自己相関大、変動性あり、差なし



自己相関大、変動性なし、差あり



自己相関大、変動性あり、差あり



変動性・自己相関のあるデータの視覚分析の問題25

- 効果がない場合

変動性や自己相関がある($a>0$ 、 $s>1$)と
第一種の過誤の発生率が高くなる (16% ~ 84%)

(第一種の過誤：本当は効果が“ない”のに“ある”と判断する誤まり)

- 効果が十分に大きい場合

第二種の過誤の発生率は低い

(0~22%)

(第二種の過誤：本当は効果が“ある”
のに“ない”と判断する誤まり)

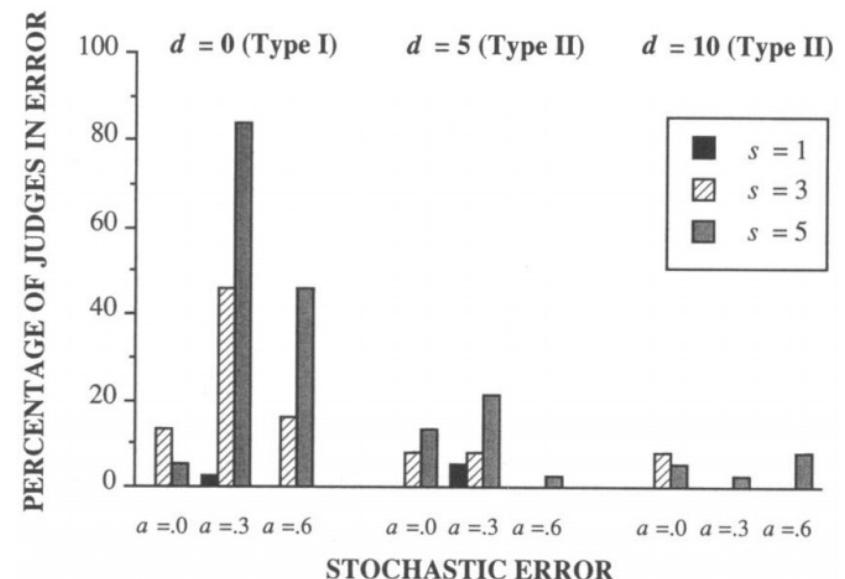
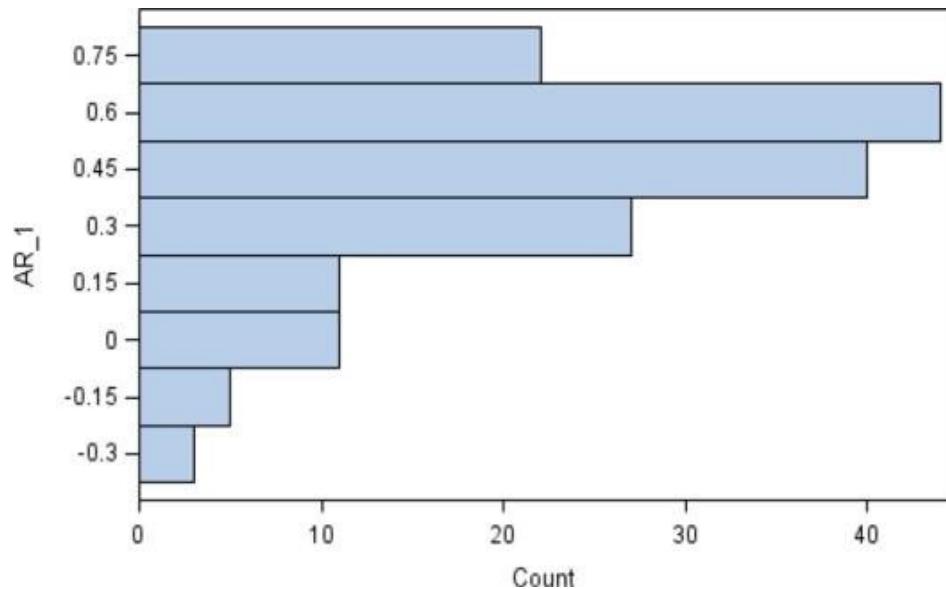


Figure 2. Type I and II error rates for each of the 27 charts as a function of the amount of serial dependence (α), random variability (s), and magnitude of intervention effect (d).

- SCEDのデータは46%に中程度以上の自己相関が認められる
(2010年のJournal of Applied Behavior Analysisに掲載論文の中で)
- 自己相関の影響を補正した解析結果と視覚分析の一一致率は著しく低い ($Kappa = .14$)

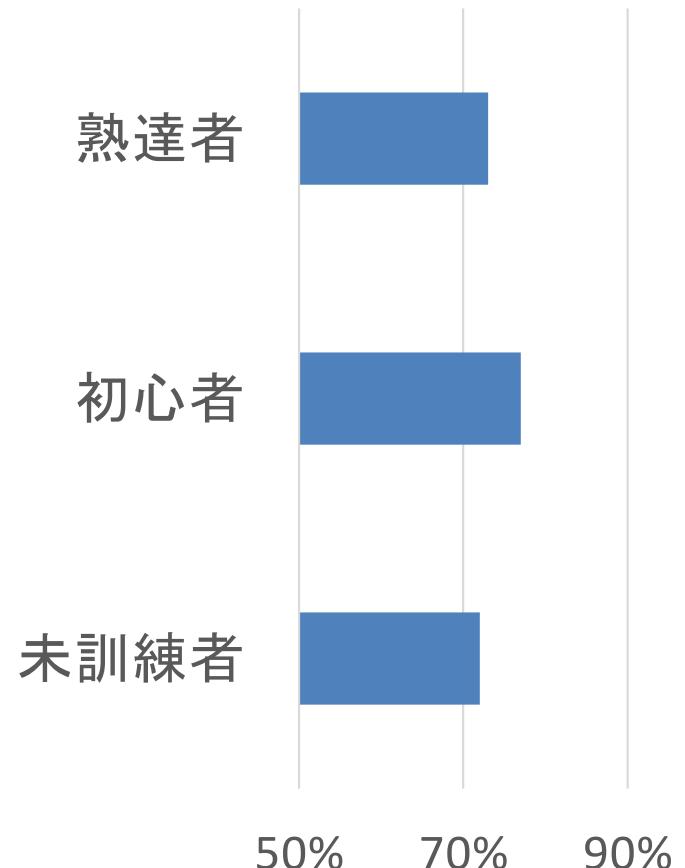


Graphical Analysis	Statistical Analysis		Total
	Significant	Not	
Significant	79 73.4% $r_1 > .40$ $m_d = 4.25$	52 65.4% $r_1 > .40$ $m_d = .95$	131
	8 25% $r_1 > .40$ $m_d = 3.13$	15 13.3% $r_1 > .40$ $m_d = .81$	23
Total	87	67	154

Notes: r_1 = percent of cases where first autocorrelations were greater than .40; m_d = mean d (effect size estimate)

Ninci et al. のメタ分析

- 90件の査読付き論文
- 一致率の中央値は.76
- 1事例研究への熟達度は一致率向上に影響しない
- 一致度に影響する要因
 - 操作交代デザイン (.81) > 反転デザイン (.74)
 - 視覚分析の定義有 (.84) > 定義無し (.74)
 - 2値回答 (.76) > 3値回答 (.69)



熟達者 (experienced): 応用行動分析や1事例研究に関する豊富な経験有 (博士課程在籍もしくは博士号取得者)

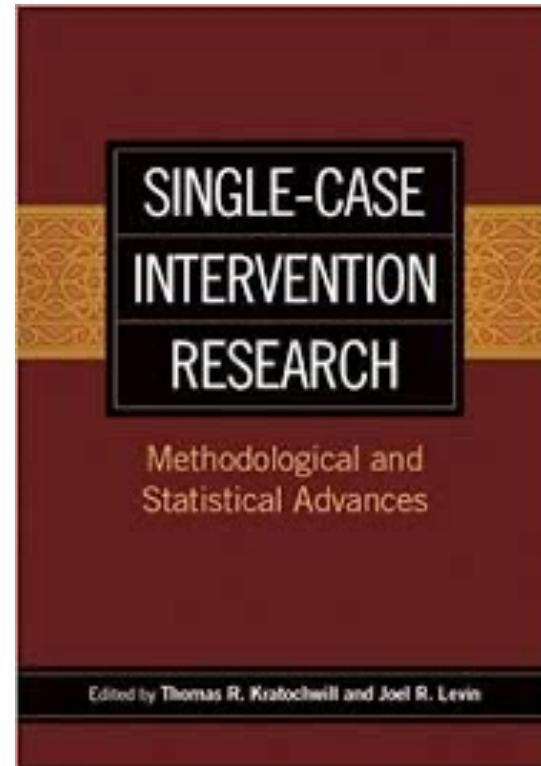
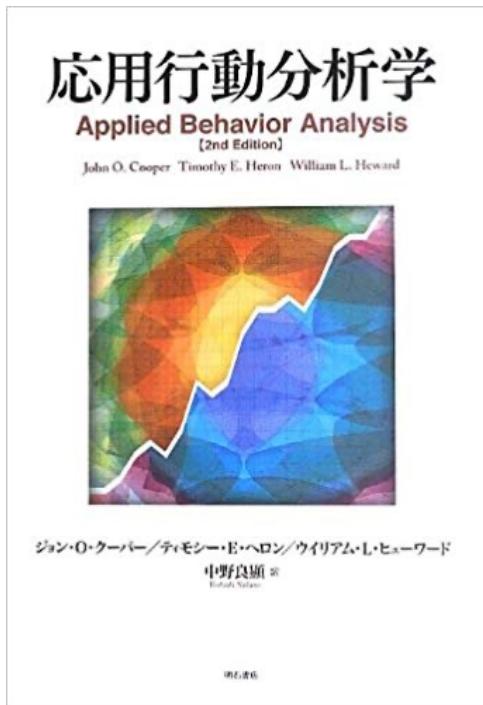
初心者 (beginners): 基礎的なトレーニングのみ受けている(応用行動分析の一定の授業を受けたことがある者)

未訓練者 (novices) 1事例研究の経験が、評価について簡単な概要のみ伝えられる程度の知識に限られる者

視覚分析に頼るべき？

28

- データの解釈は視覚分析に頼るべき
(Cooper et al., 1987)



- 視覚分析と統計解析と相互補完的同時に用いるべき!!

Harrington, M., & Velicer, W. F. (2015). Comparing visual and statistical analysis in single-case studies using published studies. *Multivariate behavioral research*, 50(2), 162-183.

Kratochwill, T. R., & Levin, J. R. (2014). *Single-case intervention research: Methodological and statistical advances*. American Psychological Association.

- 統計解析を单一事例実験に導入することで、個々の研究知見を統合するシステムティックレビューにおいて、メタ分析に基づく議論も可能になる

システムティックレビューを支える2つの柱

統計解析の利点

個々の研究の質の評価



Journal of Clinical Epidemiology 73 (2016) 142–152

SCRIBE ARTICLE

The Single-Case Reporting Guideline In BEhavioural Interventions
(SCRIBE) 2016 Statement



Neuropsychological Rehabilitation, 2013
Vol. 23, No. 5, 619–638, <http://dx.doi.org/10.1080/09602011.2013.824383>



Revision of a method quality rating scale for
single-case experimental designs and *n*-of-1 trials:
The 15-item Risk of Bias in *N*-of-1 Trials
(RoBiNT) Scale

メタ分析

Journal of School Psychology 52 (2014) 123–147

Contents lists available at ScienceDirect



Journal of School Psychology

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jschpsyc



Analysis and meta-analysis of single-case designs with a
standardized mean difference statistic: A primer
and applications[☆]



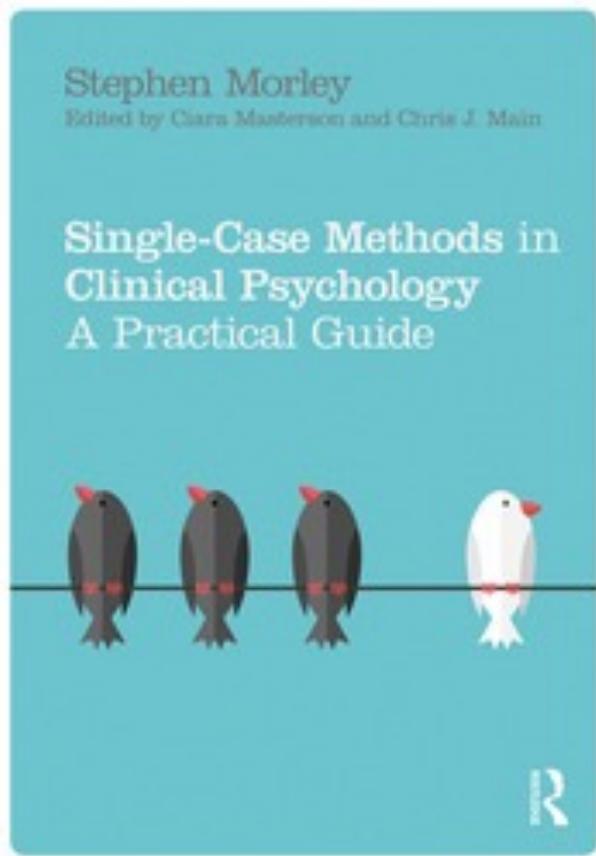
William R. Shadish ^{a,*}, Larry V. Hedges ^b, James E. Pustejovsky ^c

^a School of Social Sciences, Humanities and Arts, University of California, Merced, USA

^b Institute for Policy Research, Northwestern University, USA

^c College of Education, University of Texas, Austin, USA

シングルケース実験デザイン グラフの書き方



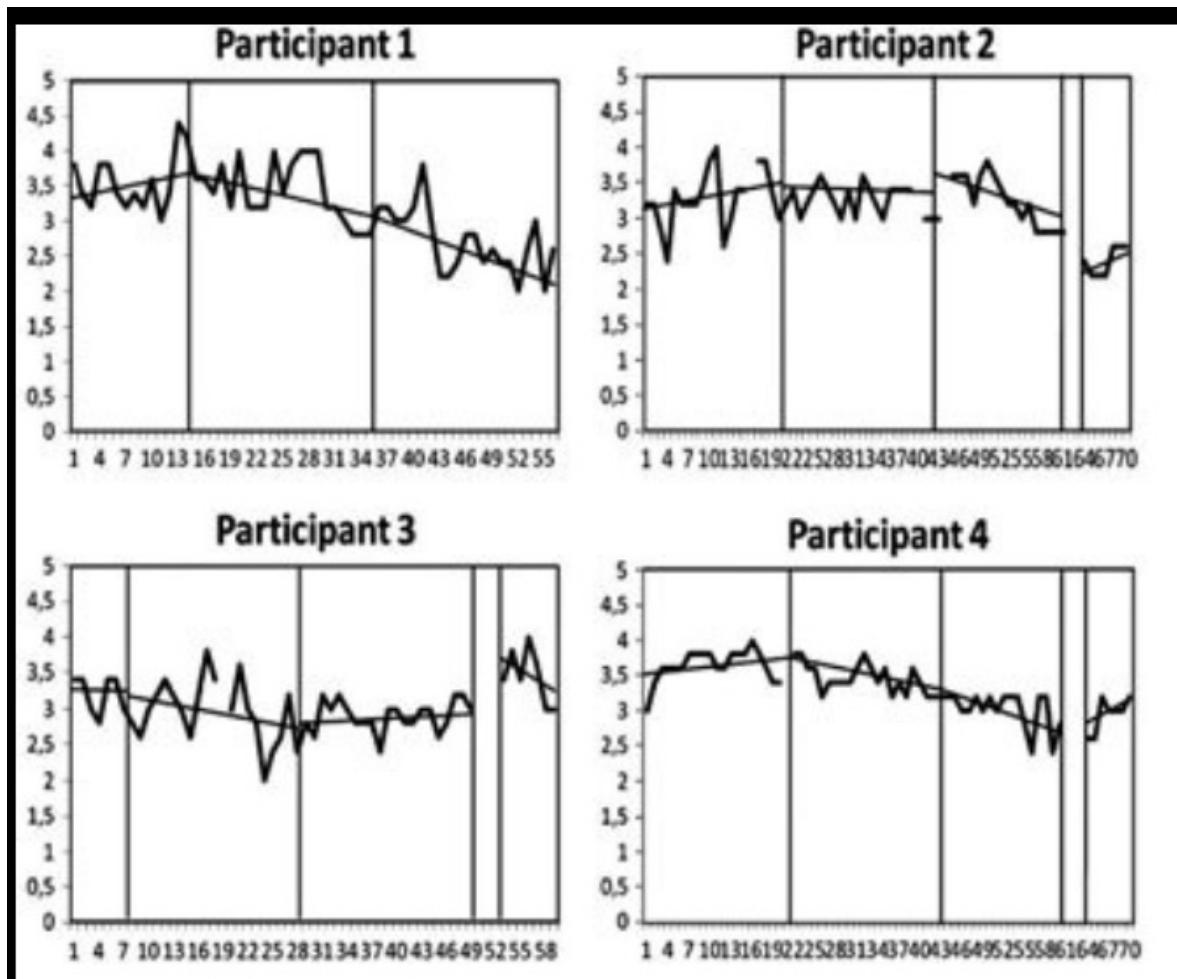
Chapter 5 | 39 pages

[Visual analysis of single-case data](#)

By *Stephen Morley, Ciara Masterson, Chris J. Main*

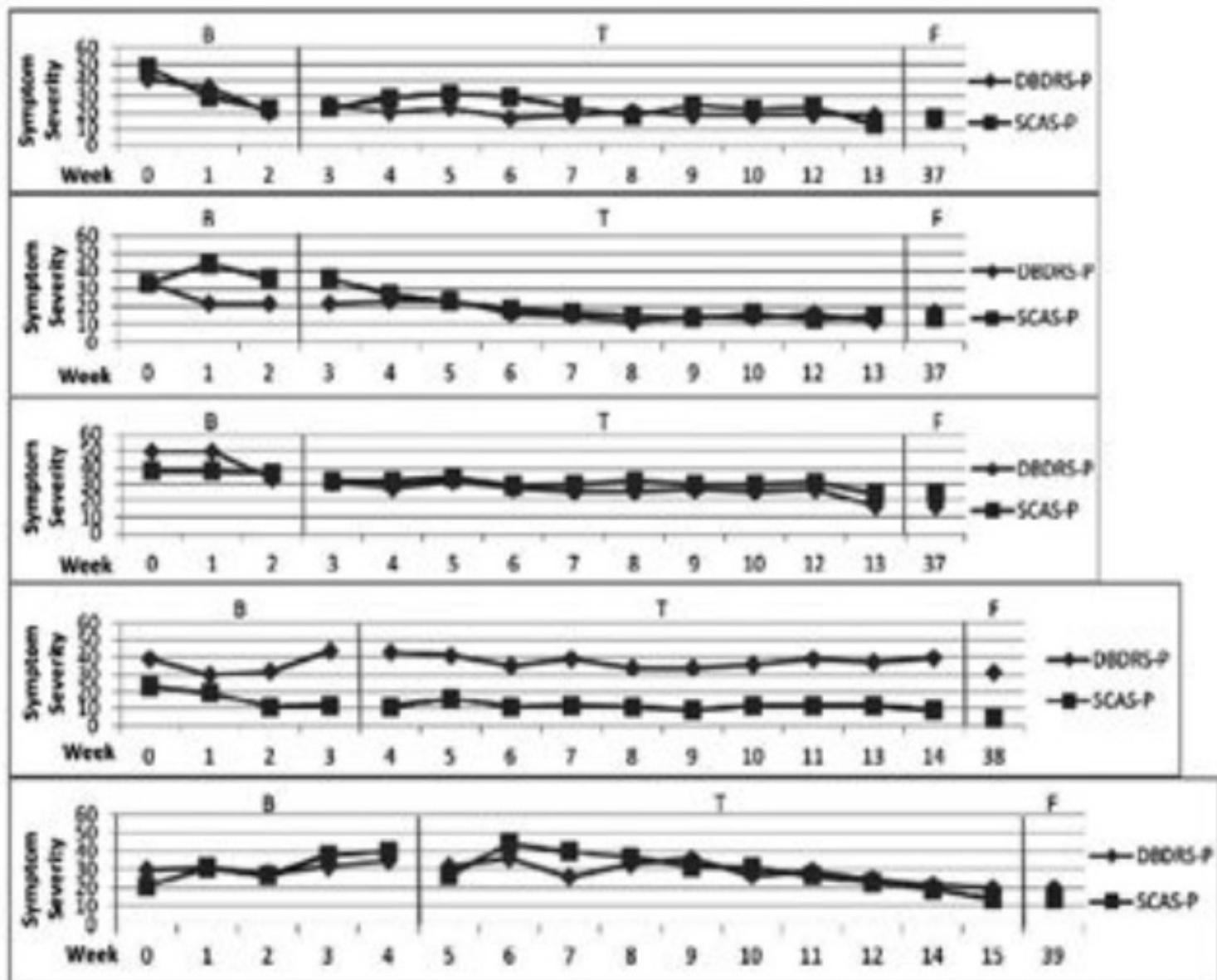
このグラフのダメなところを指摘してください

このグラフのダメなところを指摘してください



1. X軸にもY軸にもラベルがついていない
2. X軸の数値が詰まって読みにくい
3. X軸のスケールが参加者間でそろっていない
4. フェーズの違いにラベルがつけられていない
5. 参加者が1~6と順番に数値を割り当てられているが、関係ない
6. グラフ内の全ての線の太さや線種一緒なので見にくい

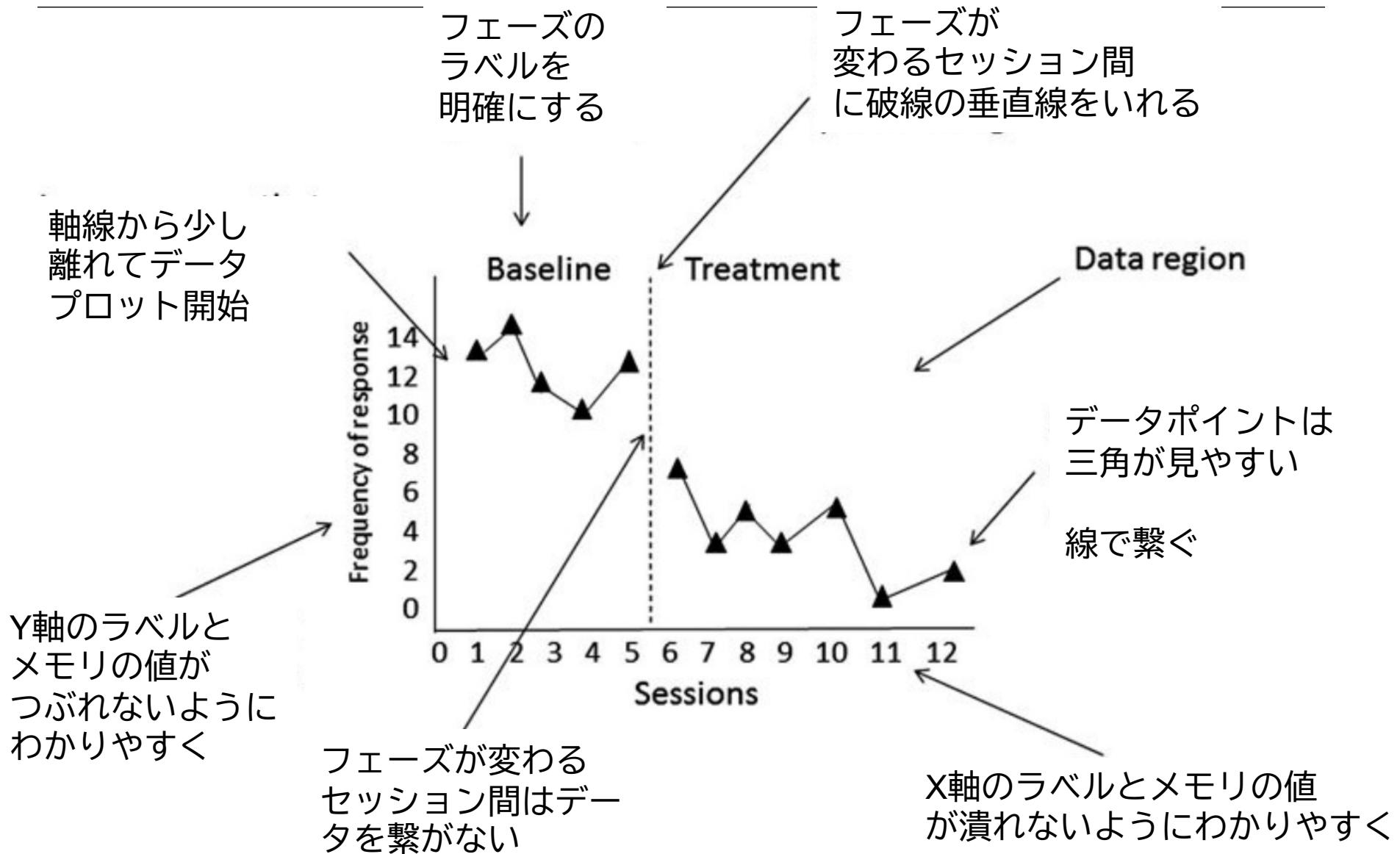
このグラフのダメなところを指摘してください



1. 一人一人のデータの枠線いらない
2. 2つのアウトカムがひとつの図に収められていてみずらい
3. 一番右の凡例は共通してるので繰り返しててうざい
4. 横線がうざい
5. X軸のスケールが揃っていない
6. X軸が揃っていれば、個人個人のX軸の軸ラベルは不要
7. Y軸の軸ラベルがつまりすぎ
8. Y軸ラベル、繰り返しててうざい

書き方のお手本

36



1. Y軸の補助線は極力なし、データが見にくくなる
2. フェーズ間に少し薄めの破線をひく
3. フェーズにわかりやすいラベルをつける
4. データのシンボルは三角が見やすい
5. 3D化、影付き、色つき、など余計な装飾はしない
6. X軸のスケールを揃える
7. 凡例を適切に（不要な重複はさける）

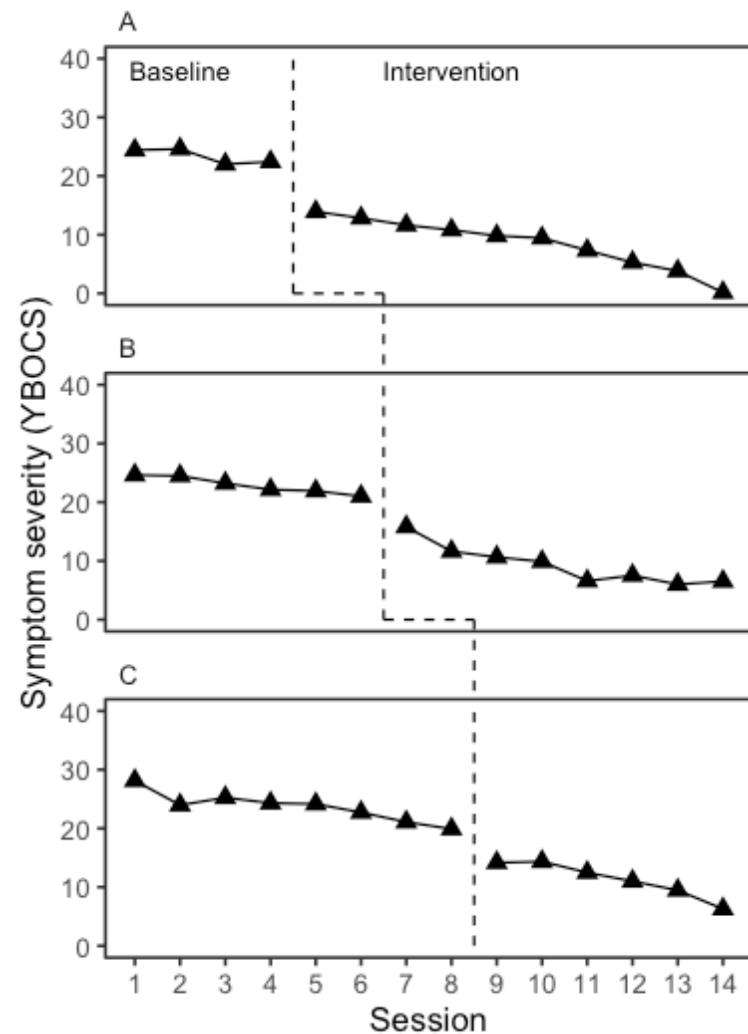
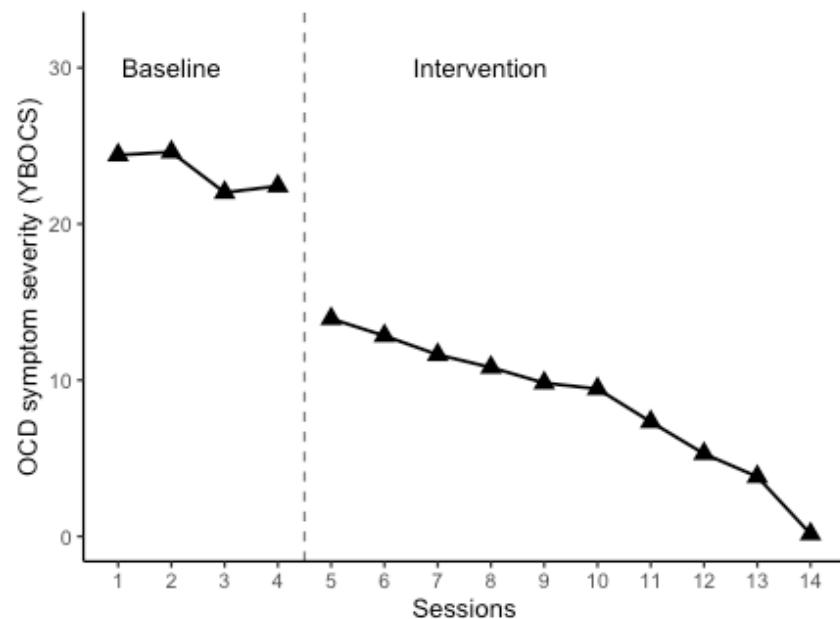
演習：Rでプロット

38

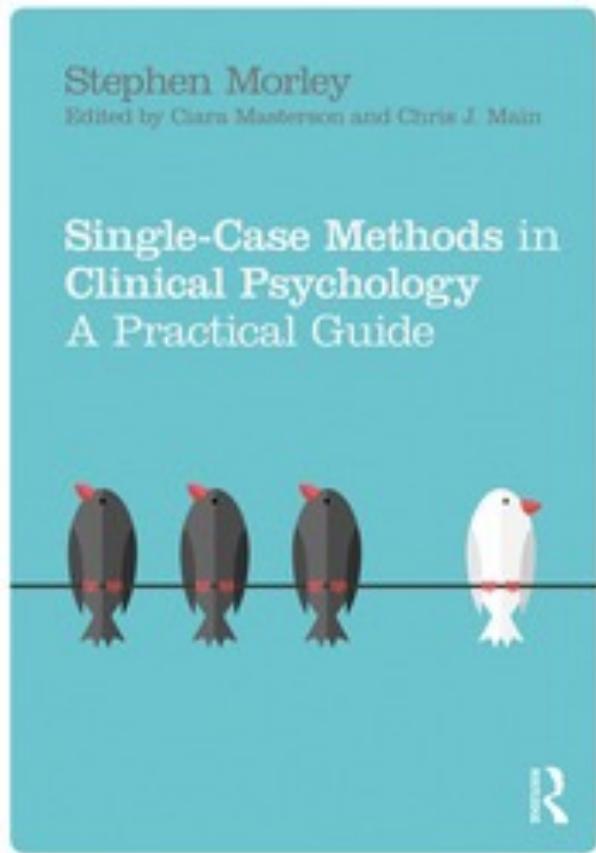
演習補足資料

<https://ytake2.github.io/JABCT2022/jabct2022.html>

シングルケースデザインの図をRで
プロットしてみよう



視覺分析



What Works ClearinghouseTM

Procedures and Standards Handbook
Version 3.0

Kratochwill, T. R., Hitchcock, J., Horner, R. H., Levin, J. R., Odom, S. L., Rindskopf, D. M., & Shadish, W. R. (2010). Single-case designs technical documentation, What Works Cleaning House, <https://eric.ed.gov/?id=ED510743>.

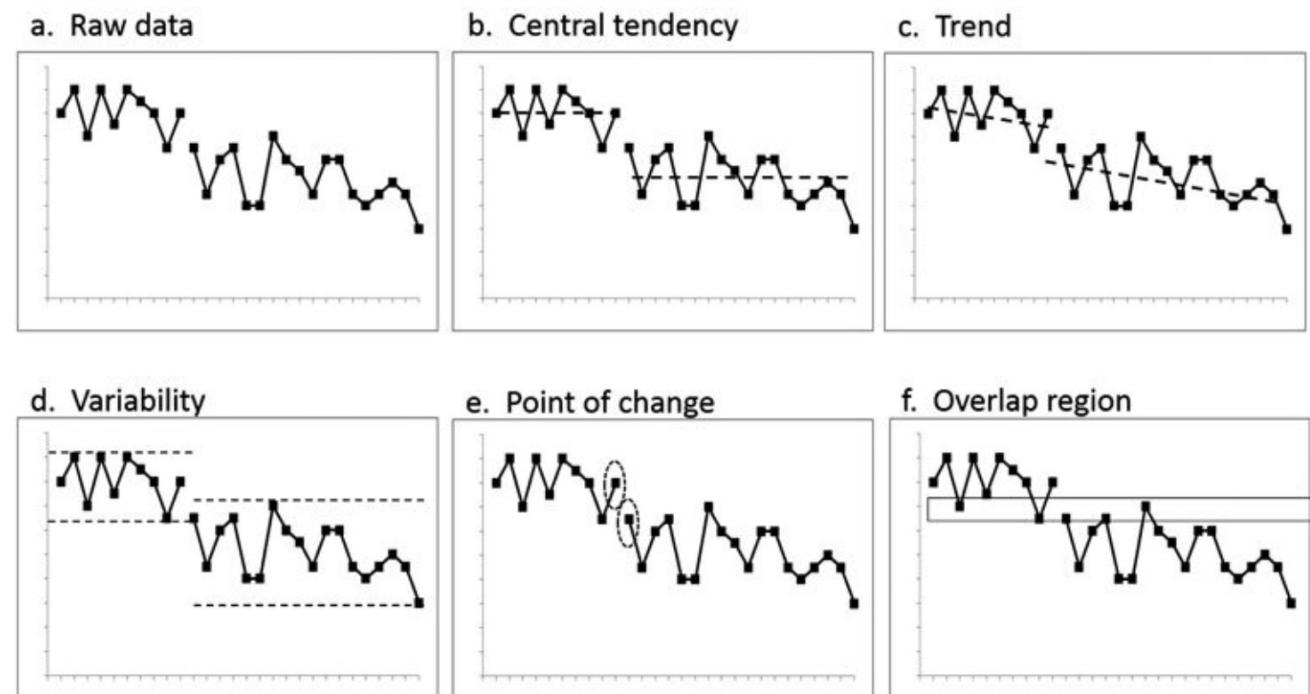
Chapter 5 | 39 pages
[Visual analysis of single-case data](#)
By *Stephen Morley, Ciara Masterson, Chris J. Main*

視覚分析に対する誤解：直感的な印象評価

視覚分析でやること：記述統計に基づいてデータの特徴を精査

主要な記述統計

- 中心傾向b
- トレンドc
- 変動性d
- 変化点e
- 重複領域f
- データパターンの一貫性



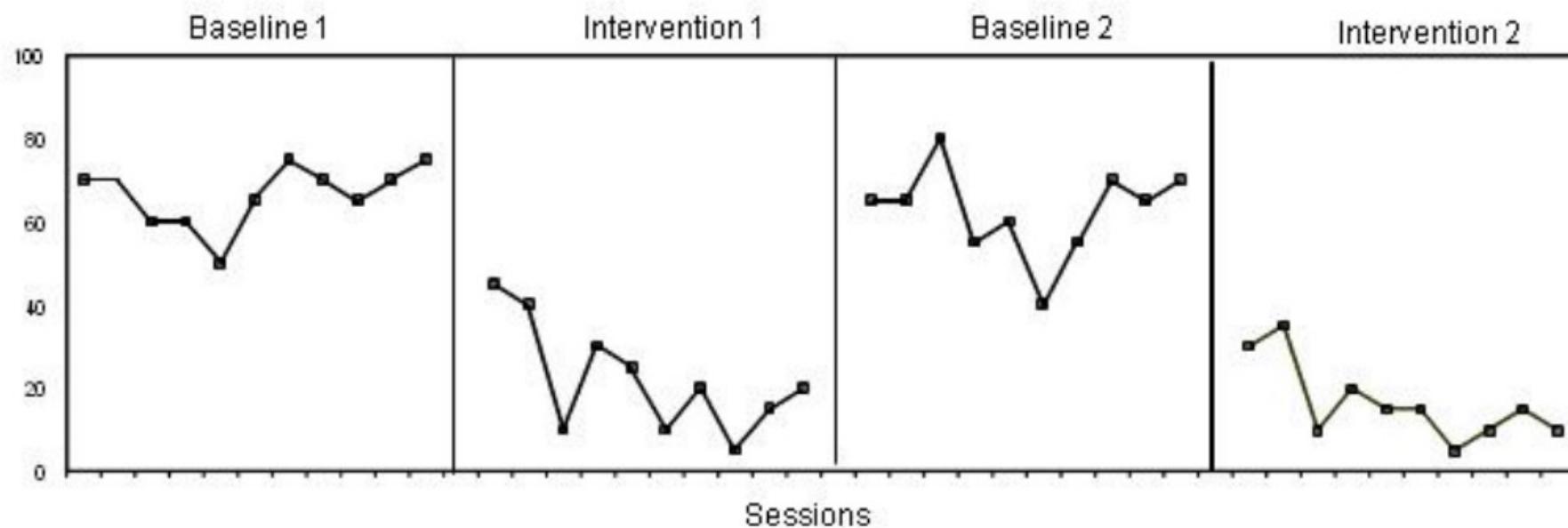
Step1: ベースライン

Step2: レベル、トレンド、変動性

Step3: 重複度、即時性（変化点）、一貫性

Step4: 予測パターンとの比較

- 介入後の新しいパターンと比較できるように
 - 変化を必要とする行動パターンの発生確認
 - トレンドがないのが望ましい
 - 変動は一貫してると望ましい



レベル (中心傾向)

- 平均や中央値

トレンド

- 回帰直線など
- 増加、減少傾向

変動性

- データのばらつき

Figure A.3. An Example of Assessing Level with Four Phases of an ABAB Design

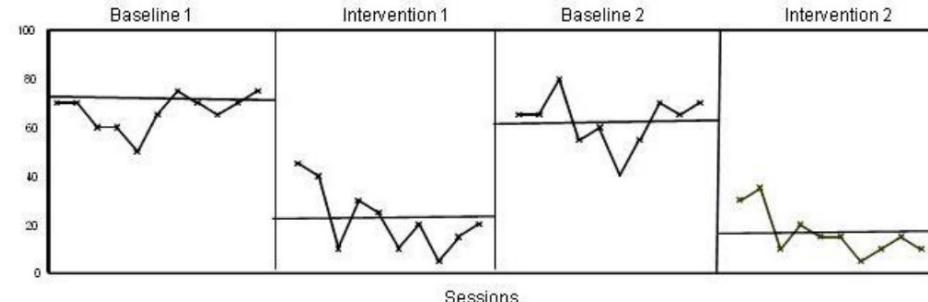


Figure A.4. An Example of Assessing Trend in Each Phase of an ABAB Design

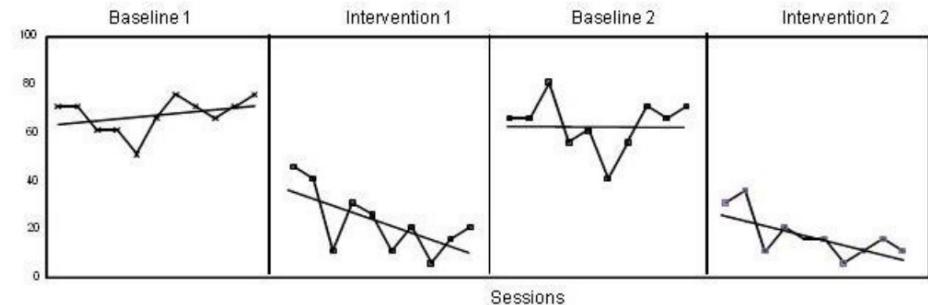
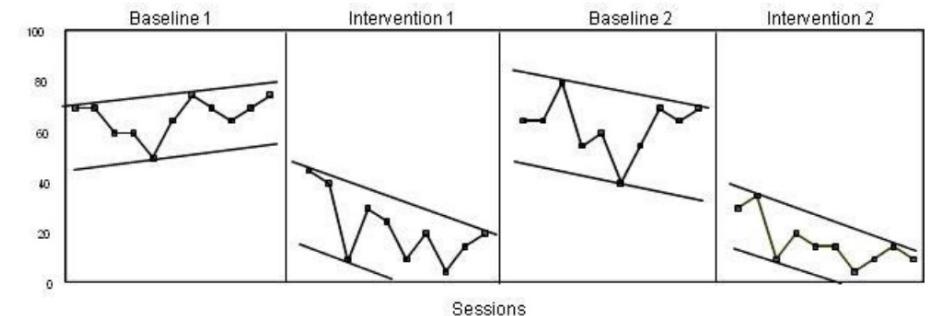


Figure A.5. Assess Variability Within Each Phase

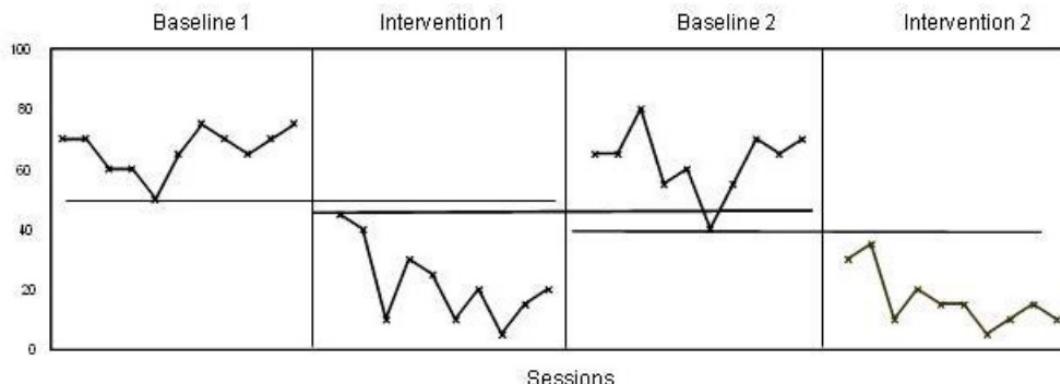


Step 3: 重複、即時性、一貫性

45

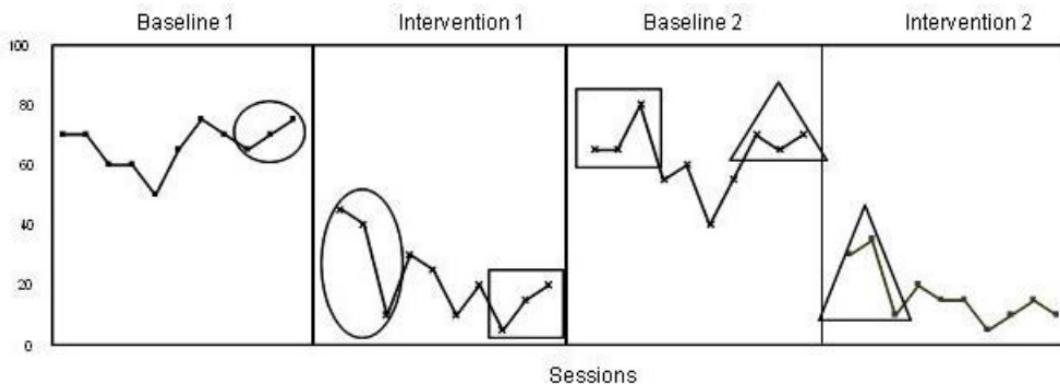
重複

- フェーズ間でのデータの範囲の重なり



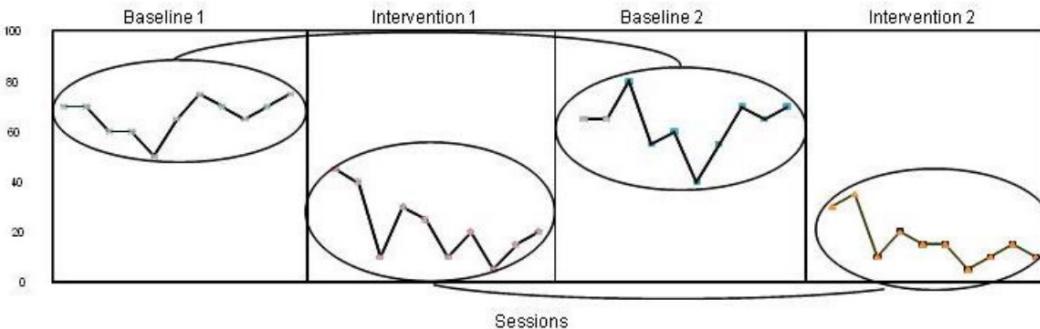
即時性

- フェーズ切替時の得点の変化



一貫性

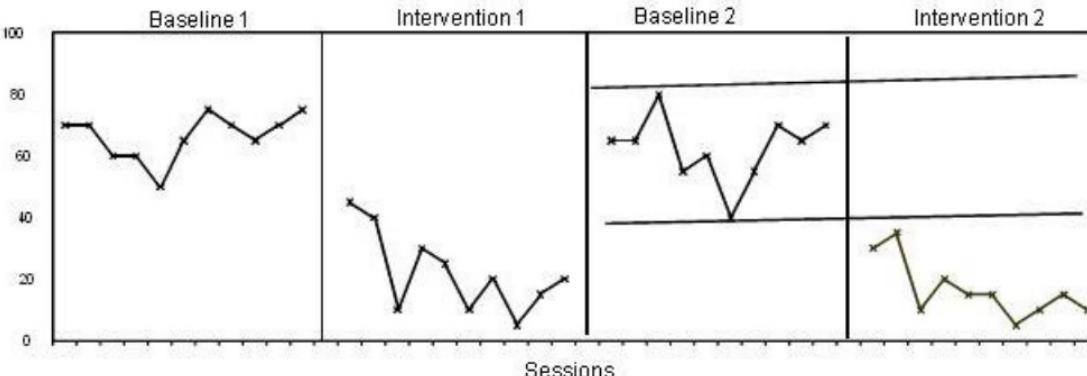
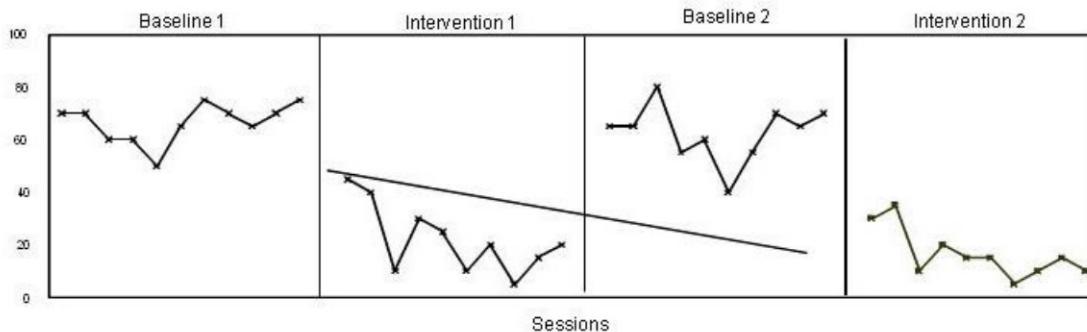
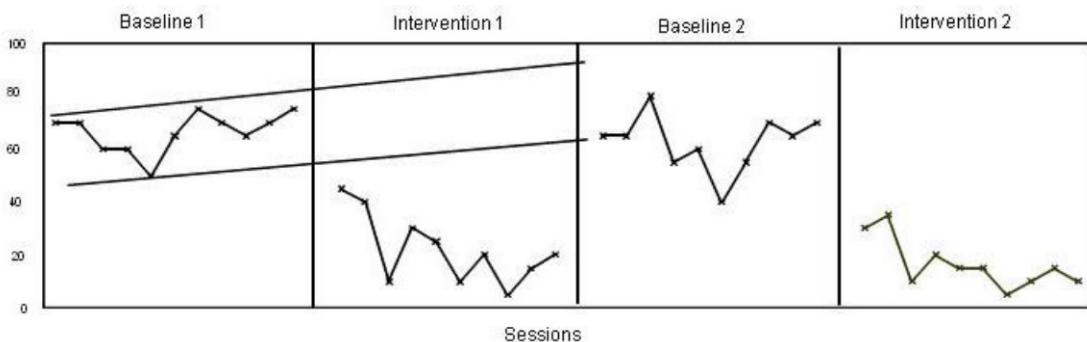
- 同種のフェーズ間でのデータの類似性



Step4：予測パターンとの比較

46

先行するフェーズから予測されるデータパターンから当該フェーズのデータが逸脱しているか



- 保守的二重基準法

Conservative Dual Criterion (CDC: Fisher, Kelley, & Lomas, 2003)

- 視覚補助による客観的ルール

Visual aid Implying An Objective Rule (VAIOR: Manolov & Vannest, 2019)

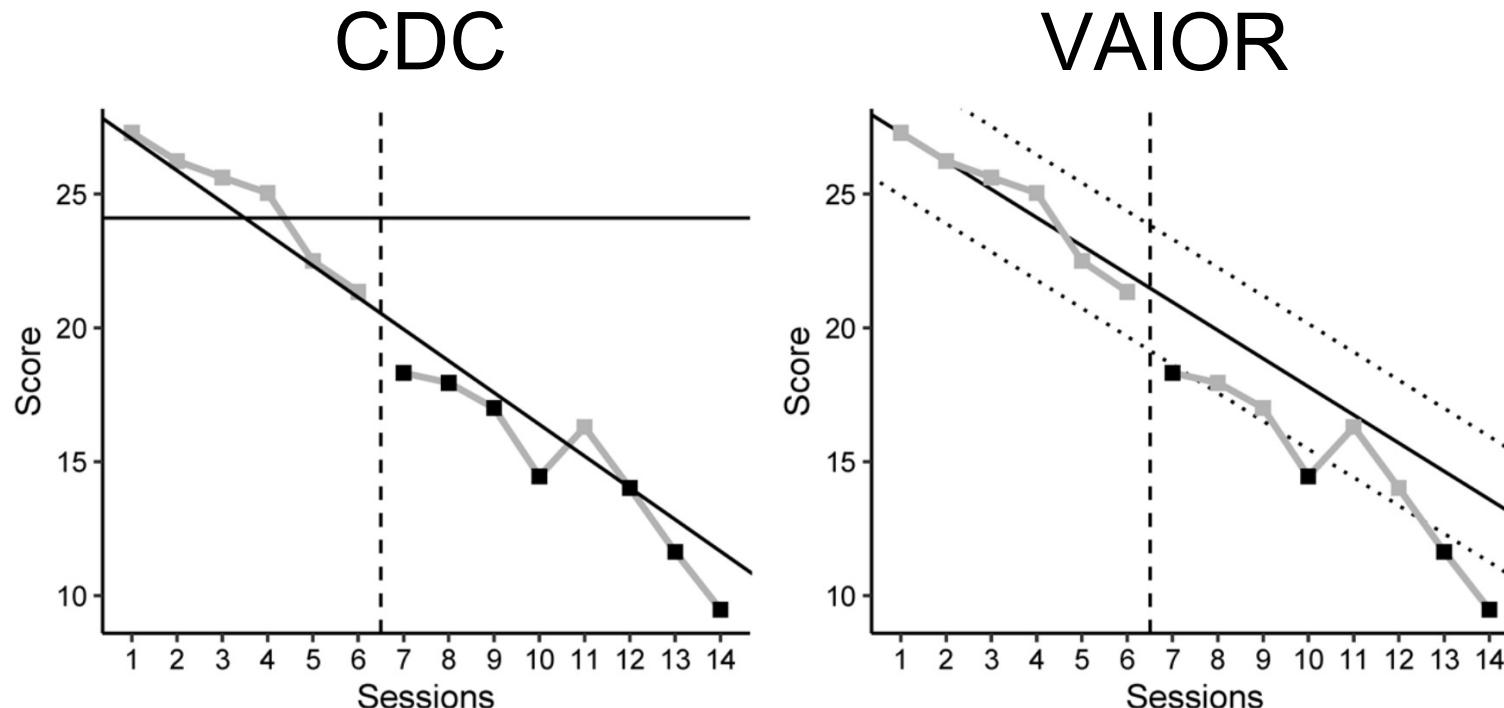
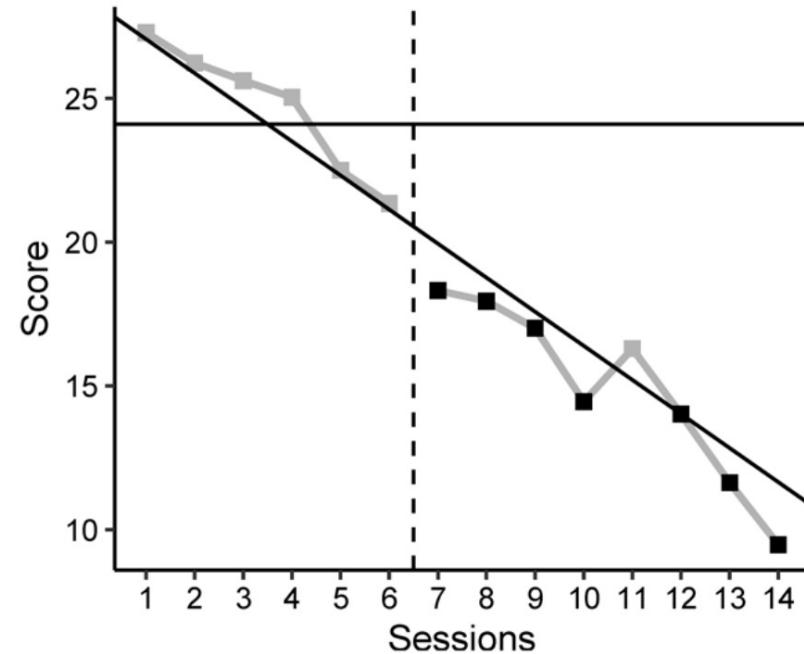


Fig. 2 Example Plot for Visual Analysis with CDC and VAIOR

Note. CDC=Conservative Dual Criterion, VAIOR=Visual Aid Implying an Objective Rule

1. ベースライン期のレベル（平均）とトレンド（回帰直線）を求める
2. それぞれの直線を介入期に投射した補助線を引く
3. 補助線をレベルとトレンドの標準偏差の25%分（下に）ずらして投射（これによって保守的な判断となる）
4. 介入の有効性を判断するために、二つの補助線を下回る介入期のデータ数と介入期の全データ数をカウント
5. Fisherの基準で有効性を判断

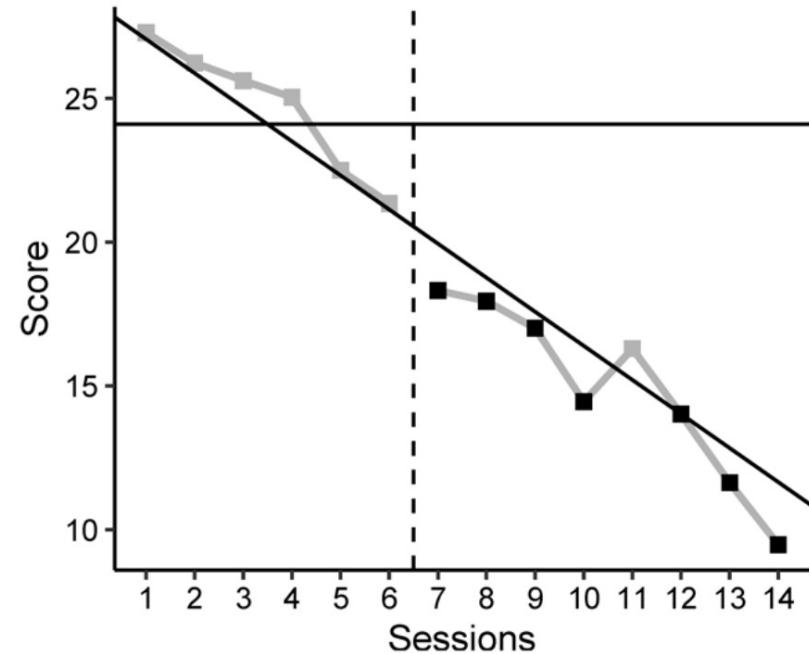


介入セッション数=8
介入期で補助線を
下回るデータ数 = 7

- Fisherの基準

Treatment phase	Needed above both criterion lines
5	5
6	6
7	6
8	7
9	8
10	8
11	9
12	9
13	10
14	11
15	12
16	12
17	12
18	13
19	13
20	14
21	14
22	15
23	15

今回の場合、
介入セッション数8の時に
補助線を越えるデータが7
以上なので有効



介入セッション数=8
介入期で補助線を
下回るデータ数 = 7

- CDC はデータの変動性が考慮されていない
データ数が少ない場合、外れ値の影響を強い
- 即時効果と漸進・遅延効果が不分別

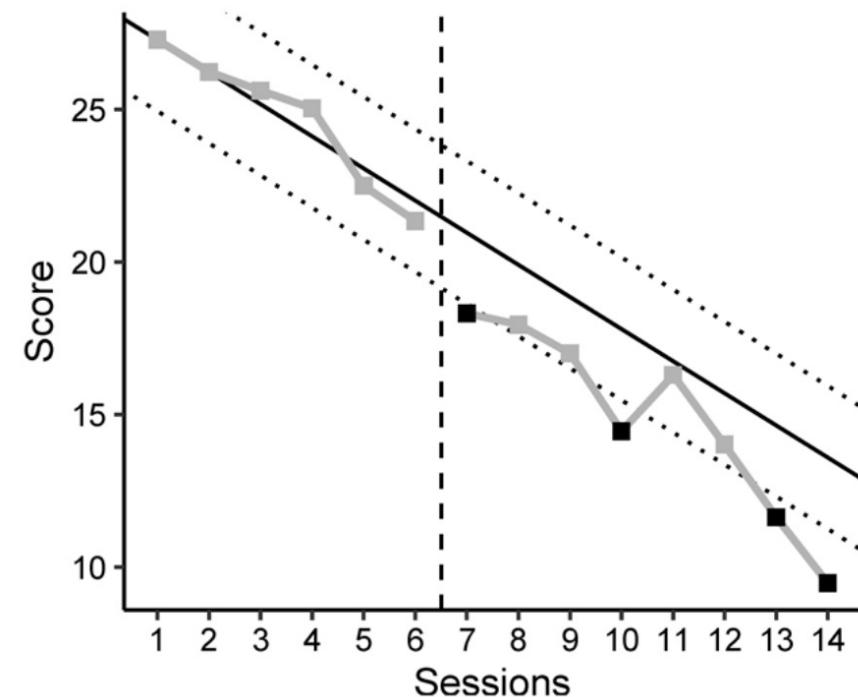
→視覚補助による客観的ルール

Visual aid Implying An Objective Rule (**VAIOR**: Manolov & Vannest, 2019)

1. ベースライン期の回帰直線と絶対偏差の中央値からトレンドの変動幅を算出し、介入期に投射

2. 分析の焦点を選定

- 即時的效果
- 漸進的または遅延的效果
- 全体的效果



- 即時効果 or 漸進的または遅延的な効果：

介入期の最初 or 最後の3セッションの全てのデータが変動幅を下回る場合に介入が有効だと判断する。

- 全データを用いて分析する場合：

- a. ベースライン期で変動幅を越えるデータ数がベースライン期の全データ数に占める割合を求める
- b. その割合の2倍を基準として定める。
- c. 介入期の全データ数に占める介入期に変動幅を下回るデータ数の割合を求める
- d. cがbを上回れば有効だと判断する。

即時 or 遅延効果：

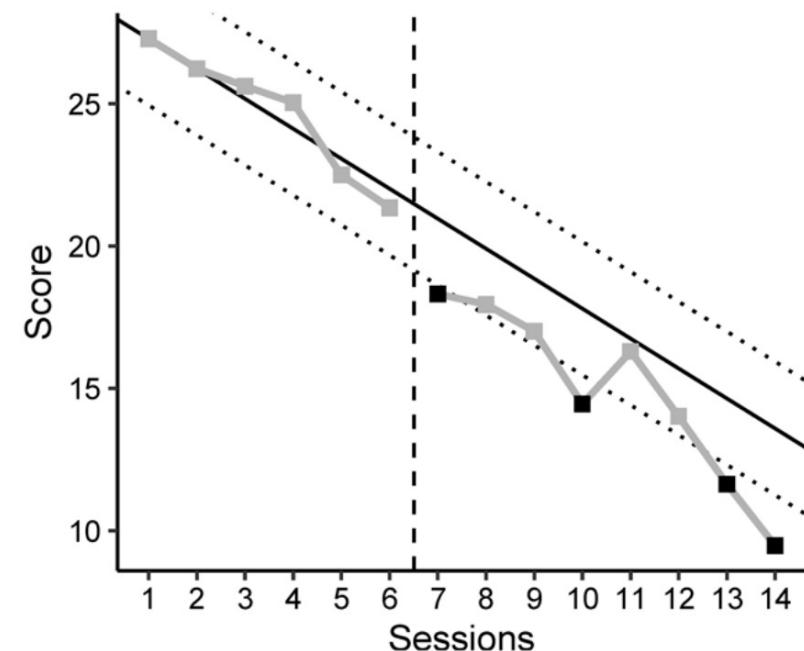
最初or最後の3セッションに
変動幅内のデータあり

→ 介入が有効という判断は保留

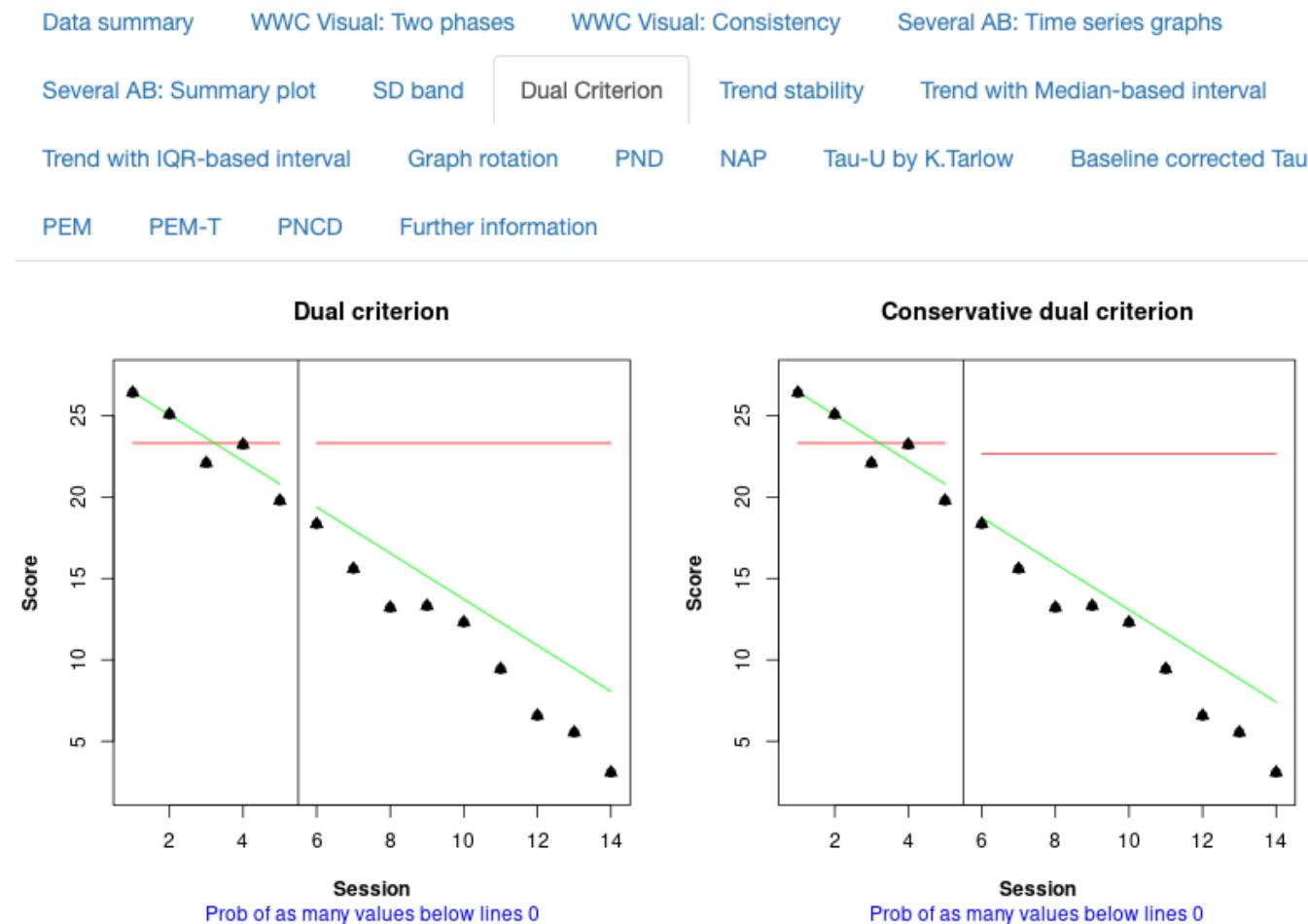
データ全体で分析する場合：

ベースライン期で変動幅を越える
データなし、介入期で変動幅を下
回るデータが複数

→ 介入は有効だと判断



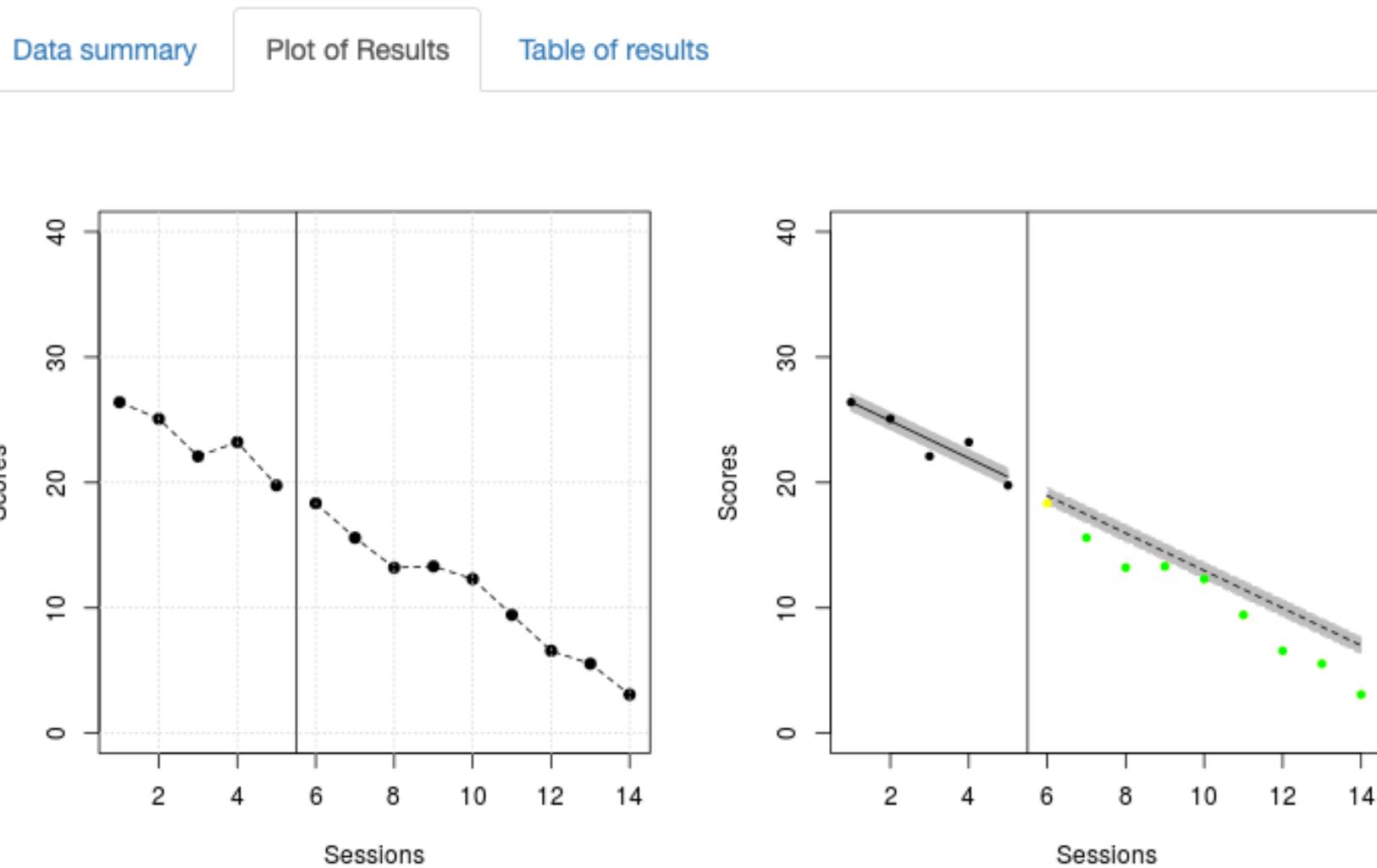
<https://manolov.shinyapps.io/Overlap/>



演習：R（のウェブアプリ）でVAIOR

55

<https://manolov.shinyapps.io/TrendMAD/>



演習補足資料: <https://ytake2.github.io/JABCT2022/jabct2022.html>

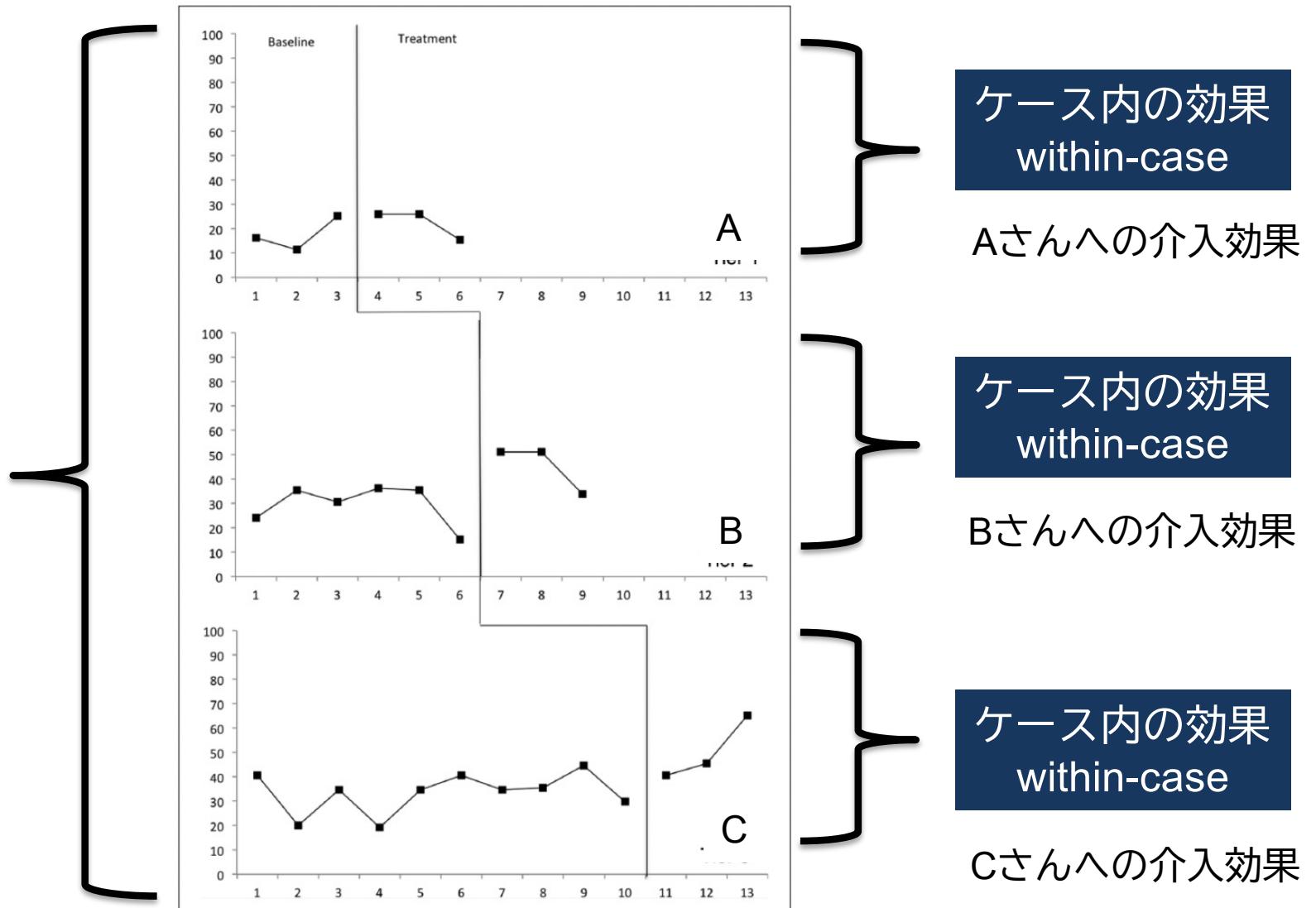
SCEDの効果指標

ケース間 vs ケース内

57

ケース間の効果
Between-case
or
Across-case

参加者の個人差を
越えた介入の効果



どんな指標あるの？

ケース間の効果指標

マルチレベルモデル (HLM)

ケース内の効果指標

パラメトリック： LRR / SMD, ピースワイズ回帰分析

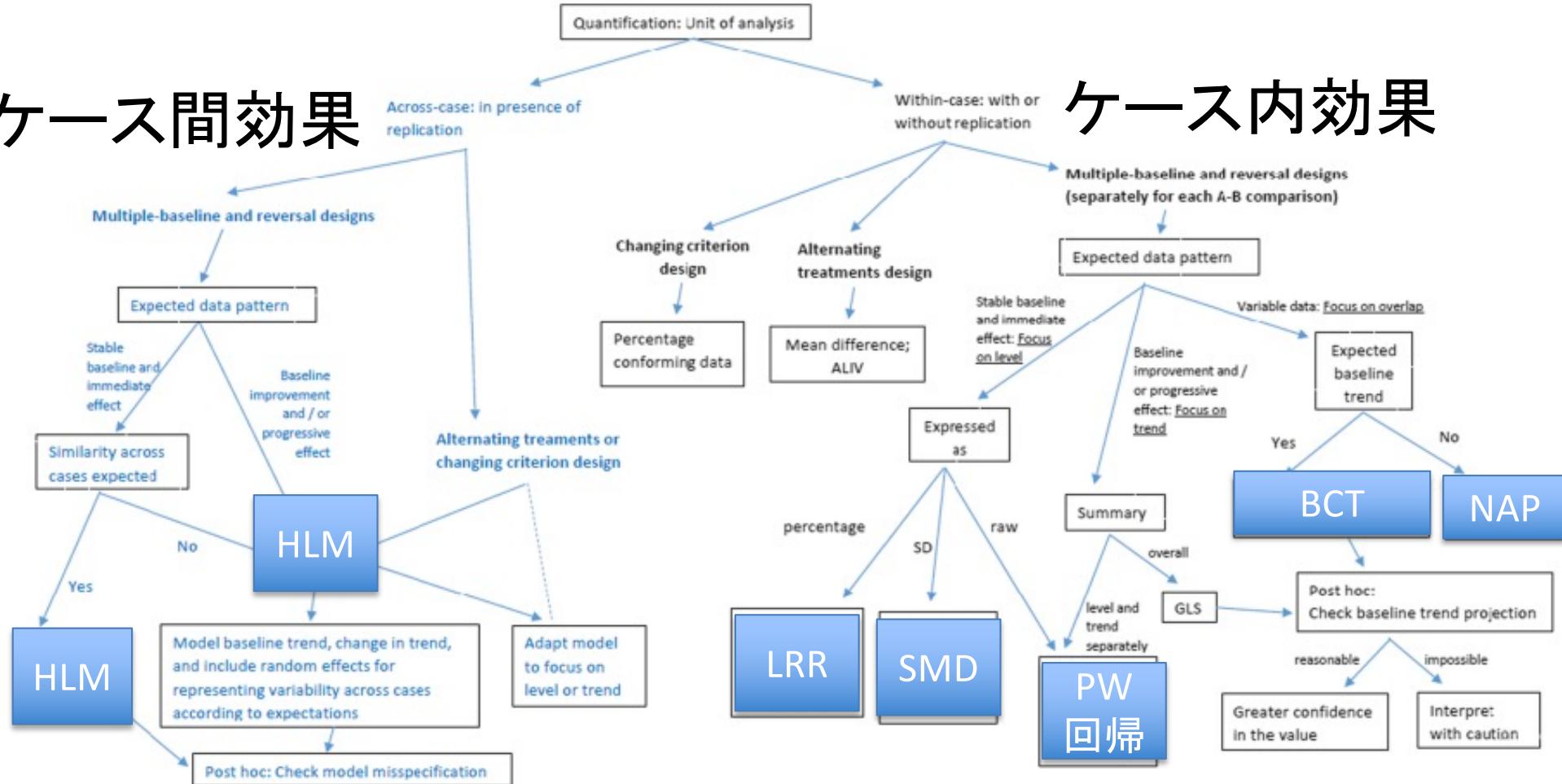
非重複率系： NAP, BCT / TAU-U

解析法選択フローチャート

59

ケース間効果

ケース内効果



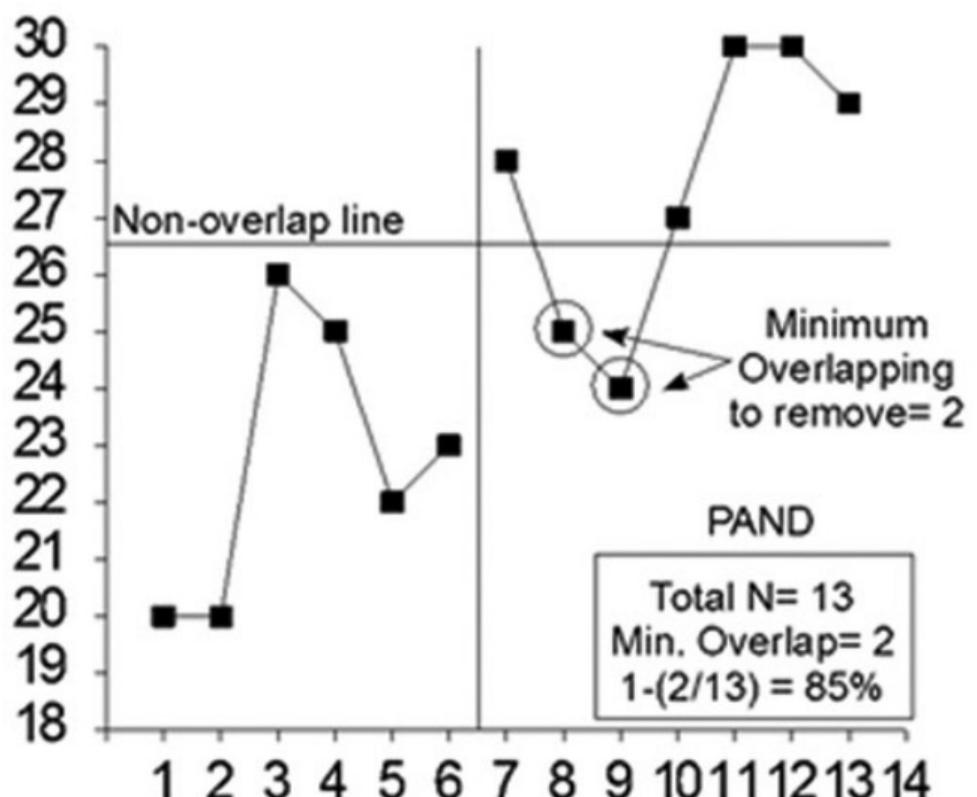
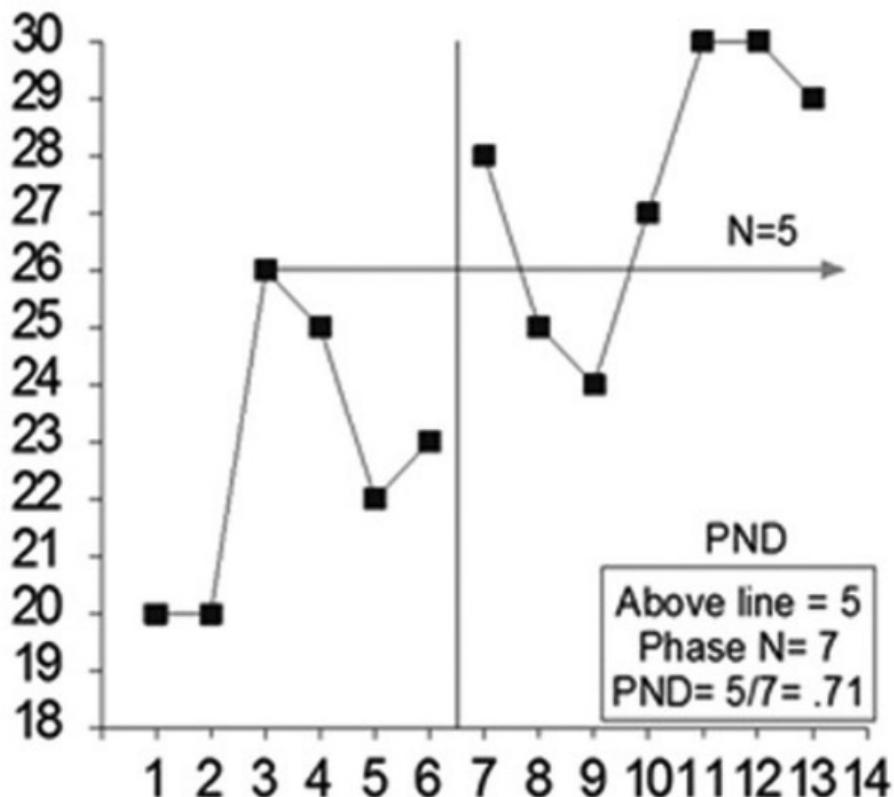
ケース内効果指標

60

非重複率系	パラメトリック系
PND	SMD
PAND	LRR
PEM	
NAP	
Tau	
Tau-U	

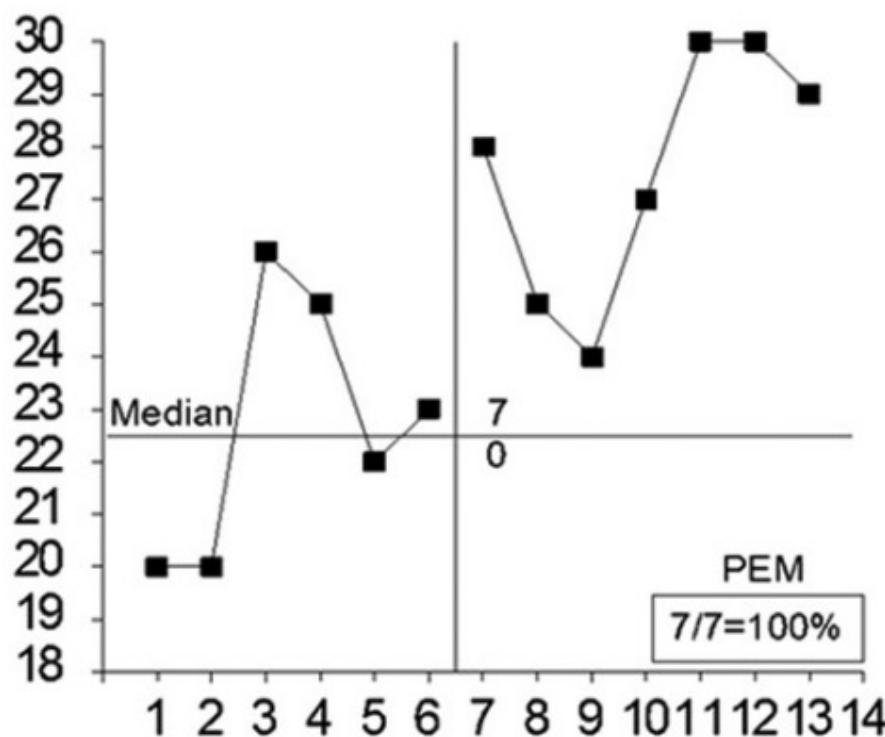
非重複率系指標 (non-overlap measures) 61

- PND (percentage of nonoverlapping data)
- PAND (percentage of all nonoverlapping data)

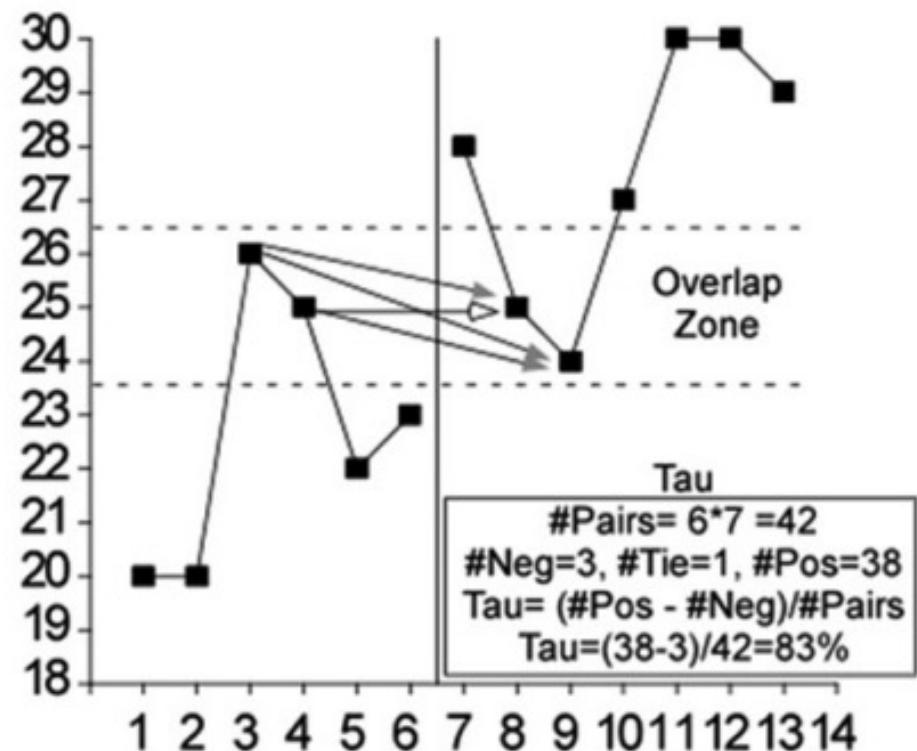
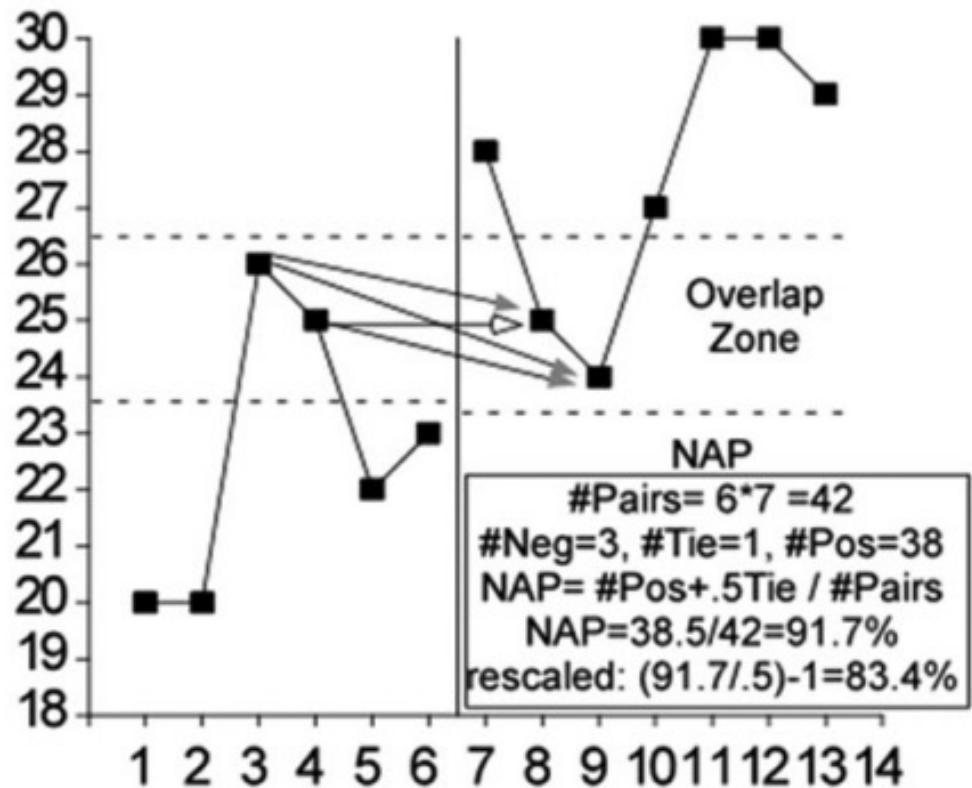


非重複率系指標 (non-overlap measures) 62

- PEM (percentage of Phase B exceeding the Phase A median)

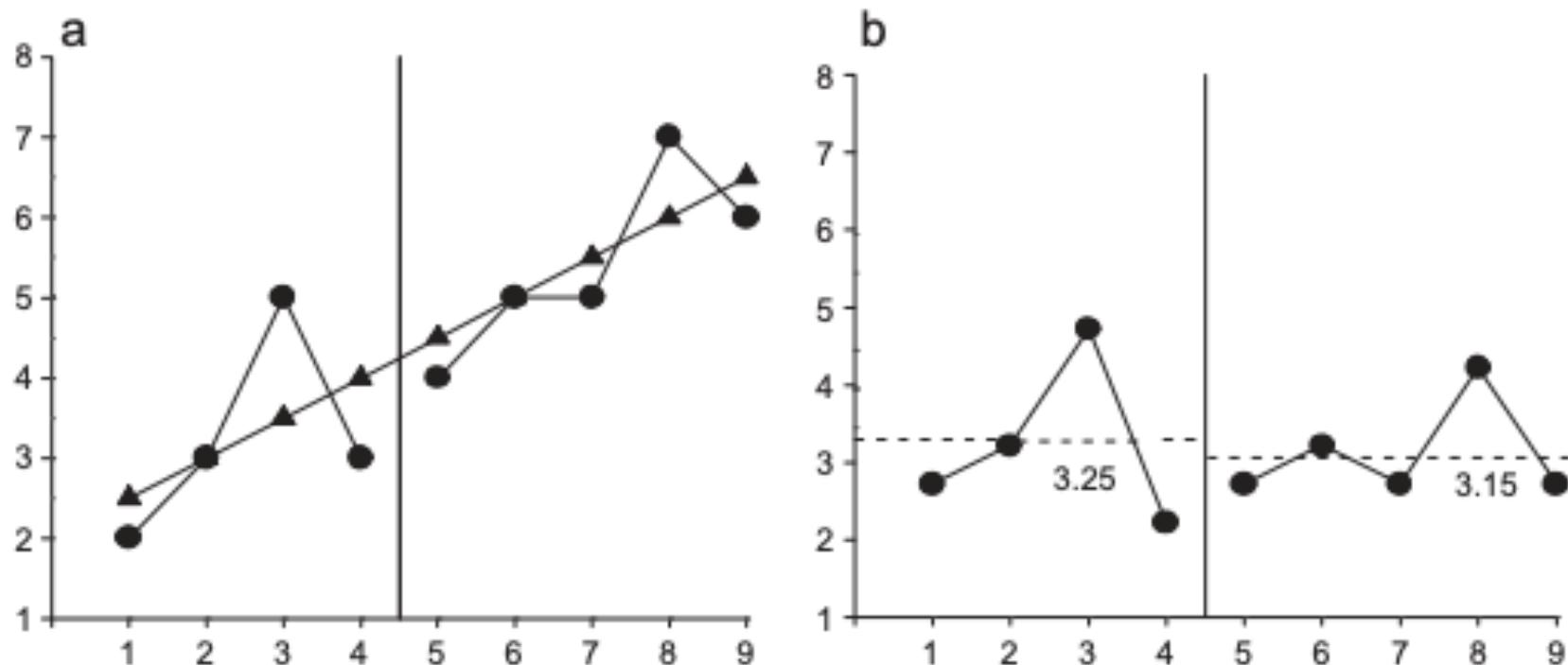


- NAP (nonoverlap of all pairs)
- Tau (Kendall's tau)



- SCED研究115 件をメタ分析
 - 平均的にどれくらいデータにトレンドがあるか？
 - ベースライン期：平均0.32
 - 介入期：平均0.43
- 基本的にトレンドがあることを前提として、トレンドを考慮可能な指標を選択するのが、望ましい

- Tau-U $Tau-U = Tau + \text{介入トレンド} - \text{ベースライントレンド}$



非重複率系 (non-overlap measures)

66

- Tau-U : Tau + B_{trend} - A_{trend}

	pos	neg	all pair	Tau
Tau	17	1	20	.80
B	8	1	10	.70
A	4	1	6	.50
Tau+B	25	2	30	.77
Tau+B-A	21	1	36	.56

+ = pos, - = neg, T=tie

	B		A	
TAU				
	6 7 5 5 4		3 5 3 2	
2	+ + + + +		+ + + 0	
3	+ + + + +		T + 0	
5	+ + T T -		- 0	
3	+ + + + +		0	
4	+ + + + 0		A _{trend}	
5	+ + T 0			
B	5	+ + 0		
7	- 0			
6	0		B _{trend}	

Tau-Uの問題を克服する新たな指標として推奨されている

- トレンドのコントロールをしているけど弱い
- Type Iエラーの増加への懸念

Behavior Modification

3.368
5-Year Impact
Journal Index

An Improved Rank Correlation Effect Size Statistic for Single-Case Designs: Baseline Corrected Tau

Kevin R. Tarlow

First Published November 9, 2016 | Research Article | [Find in PubMed](#) | 

<https://doi.org/10.1177/0145445516676750>

[Article information](#) ▾

Baseline Corrected Tau Calculator

The Baseline Corrected Tau single-case effect size was developed to address time series (AB) data. This statistic uses nonparametric methods which are effective and serial dependency.

Baseline Corrected Tau uses a two-step process to estimate an effect size for baseline trend. First, the baseline trend is estimated and (if necessary) corrected using Kendall's Tau rank correlation coefficient. If a significant baseline trend is present, baseline trend may be corrected across phases using the Theil-Sen estimator, which is based on Tau. Second, an effect size is calculated by comparing the A phase and B phase data. The effect size is calculated for each variable (A phase = 0, B phase = 1) and either the original or corrected data.

To use the calculator, begin by entering the A phase and B phase data below. A recommendation will be made regarding whether or not to correct for baseline trend.

PHASE A (BASELINE)	PHASE B (TREATMENT)
2	7
3	9
4	11
5	13
6	15

ウェブアプリや
Rのパッケージあり

<http://ktarlow.com/stats/tau/>

Tarlow, K. R. (2017). An improved rank correlation effect size statistic for single-case designs: Baseline corrected Tau. *Behavior modification*, 41(4), 427-467.

非重複率系の効果の目安

68

Table 1 SCED の効果指標の解釈基準

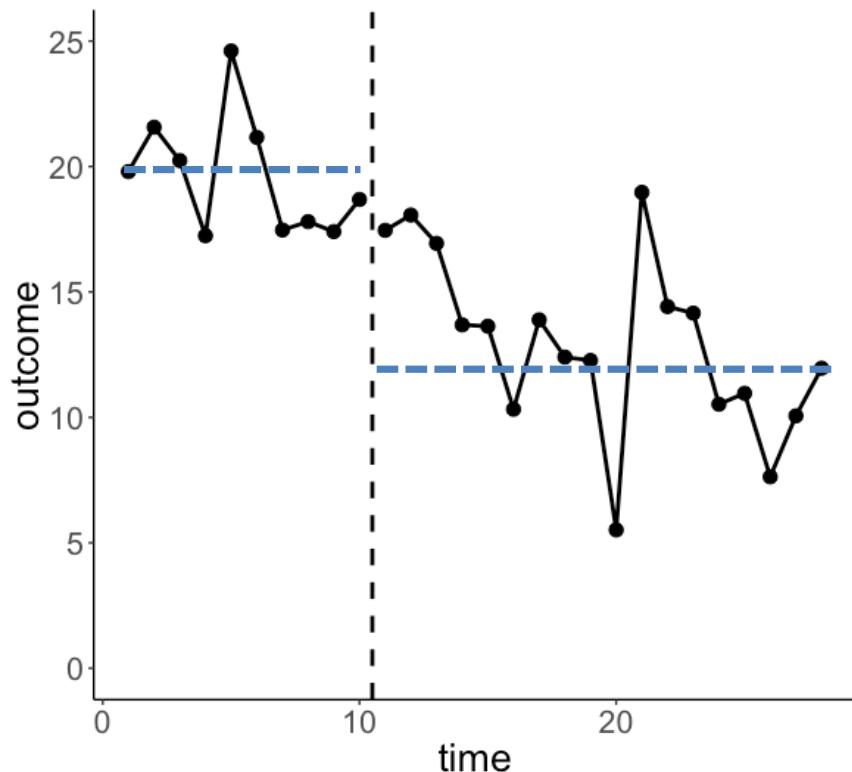
	小さな変化 (効果がない)	適度な変化 (効果が疑わしい)	大きな変化 (効果的)	非常に大きな変化 (とても効果的)	基準の提唱者
PND	<50%	~70%	~90%	≥90%	Scruggs et al (1987) ¹³⁾
Tau-U	0~20%	~60%	~80%	~100%	Ninci et al (2015) ⁹⁾
	小さな効果	中程度の効果	大きな効果		基準の提唱者
PEM	<70%	~90%	≥90%		Scruggs et al (1987) ¹³⁾
IRD	<50%	~70%	≥70%		Parker et al (2009) ¹²⁾
NAP	<65%	~92%	~100%		Parker et al (2009) ¹²⁾

PND : Percentage of Nonoverlapping Data, PEM : Percentage of phase B Exceeding the phase A Median,

IRD : Robust Improvement Rate Difference, NAP : Nonoverlap of All Pairs

これらはあくまで参考となる先行知見がない状況における目安であり、特定のアウトカムや特定の対象ごとに、実証データの蓄積を踏まえて適切な基準を細やかに設定し解釈基準を設定していく必要がある。

- SMD：標準化平均値差



平均A=20 平均B=12
ベースラインのSD 3.20
フェーズ間の差=8

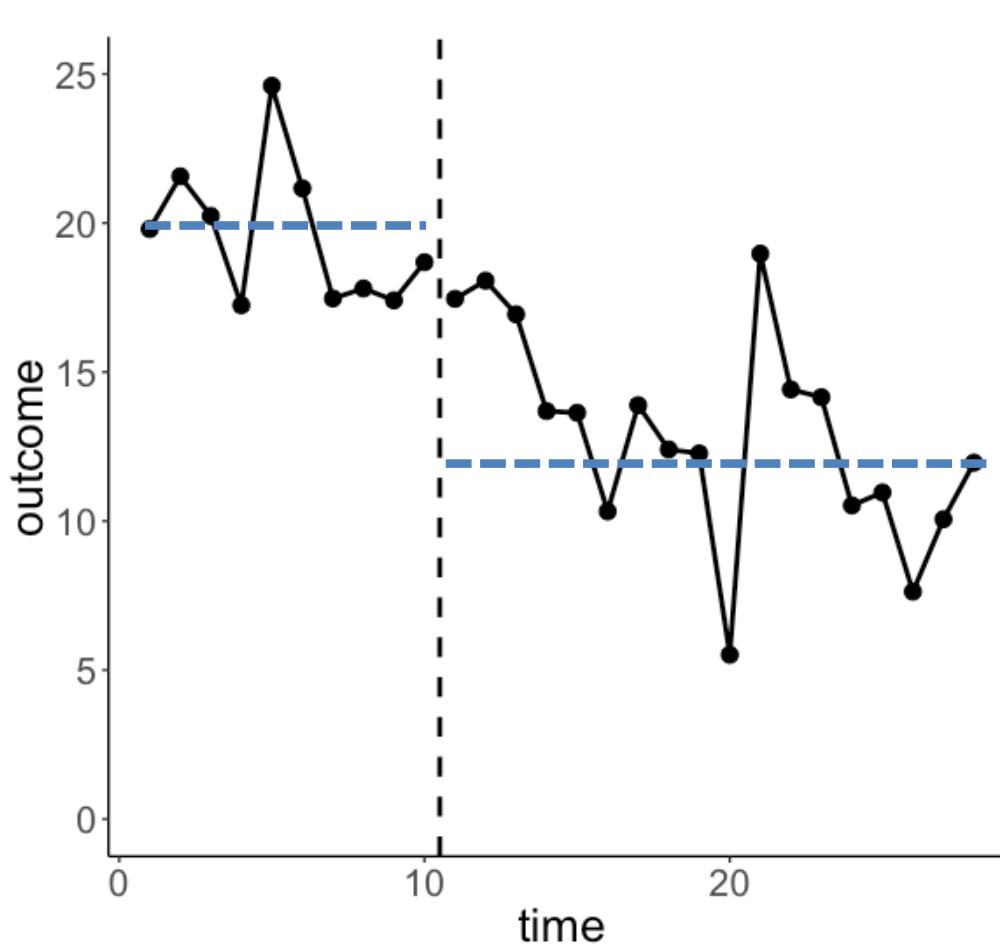
$$d = \left(1 - \frac{3}{4m - 5}\right) \frac{\bar{y}_B - \bar{y}_A}{S_A}$$

S_A ：ベースラインの標準偏差
 m ：ベースラインの時点数

$$d = \left(1 - \frac{3}{4 * 10 - 5}\right) \frac{8}{3.20} = 2.28$$

効果が漸進型 or 遅延型であるなら、介入期の最後の3セッションの平均をベースラインと比較するのも有効

- LRR



$$\text{LRR} = \log \left(\frac{\bar{y}_B}{\bar{y}_A} \right)$$

$$\text{LRR} = \log \left(\frac{12}{20} \right) = \log(0.6) = -0.51$$

$$\% \text{ change} = (\exp(\text{LRR}) - 1) * 100 = 40$$

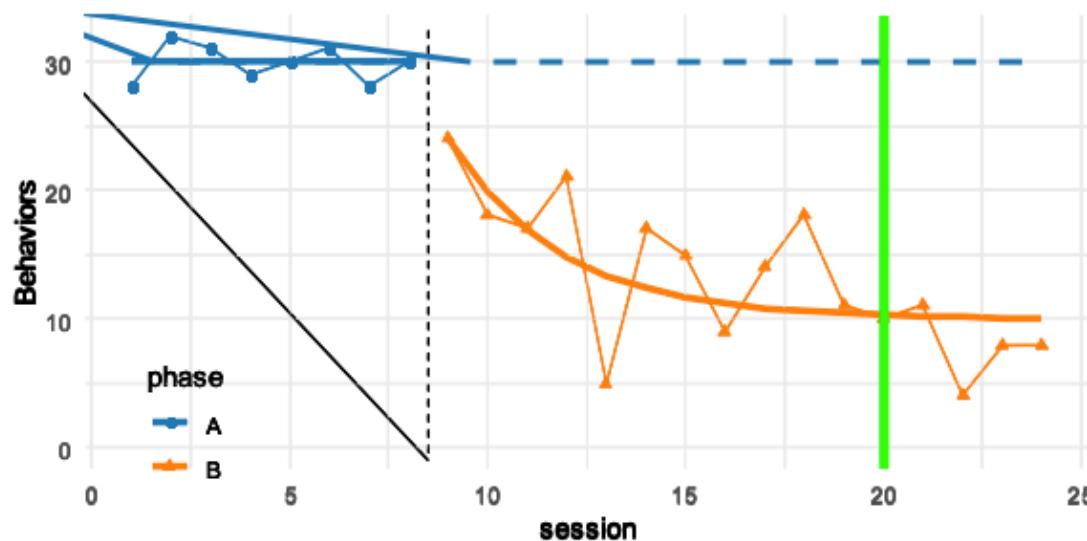
ベースラインと比べて40%の改善

- Gradualな変化対応版 LRR

Non-linear models for gradual effects

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1(1 - \omega^{U_i})$$

where U_i is cumulative number of treatment sessions



演習：ケース内効果指標の算出

73

- ・ シングルケースデザインの代表的な効果指標のウェブアプリケーション

<https://jepusto.shinyapps.io/SCD-effect-sizes/>

Single-case effect size calculator About Single-Series Calculator Multiple-Series Calculator

Data Variables Plot Estimate Syntax for R

Select Effect Sizes

Non-Overlap Effect Sizes

IRD NAP PAND PEM
 PND Tau Tau-BC Tau-U

Parametric Effect Sizes

LOR LRRd LRRi LRM
 SMD

Choose a method for calculating Tau index

Tau (non-overlap)
 Kendall rank correlation

Use baseline trend test for Tau-BC?

Always adjusting for baseline trend
 Pretest for baseline trend, adjust if significant

Convert LRR to % change

Case_pseudonym	ES	Est	SE	CI_lower	CI_upper	baseline_SD
Period 1	Tau	1.00	0.09	1.00	1.00	-
Period 1	LRRd	-0.81	0.20	-1.19	-0.42	-
Period 1	SMD	2.75	0.94	0.91	4.60	1.63
Period 1	Tau-BC	1.00	0.09	1.00	1.00	-
Period 2	Tau	0.54	0.31	-0.14	0.86	-
Period 2	LRRd	-0.61	0.35	-1.29	0.07	-
Period 2	SMD	1.21	0.65	-0.06	2.48	5.58
Period 2	Tau-BC	0.83	0.17	0.15	0.97	-
Period 3	Tau	0.83	0.17	0.14	0.97	-
Period 3	LRRd	-0.75	0.35	-1.44	-0.06	-
Period 3	SMD	2.89	1.08	0.76	5.01	2.33
Period 3	Tau-BC	0.78	0.22	0.07	0.96	-

Download results

演習補足資料: <https://ytake2.github.io/JABCT2022/jabct2022.html>

演習：ケース内効果指標の算出

74

- Gradualな変化対応版 LRRのウェブアプリケーション

<https://jepusto.shinyapps.io/gem-scd/>

The default values are for Participant 1 from Thorne and Kamps (2008). Click "Estimate Model" without entering your own values to see example output.

Treatment Assignment

0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1

Outcome

16.93 18.47 24.03 6.84 10.47 4.70 5.77

m (# of treatment sessions)

10

Transform percent to proportion?
(Necessary for binomial or quasi-binomial link)

Modeling

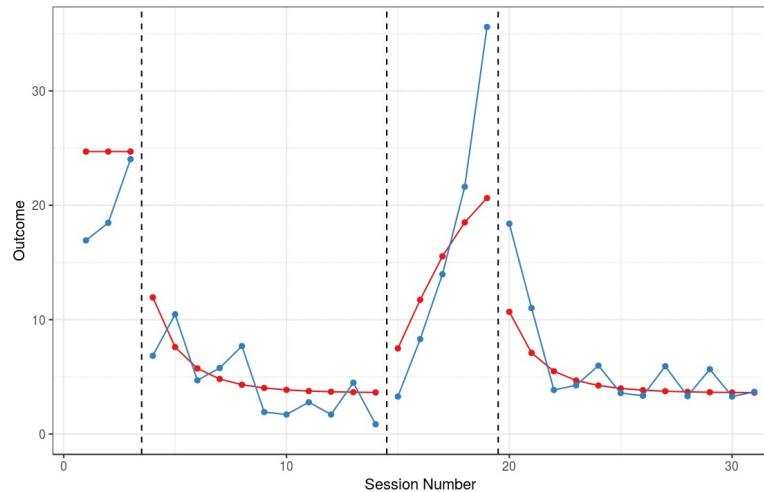
Variance Function

quasi-Poisson

Link Function

log

Estimate Model



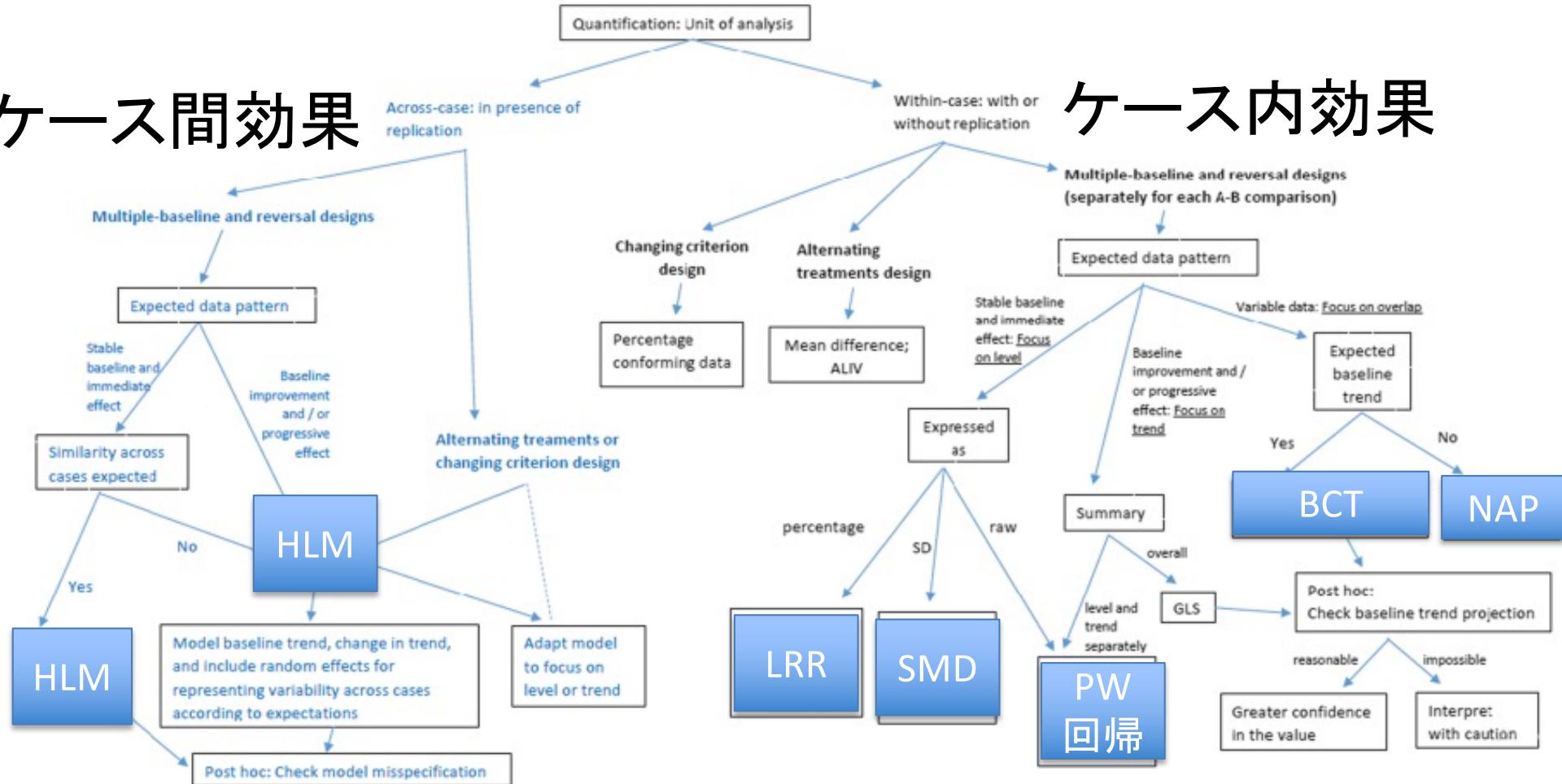
効果量の選び方

解析法選択フローチャート

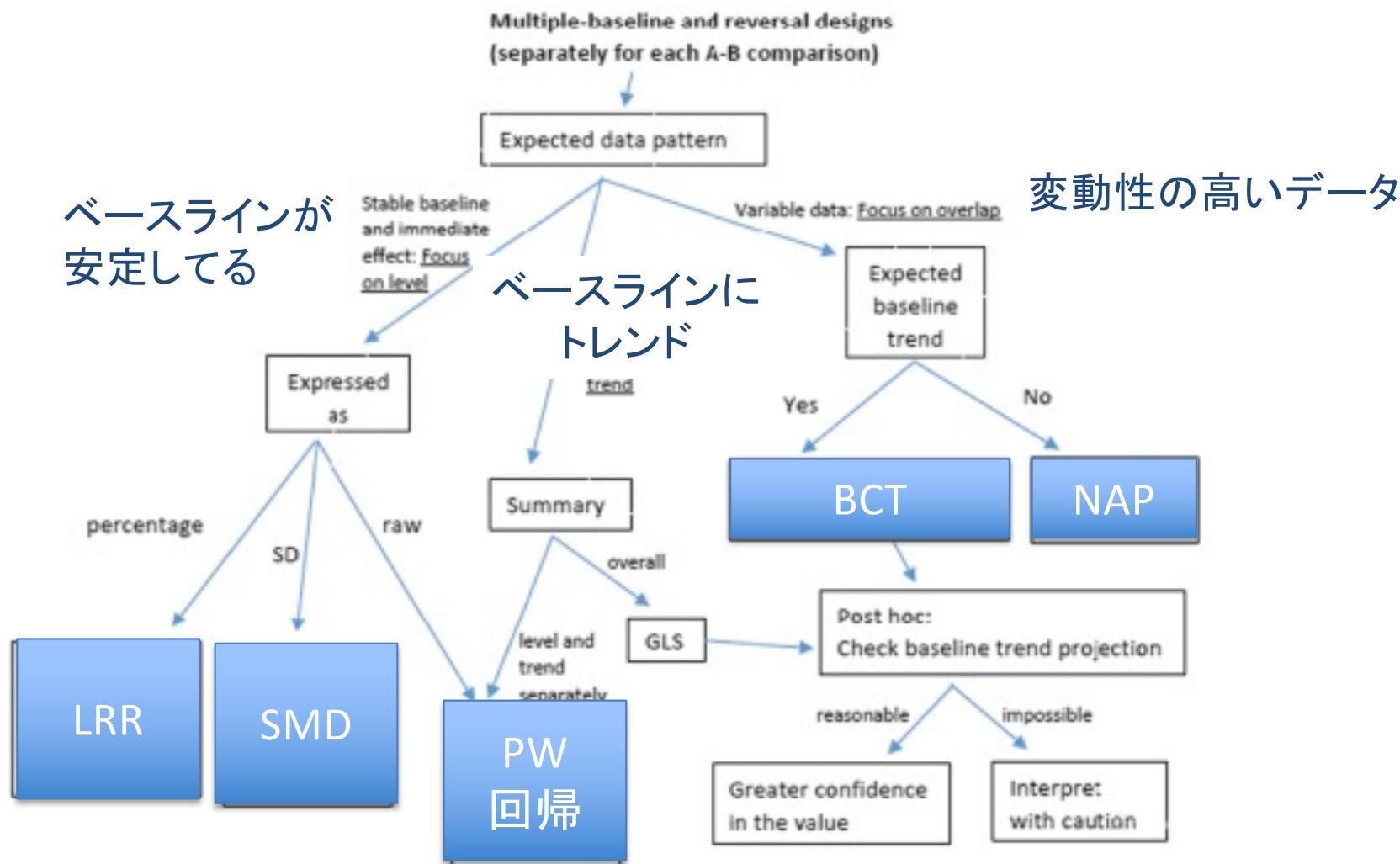
76

ケース間効果

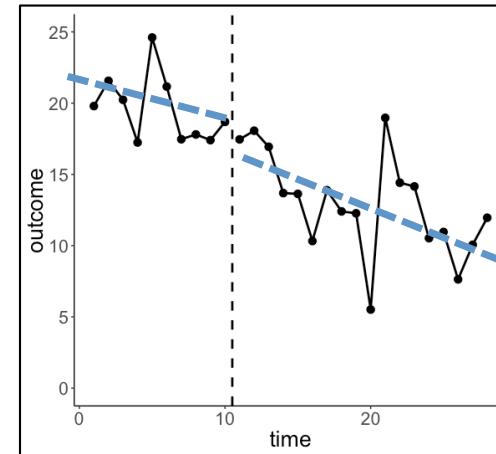
ケース内効果



ケース内効果指標フローチャート 77



データのパターンに適した
統計量を選択する



		ベースライントレンド	
		なし	あり
データの変動性	高	NAP	BCT TAU-U
	重複度に焦点	LRR SMD	PW回帰
平均差や傾きの差に焦点			

データの変動性

A line graph with 'outcome' on the y-axis (0 to 25) and 'time' on the x-axis (0 to 25). A solid black line with circular markers shows a highly variable but generally decreasing pattern. Two horizontal dashed blue lines represent a range around a step function trend. A vertical dashed line is drawn at time approximately 11.

time	outcome
0	18
2	20
4	19
6	18
8	18
10	18
12	18
14	18
16	18
18	18
20	6
22	18
24	18
26	18
28	18
30	18
32	18
34	18
36	18
38	18
40	18

304件のSCD研究のデータ/平均自己相関 = .46

- **指標間の相関**

1. SMD、LRR、Tau-Uは高い相関 ($r = .49 - .80$)
2. NAP、IRD、PNDは高い相関 ($r = .81 - .88$)
3. 1と2は弱 or 無相関 ($r = .04 - .17$)

- **指標と自己相関との相関**

1. **SMD、LRR、Tau-Uは低い** ($r = .17 - .23$)
2. NAP、IRD、PNDは高い ($r = .54 - .62$)

ベースライン数、介入セッション数、測定回数によるバイアスはLRRが他の指標より少ない

Procedural sensitivities of effect sizes for single-case designs

Parameter	Levels
Prevalence	0.2, 0.5, 0.8
Incidence (per min)	1, 2
Change (% decrease)	0%, 50%, 80%
Session length (min)	5, 10, 15, 20
Sessions in the baseline phase	5, 10, 15, 20
Sessions in the treatment phase	5, 10, 15, 20
Recording system	CR, MTS (10, 20, 30 s), PIR (10, 20, 30 s)

CR = continuous recording; MTS = momentary time sampling; PIR = partial interval recording.

Behavior	Number of base-line sessions		Number of treatment sessions		Observation session length		Recording system	
	State	Event	State	Event	State	Event	State	Event
PND	X	X	-	-	X	X	X	-
PAND	X	X	X	X	X	X	X	-
RIRD	X	X	X	X	X	X	X	-
NAP	-	-	-	-	X	X	X	-
PEM	-	-	-	-	X	X	X	-
SMD	-	-	-	-	X	X	X	X
LRR	-	-	-	-	-	-	X	X

"X" indicates that an effect size is sensitive to a procedural factor. PND = percentage of non-overlapping data; PEM = percentage exceeding the median; PAND = percentage of all non-overlapping data; RIRD = robust improvement rate difference; NAP = non-overlap of all pairs; SMD = bias-corrected standardized mean difference; LRR = bias-corrected log response ratio.

モンテカルロシミュレーション

Pustejovsky, J. E. (2019). Procedural sensitivities of effect sizes for single-case designs with directly observed behavioral outcome measures. *Psychological Methods*, 24(2), 217.

- ベースライン期にトレンドがない場合
→ Tau
- ベースライン期にトレンドがありベースライン期のセッション数が 5 以下の場合
→ Tau-U
- ベースライン期にトレンドがありベースライン期のセッション数が 5 以上の場合
→ BC –Tau

効果量の統合

- ・メタ分析的に個々の推定値と標準誤差を利用し参加者内効果量を統合
 - SMD, LRR, TAU
- ・マルチレベルモデルで統合
 - PHS標準化効果量

- 効果量を出すアプリで標準誤差も算出される
- 出力をダウンロード
- はじめからSingleCaseESパッケージを使ってRで出力を得てもOK

<https://jepusto.shinyapps.io/SCD-effect-sizes/>

Single-case effect size calculator About Single-Series Calculator Multiple-Series Calculator

Data Variables Plot Estimate Syntax for R

Select Effect Sizes

Non-Overlap Effect Sizes

IRD NAP PAND PEM
 PND Tau Tau-BC Tau-U

Parametric Effect Sizes

LOR LRRd LRri LRM
 SMD

Choose a method for calculating Tau index

Tau (non-overlap)
 Kendall rank correlation

Use baseline trend test for Tau-BC?

Always adjusting for baseline trend
 Pretest for baseline trend; adjust if significant

Convert LRR to % change

Case_pseudonym	ES	Est	SE	CI_lower	CI_upper	baseline_SD
Period 1	Tau	1.00	0.09	1.00	1.00	-
Period 1	LRRd	-0.81	0.20	-1.19	-0.42	-
Period 1	SMD	2.75	0.94	0.91	4.60	1.63
Period 1	Tau-BC	1.00	0.09	1.00	1.00	-
Period 2	Tau	0.54	0.31	-0.14	0.86	-
Period 2	LRRd	-0.61	0.35	-1.29	0.07	-
Period 2	SMD	1.21	0.65	-0.06	2.48	5.58
Period 2	Tau-BC	0.83	0.17	0.15	0.97	-
Period 3	Tau	0.83	0.17	0.14	0.97	-
Period 3	LRRd	-0.75	0.35	-1.44	-0.06	-
Period 3	SMD	2.89	1.08	0.76	5.01	2.33
Period 3	Tau-BC	0.78	0.22	0.07	0.96	-

Download results

- metafor パッケージ

```
# 变量効果モデルで統合
```

yiに推定値, seiに標準誤差を指定

```
res<-rma.uni(yi=yi, sei=se, data=estDat,  
               slab=paste(Case, sep=", "),  
               method="REML")
```

```
# フォレストプロットの描画
```

```
forest.rma(res)
```

- HLMによるケース間の標準化平均値差を算出
 - R上でも動かせる
 - 多層ベースライン, $(AB)^k$ デザインに対応
 - 信頼区間も算出
 - HLMによる柔軟なモデリングが可能
- <https://jepusto.shinyapps.io/scdhlm/>

Between-case standardized mean difference estimator

scdhlm Load Inspect Model Effect size

About

Accessing scdhlm
References Example data

scdhlm
Version 0.3.2 (2017-03-24)
Designed and built by James E. Pustejovsky

- pusto@austin.utexas.edu
- <http://jepusto.github.io>

Source code available on [Github](#)

Your comments, suggestions, and feedback are welcome.

Suggested citation
Pustejovsky, James E. (2016). scdhlm: A web-based calculator for between-case standardized mean differences (Version 0.3.1) [Web application]. Retrieved from: <https://jepusto.shinyapps.io/scdhlm>

Tutorial paper
Valentine, J. C., Tanner-Smith, E. E., & Pustejovsky, J. E. (2016). *Between-case standardized mean difference effect sizes for single-case designs: A primer and tutorial using the scdhlm web application*. Oslo, Norway: The Campbell Collaboration. DOI: 10.4073/cmpn.2016.3

1. 単一事例実験の結果を、他の群間比較デザインの結果の解釈で慣れ親しんでいる効果量、信頼区間に基づいて解釈できる。
2. 同じリサーチクエスチョンを持つ個々の単一事例実験の結果を統合できる。
3. 無作為化比較試験のような群間比較試験の結果と単一事例実験の結果を比較できる。
4. 単一事例実験の結果と他の群間比較デザインの知見を統合できる。

参加者間標準化平均値差

88

群間比較研究 (RCTなど)の標準化平均値差 (δ_{BC})

$$\delta_{BC} =$$

治療を受けた場合の
アウトカムの平均

—
治療を受けてない場合の
アウトカムの平均

治療を受けてない場合のアウトカムの標準偏差

$$=$$

治療を受けた場合の
アウトカムの平均

—
治療を受けてない場合の
アウトカムの平均

$\sqrt{\text{参加者内分散} + \text{参加者間分散}}$

1事例研究では少なくとも3名以上のデータに
マルチレベルの折れ線回帰モデルを適用してパラメータを推定する

個人データの折れ線回帰モデル 89

$$Y_j(T) = \beta_0 + \beta_1 * 1(j > T) + \beta_2 * (j - C) + \beta_3 * (j - T) * 1(j > T) + \varepsilon_j$$

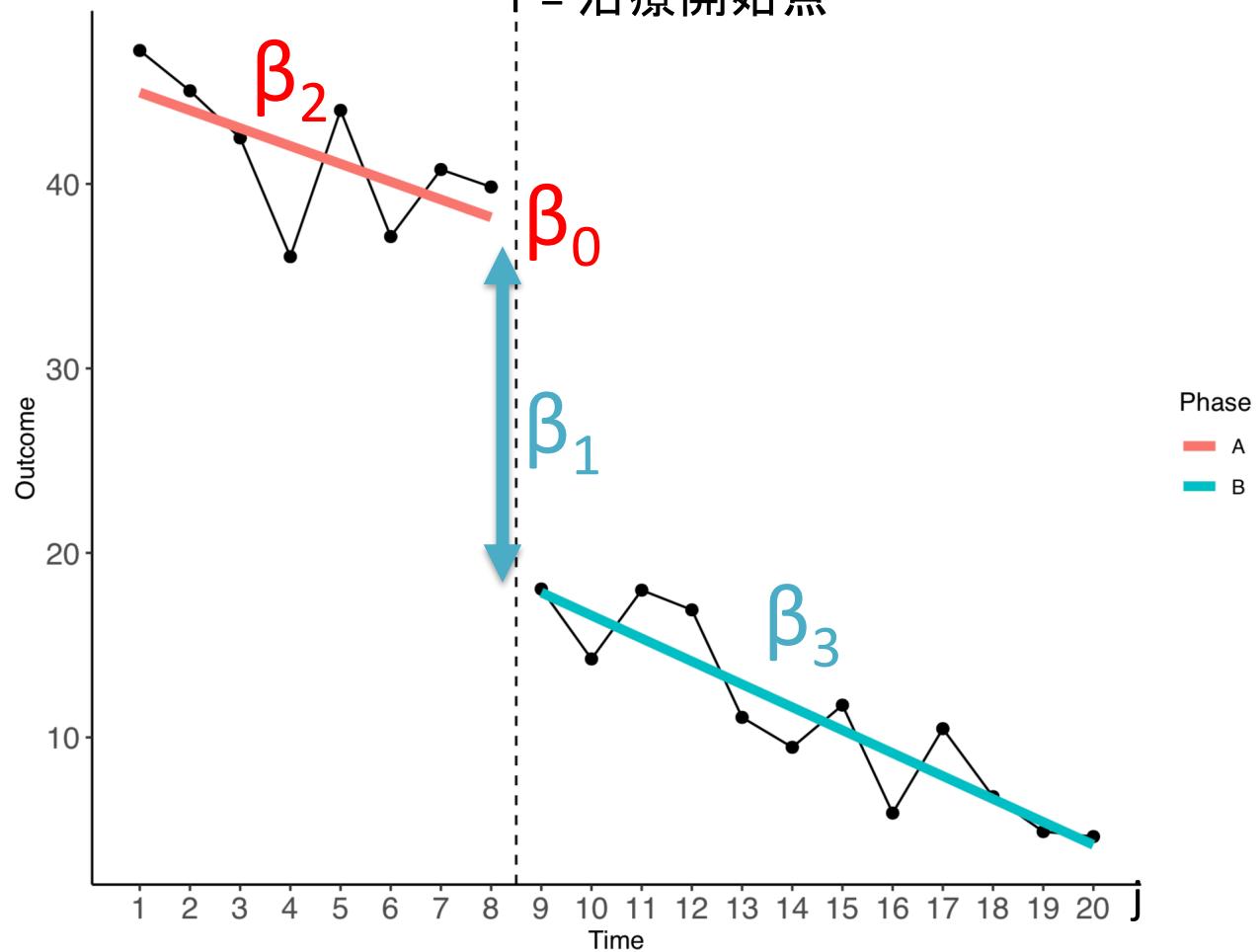
β_0 = ベースラインの切片

β_2 = ベースラインの傾き

β_1 = 介入フェーズの切片

β_3 = 介入フェーズの傾き

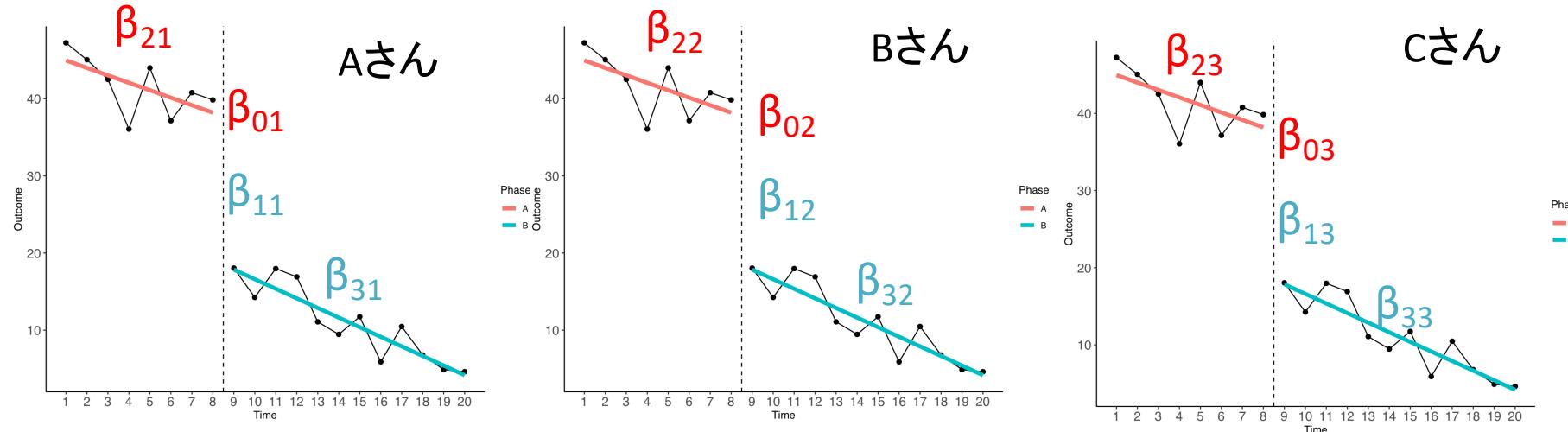
C = 中心化点
 T = 治療開始点



ベースライン期と介入フェーズそれぞれで異なる回帰直線を引くイメージ

マルチレベル折れ線回帰モデル 90

$$Y_{ij}(T) = \beta_{0i} + \beta_{1i} * 1(j > T_i) + \beta_{2i} * (j - C) + \beta_{3i} * (j - T_i) * 1(j > T_i) + \varepsilon_{ij}$$



- 個々人について回帰モデルを当てはめるイメージで、任意のパラメータが特定の分布から生成されることを仮定する(例えば、ここでは平均と分散を仮定する正規分布から)
- 4つのパラメータのどこにばらつきを仮定するかを、データに応じて柔軟に設定可能
- 誤差(ε_{ij})には自己相関構造を仮定する

傾きを考えないモデル: Model 1 91

切片(B_{0i})だけ参加者ごとに異なる (β_{1i} は一定)

$$Y_{ij} (T) = \beta_{0i} + \beta_{1i} * 1(j > T_i) + \varepsilon_{ij}$$

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i},$$

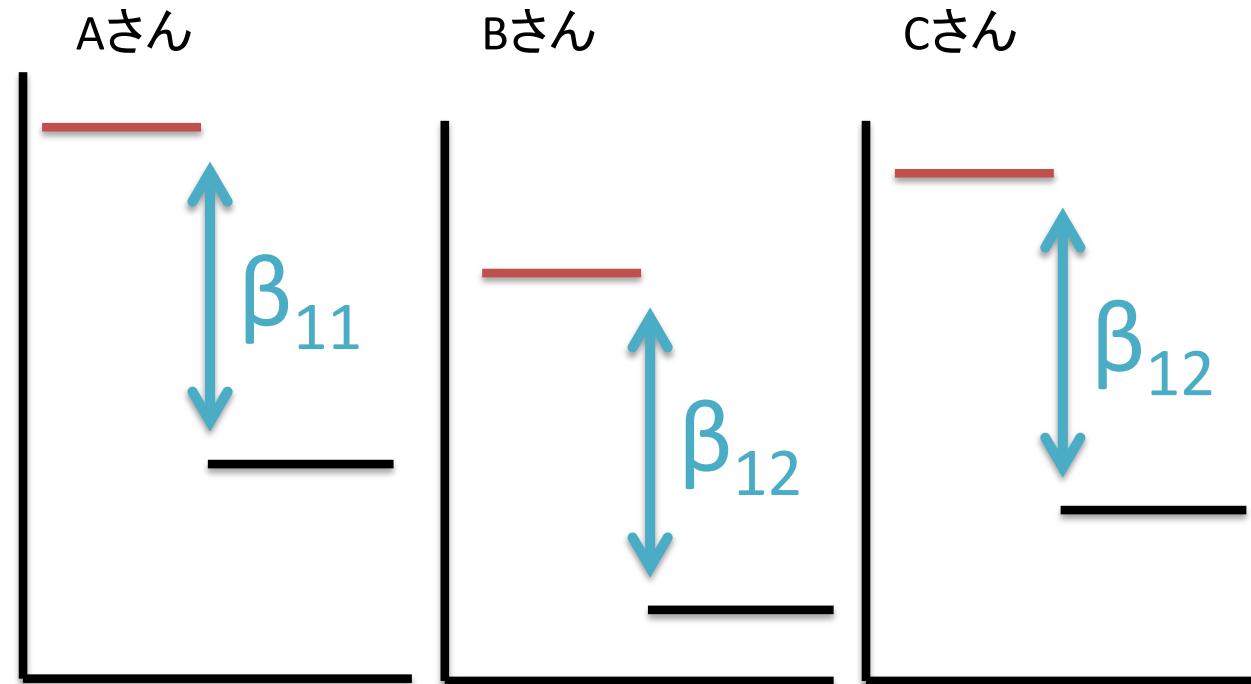
平均 分散

$$\beta_{1i} = \gamma_{10},$$

平均

$$\beta_{2i} = 0, \beta_{3i} = 0$$

Model1



傾きを考えないモデル: Model 1 92

切片(β_{0i})だけ参加者ごとに異なる (β_{1i} は一定)

$$Y_{ij} (T) = \beta_{0i} + \beta_{1i} * 1(j > T_i) + \varepsilon_{ij}$$

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i},$$

平均 分散

$$\beta_{1i} = \gamma_{10},$$

平均

$$\beta_{2i} = 0, \beta_{3i} = 0$$

個人間の分散: $\text{Var} (\eta_{0i}) = \tau_0^2$

個人内の分散, 自己相関を仮定

$$\text{Var} (\varepsilon_{ij}) = \sigma^2, \varepsilon_{i1}, \dots, \varepsilon_{in} = \text{AR}(1)$$

単一事例研究の参加者間

標準化平均値差 =

$$\frac{\gamma_{10}}{\sqrt{\tau_0^2 + \sigma^2}}$$

群間比較の標準化効果量

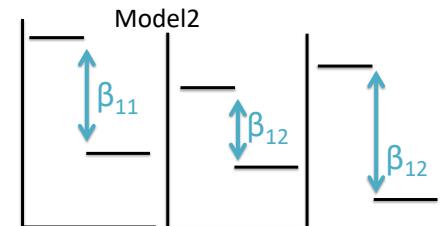
Cohen's dと等価

調整因子をかけば,
Hedge's gと等価

$$Y_{ij}(T) = \beta_{0i} + \beta_{1i} * 1(j > T_i) + \beta_{2i} * (j - C) + \beta_{3i} * (j - T_i) * 1(j > T_i) + \varepsilon_{ij}$$

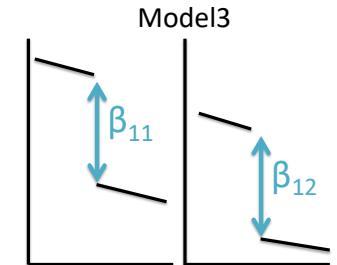
Model2 : 切片(β_{0i})も介入効果(β_{1i})も参加者ごとに異なる

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i}, \beta_{1i} = \gamma_{10} + \eta_{1i}, \beta_{2i} = 0, \beta_{3i} = 0$$



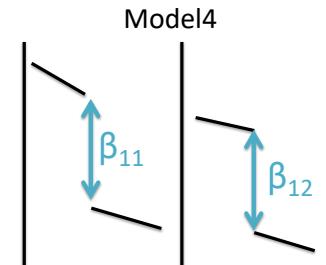
Model3 : Model1+傾き (個人間の変動はなし)

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i}, \beta_{1i} = \gamma_{10}, \beta_{2i} = \gamma_{20}, \beta_{3i} = \gamma_{30}$$



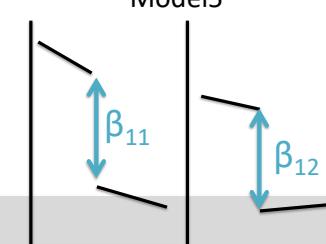
Model4 : Model3+ベースラインの傾き(β_{1i})が個人間で異なる

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i}, \beta_{1i} = \gamma_{10}, \beta_{2i} = \gamma_{20} + \eta_{2i}, \beta_{3i} = \gamma_{30}$$



Model5 : Model4 + 介入フェーズの傾きが異なる

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i}, \beta_{1i} = \gamma_{10}, \beta_{2i} = \gamma_{20} + \eta_{2i}, \beta_{3i} = \gamma_{30} + \eta_{3i}$$



- Model2はModel1と同様に算出

$$\frac{\gamma_{10}}{\sqrt{\tau_0^2 + \sigma^2}}$$

- Model3: 介入フェーズの傾きを分子に加味

$$\frac{\gamma_{10} + \gamma_{30}^*(B-A)}{\sqrt{\tau_0^2 + \sigma^2}}$$

- Model4, 5: 分母にベースラインの傾きのばらつきと共分散を加味

$$\frac{\gamma_{10} + \gamma_{30}^*(B-A)}{\sqrt{\tau_0^2 + (B-C)^2 * \tau_2^2} + 2(B-C) \tau_{20} + \sigma^2}$$

- Loadタブで使用するデータを指定

サンプルデータでお試し

Between-case standardized

scdhlm Load Inspect Model Effect size

What data do you want to use?

Use an example
 Upload data from a file

Choose an example

Rodriguez (multiple baseline design) ▾

Rodriguez, B. J., & Anderson, C. M. (2014). Integrating a social behavior intervention during small group academic instruction using a total group criterion intervention. *Journal of Positive Behavior Interventions*, 16(4), 234-245.

自分のデータで実行

Between-case standardized

scdhlm Load Inspect Model Effect size

What data do you want to use?

Use an example
 Upload data from a file

Upload a .csv or .txt file

Browse... No file selected

File has a header?

Data separator

Commas
 Semicolons
 Tabs
 Spaces

Include quotes?

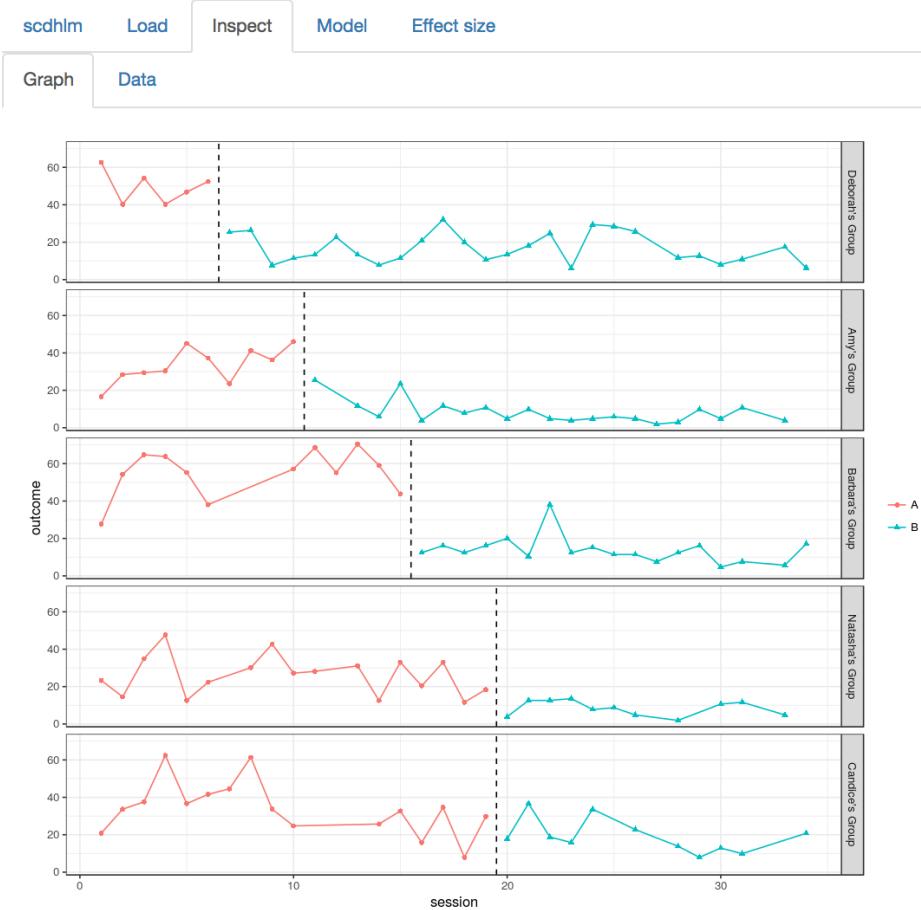
No
 Double Quotes
 Single Quotes

演習： scdhlm パッケージ

96

- Inspectタブで読み込んだデータを確認

グラフ



データ

scdhlm Load Inspect Model Effect size

Graph Data

case	session	phase	outcome	trt	session_trt
Deborah's Group	1	A	62.63	0.00	0.00
Deborah's Group	2	A	40.22	0.00	0.00
Deborah's Group	3	A	54.26	0.00	0.00
Deborah's Group	4	A	40.26	0.00	0.00
Deborah's Group	5	A	46.82	0.00	0.00
Deborah's Group	6	A	52.45	0.00	0.00
Deborah's Group	7	B	25.37	1.00	0.00
Deborah's Group	8	B	26.32	1.00	1.00
Deborah's Group	9	B	7.65	1.00	2.00
Deborah's Group	10	B	11.41	1.00	3.00
Deborah's Group	11	B	13.30	1.00	4.00
Deborah's Group	12	B	22.66	1.00	5.00
Deborah's Group	13	B	13.34	1.00	6.00
Deborah's Group	14	B	7.75	1.00	7.00
Deborah's Group	15	B	11.50	1.00	8.00
Deborah's Group	16	B	20.87	1.00	9.00
Deborah's Group	17	B	32.11	1.00	10.00
Daphne's Group	18	B	10.00	1.00	11.00

<https://jepusto.shinyapps.io/scdhlm/>

- Modelタブで推定するモデルを指定 (Model1)

Estimation method

Restricted Maximum Likelihood

Center session at

Baseline phase

Type of time trend

level

Include fixed effect level

Include random effect level

Treatment phase

Type of time trend

level

Include fixed effect level

Include random effect level

ベースラインの平均を推定する

ベースラインの平均にバラツキを想定する

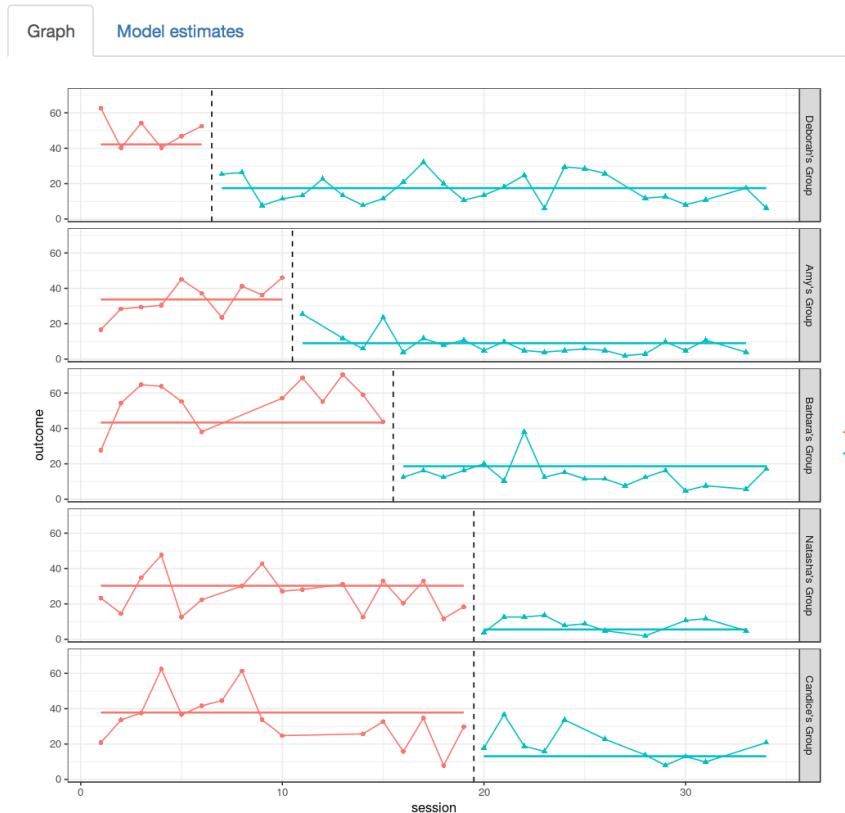
$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i}, \beta_{2i} = 0$$

介入フェーズの平均を推定する

介入フェーズの平均にバラツキを想定しない

$$\beta_{1i} = \gamma_{10}, \beta_{3i} = 0$$

- Modelタブ内のGraphタブで推定モデルを可視化



Effect sizeタブで参加者間効果量を確認

(効果量算出に用いるマルチレベルピースワイス回帰モデルの各パラメータはnlmeパッケージのlme4関数を使って推定)

Effect size estimates and auxilliary information

CI coverage level (%) 95

BC-SMD estimate	Std. Error	95% CI (lower)	95% CI (upper)	Degrees of freedom	Auto-correlation	Intra-class correlation	Study design	Estimation method
-2.4024	0.1906	-2.7837	-2.0385	169.9922	0.2673	0.0945	Treatment Reversal	Restricted Maximum Likelihood

効果量

信頼区間

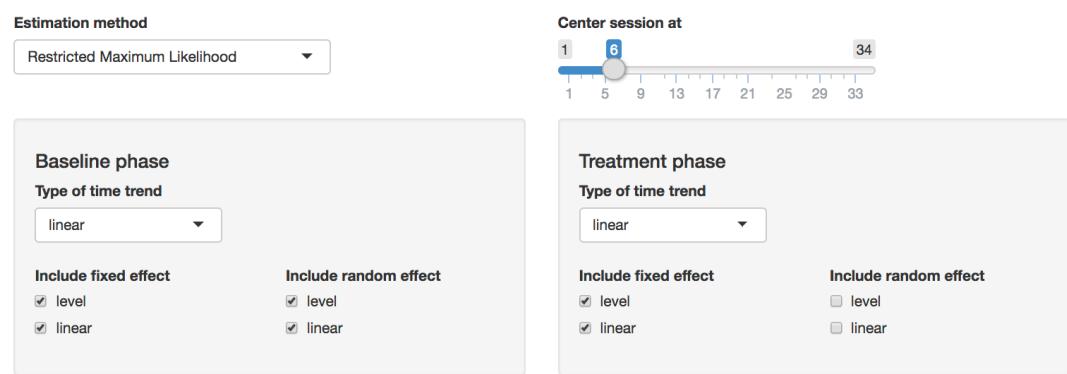
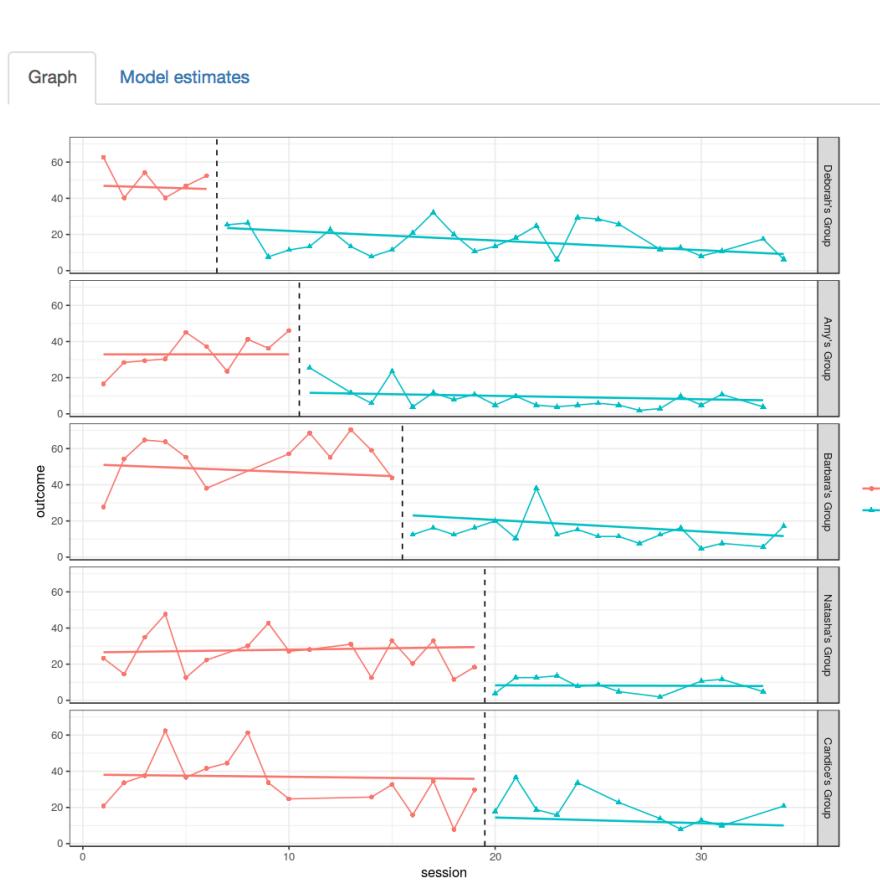
$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i}, \quad \beta_{1i} = \gamma_{10}$$

演習： scdhlm パッケージ

99

Model4 : Model3+ベースラインの傾き(B_{1i})が個人間で異なる

$$B_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i}, \beta_{1i} = \gamma_{10}, \beta_{2i} = \gamma_{20} + \eta_{2i}, \beta_{3i} = \gamma_{30}$$



ベースラインのtrendにばらつき(random effect)を仮定

Effect size estimates and auxilliary information

CI coverage level (%): 95

BC-SMD estimate	Std. Error	95% CI (lower)	95% CI (upper)	Degrees of freedom	Auto-correlation	Intra-class correlation	Study design
-2.5317	0.8735	-4.2639	-0.8638	42.4595	0.2763	0.0371	Multiple Baseline/Multiple Probe

モデルの選択によって効果量の推定値が若干変わる
データを目視しながら適切なモデルを選択

SCEDのベイジアンモデル

单一事例実験と古典的な統計解析¹⁰¹

(古典的な)統計解析

- 大標本理論に基づく
- 妥当な推定結果を得るため
に多くのデータ数が必要
- データの独立性を仮定
- 自己相関の推定には少なく
とも50時点は必要

单一事例実験のデータ

- 少数例 (1~10前後)
- 少数のデータポイント
(平均5回以下/フェーズ)
- 系列依存性がみられる

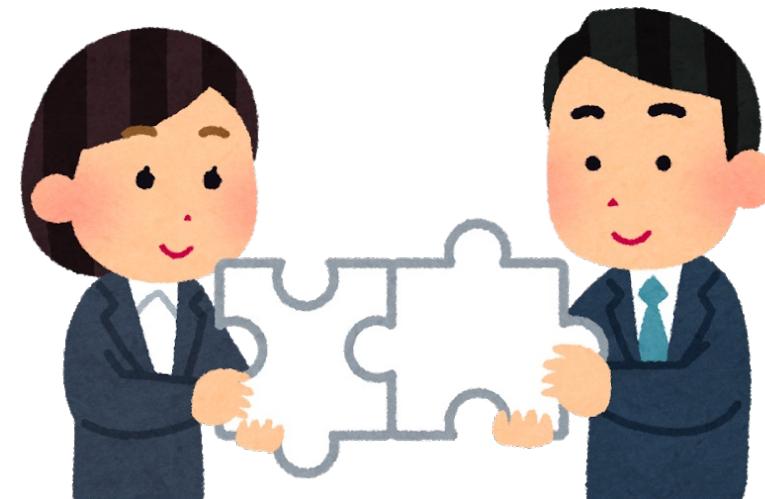


ベイズ推定

- 大標本理論に基づかない
- 小さなデータでも、事前分布の設定等で、妥当な推定が可能
- 時点数の少ないデータでも自己相関を妥当に推定可能

単一事例実験のデータ

- 少数例 (1~10前後)
- 少数のデータポイント (平均5回以下/フェーズ)
- 系列依存性がみられる



$$P(\theta|D) \propto P(D|\theta) * P(\theta)$$

θ = 関心のあるパラメータ, D = データ

$P(\theta|D)$: 事後確率 (事後分布)

データが得られた下でのパラメータの確率

$P(D|\theta)$: 尤度

あるパラメータの下でデータが得られる確率

$P(\theta)$: 事前確率 (事前分布)

データが得られる以前のパラメータの確率

関心のあるパラメータの確率 (分布)を尤度と事前情報を利用して推定する

1. データの生成モデルを想像し、データについて分布を指定する
2. パラメータについての事前知識を指定する
3. 事前分布と尤度の積から事後分布を求める
4. パラメータの事後分布から要約統計量を求める

- マルチレベル(折線)回帰モデルのベイズ推定
 - Swaminathan, H., Rogers, H. J., & Horner, R. H. (2014). An effect size measure and Bayesian analysis of single-case designs. *Journal of School Psychology*, 52(2), 213-230.
- BITS model 自己相関を考慮にいれたABデザインのt検定
- BUCP model 変化点検出モデル

Bayesian Time-Series Models in Single Case Experimental Designs: A Tutorial for Trauma Researchers



Prathiba Natesan Batley ,¹ Ateka A. Contractor ,² and Stephanie V. Caldas ²

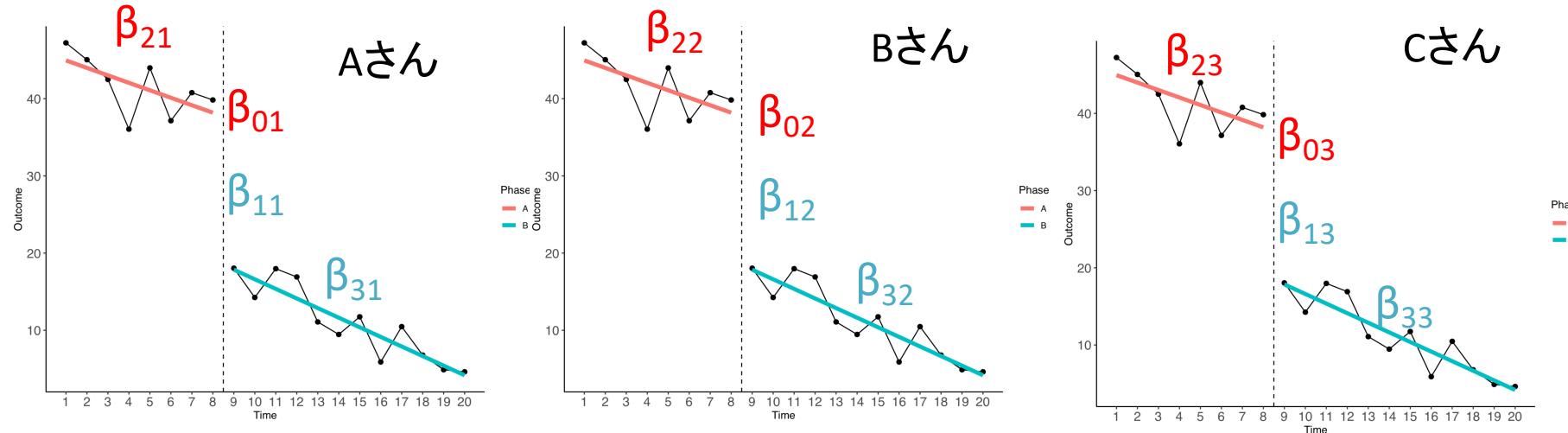
¹Department of Life Sciences, Brunel University London, United Kingdom

²Department of Psychology, University of North Texas, Denton, Texas, USA

マルチレベル折線回帰モデル

106

$$Y_{ij}(T) = \beta_{0i} + \beta_{1i} * 1(j > T_i) + \beta_{2i} * (j - C) + \beta_{3i} * (j - T_i) * 1(j > T_i) + \varepsilon_{ij}$$



- 個々人について回帰モデルを当てはめるイメージで、任意のパラメータが特定の分布から生成されることを仮定する(例えば、ここでは平均と分散を仮定する正規分布から)
- 4つのパラメータのどこにばらつきを仮定するかを、データに応じて柔軟に設定可能
- 誤差(ε_{ij})には自己相関構造を仮定する

Swaminathan, H., Rogers, H. J., & Horner, R. H. (2014). An effect size measure and Bayesian analysis of single-case designs. Journal of School Psychology, 52(2), 213-230.

折線回帰モデルの階層ベイズモデル 107

$$Y_{ij} = \frac{\beta_{0i} + \beta_{1i} * 1(j > T_i) + \varepsilon_{ij}}{= \mu_{ij}}$$

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + n_{0i}, \beta_{1i} = \gamma_{10},$$

データ生成メカニズム
 $Y_{ij} \sim \text{Normal}(\mu_{ij}, \sigma_e^2)$

回帰パラメータの分布
 $\beta_{ik} \sim \text{Normal}(\gamma_k, \tau_k^2)$

自己相関の分布
 $\rho \sim \text{Uniform}[-1, 1]$
参加者内分散の分布
 $\sigma_e \sim \text{Uniform}[0, 100]$

回帰パラメータの平均と分散の分布
 $\gamma_j \sim N(0, 105), \tau_j \sim U[0, 100]$

折線回帰モデルの階層ベイズモデル 108

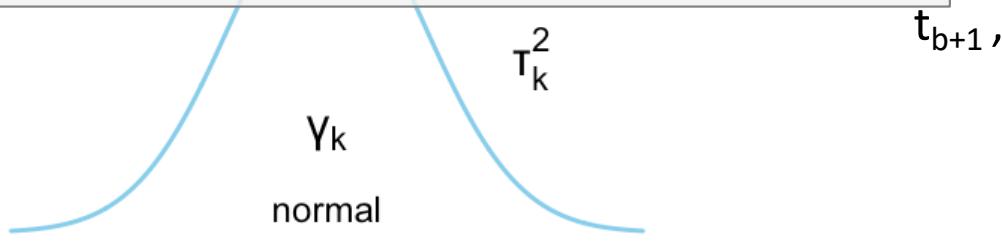
データ: $Y_{ij} \sim N(\mu_{ij}, \sigma_e^2)$



自己相関: $\rho \sim U[-1, 1]$



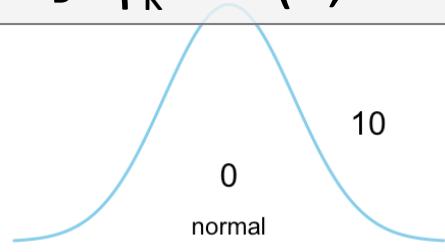
回帰パラメータ: $\beta_{ik} \sim N(\gamma_k, \tau_k^2)$



参加者内分散: $\sigma_e \sim U[0, 100]$



β_{ik} の平均: $\gamma_k \sim N(0, 105)$

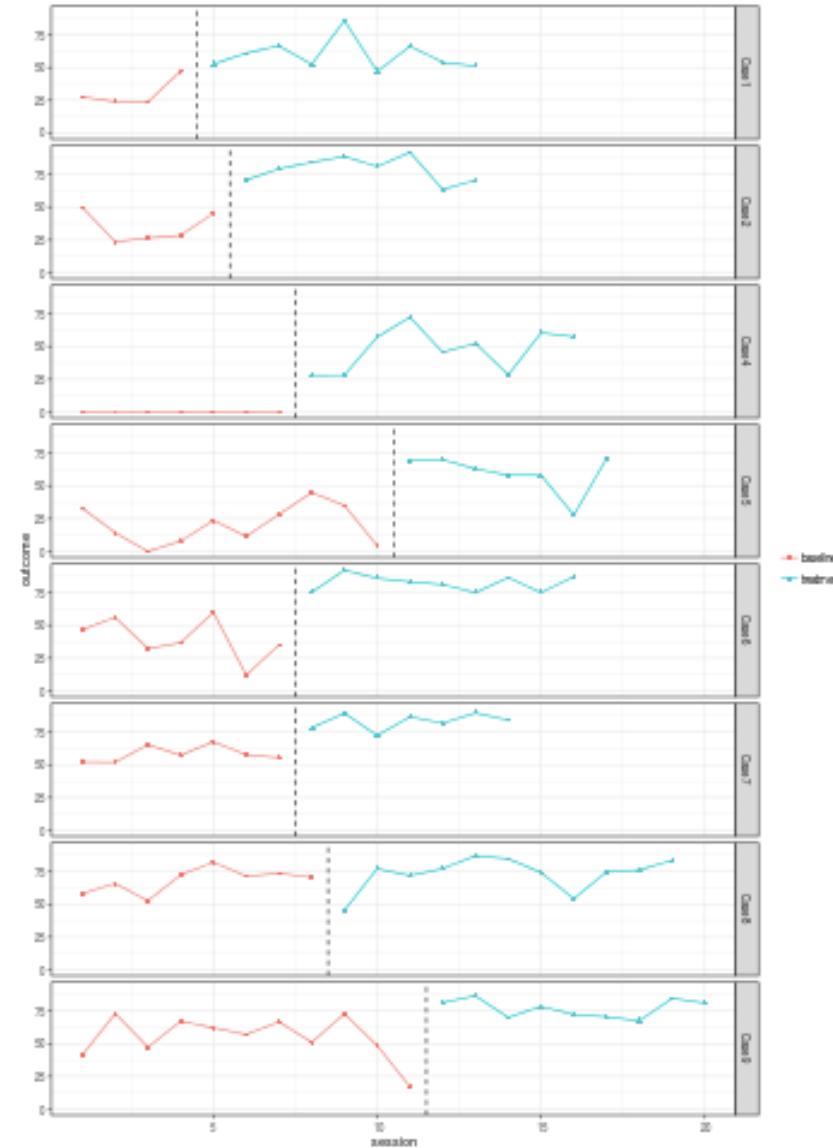


参加者間分散: $\tau_k \sim U[0, 100]$



パラメータの事前分の設定方法には諸説あり

- Laski data
 - 多層ベースライン
 - 8名自閉症児のデータ
 - 親への自然言語プログラムに基づく介入
 - アウトカムは観察時における発話率
 - そもそも割合データに適用して良いかは疑問
今回は無視します



- brmsパッケージ
 - 階層線形モデルを最尤推定するlmer関数とほぼ同じ文法で記述可能

傾きなし・介入効果の参加者間変動なしモデル

```
brm(outcome~treatment+(1|case), #固定・変量効果  
      autocor=cor_ar(p=1,~time|case), #自己相関  
      data=Laski, #データ  
      save_model="laski.stan")
```

傾きなし・介入効果の参加者間変動ありモデル

```
brm(outcome~treatment+(treatment|case), #固定・変量効果  
      autocor=cor_ar(p=1,~time|case), #自己相関  
      data=Laski, #データ  
      save_model="laski.stan")
```

演習補足資料: <https://ytake2.github.io/JABCT2022/jabct2022.html>

brmはstan codeを出してくれるのでそこに標準化効果量を生成するコードを加える

傾きなし・介入効果の参加者間変動ありモデル

ベースラインの平均(β_0)の事後分布

平均 = 39.17, 95%CI[23.42-55.79]

介入フェーズとベースラインの差の平均(β_1)の事後分布

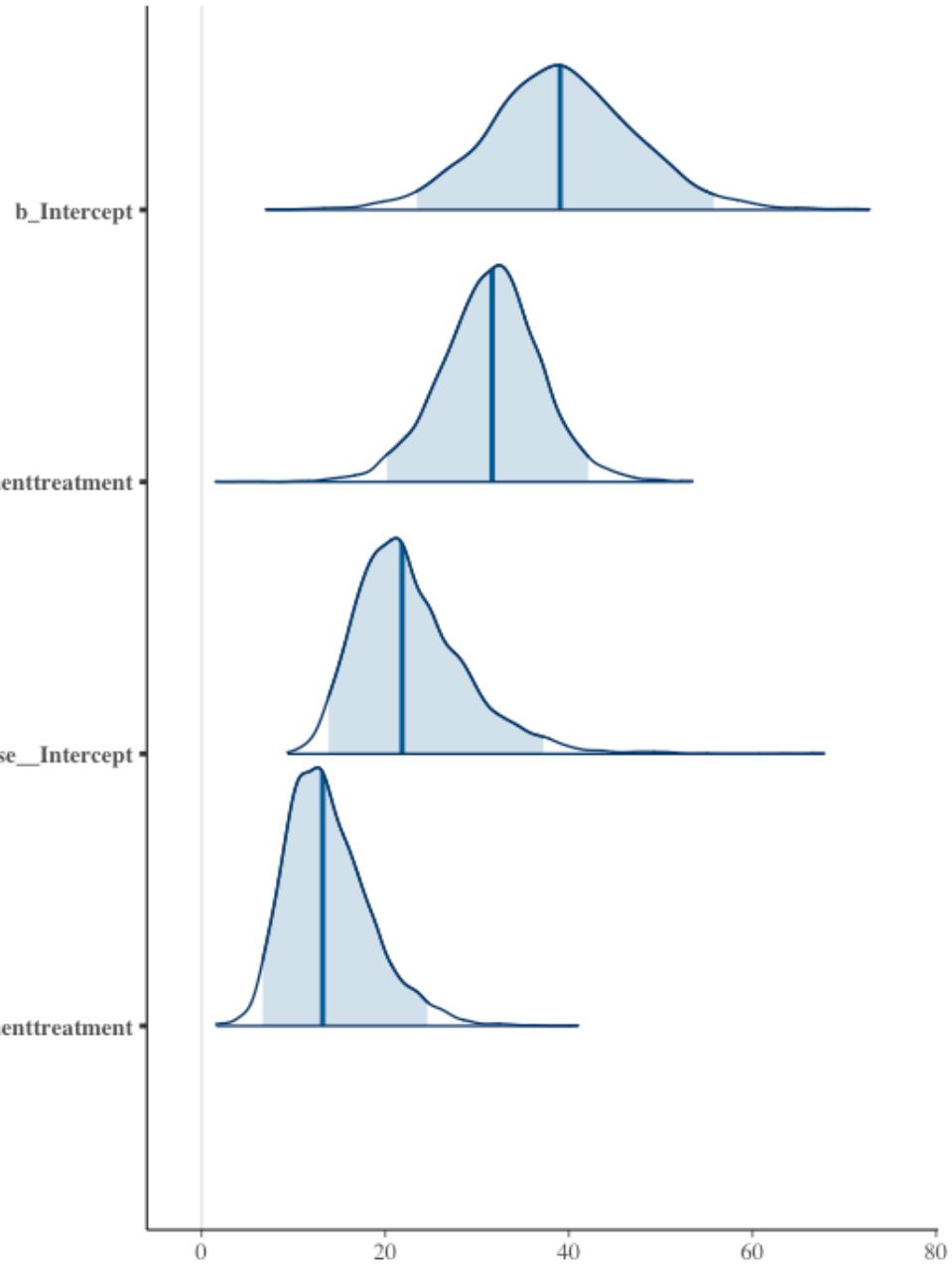
平均 = 31.44, 95%CI[20.17-42.11]

参加者間標準偏差(τ_0)の事後分布

平均 = 22.80, 95%CI[13.82-37.23]

参加者間標準偏差(τ_1)の事後分布

平均 = 13.83, 95%CI[6.64-24.58]

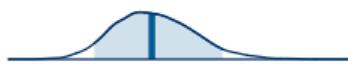


自己相関の事後分布

平均 = 0.04, 95%CI[-0.17-0.26]

参加者内標準偏差 (σ) の事後分布

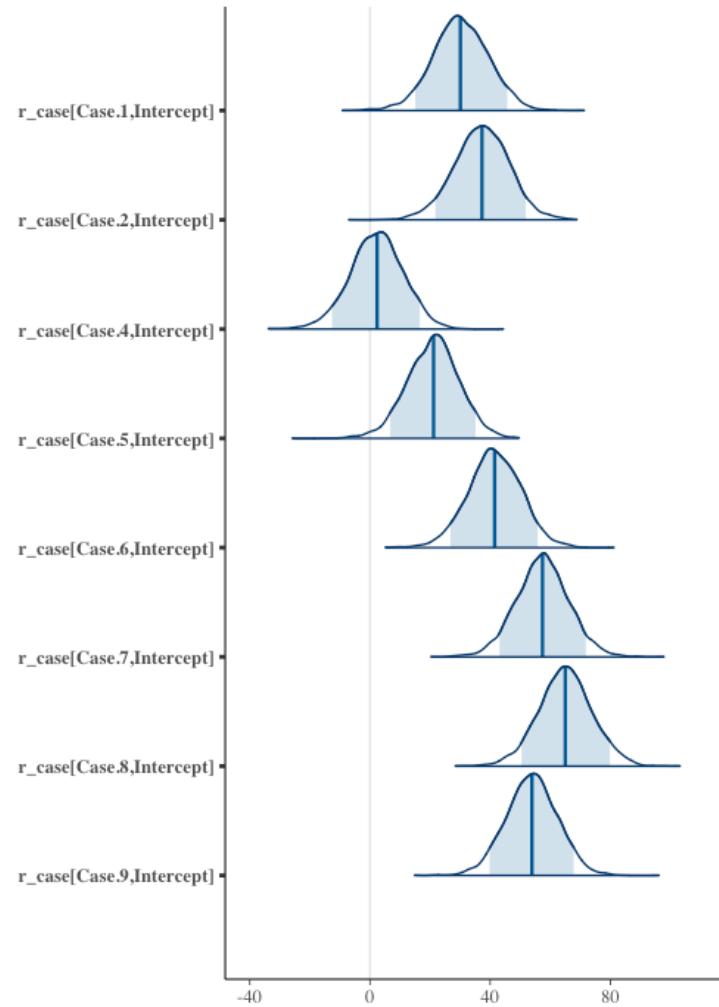
平均 = 12.20, 95%CI[10.69-14.00]



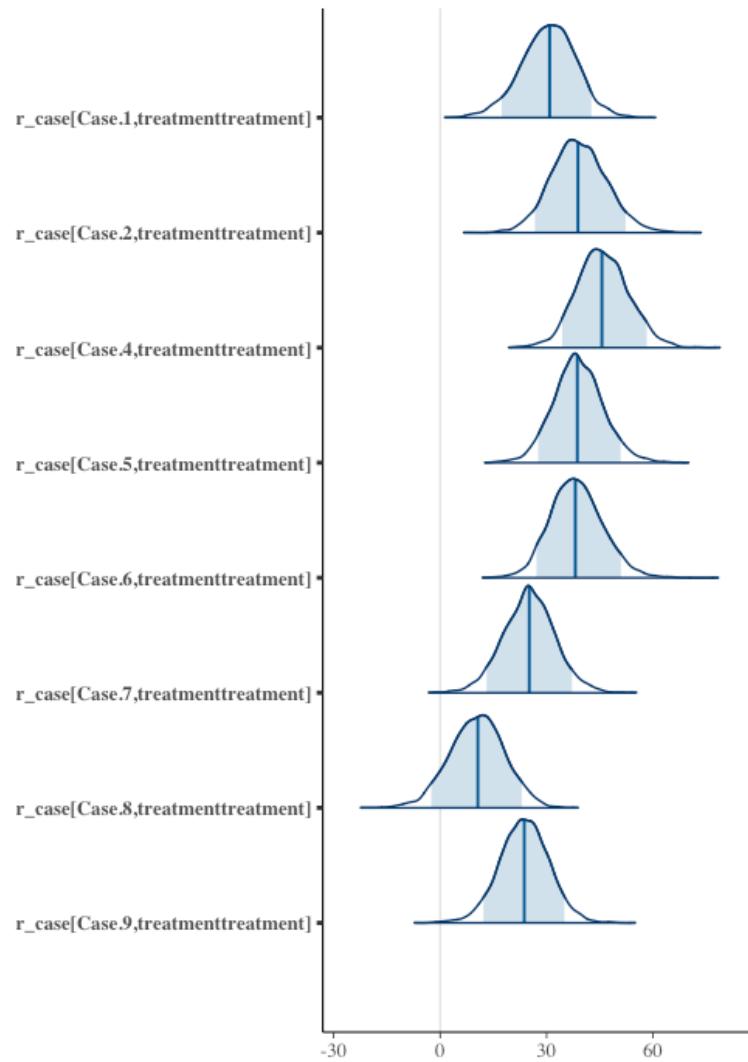
標準化効果量 (参加者間)

$$\frac{31.44 (\beta_1)}{\sqrt{(12.20 (\sigma)^2 + 22.80(\tau_0)^2 + 13.83(\tau_1)^2)}} = 1.04 \text{ (Cohen's d)}$$

個々人のベースラインの平均の事後分布



ベースラインからの差の事後分布



参加者内効果量=
平均/参加者内標準偏差 (σ)

2.51

3.21

3.76

3.19

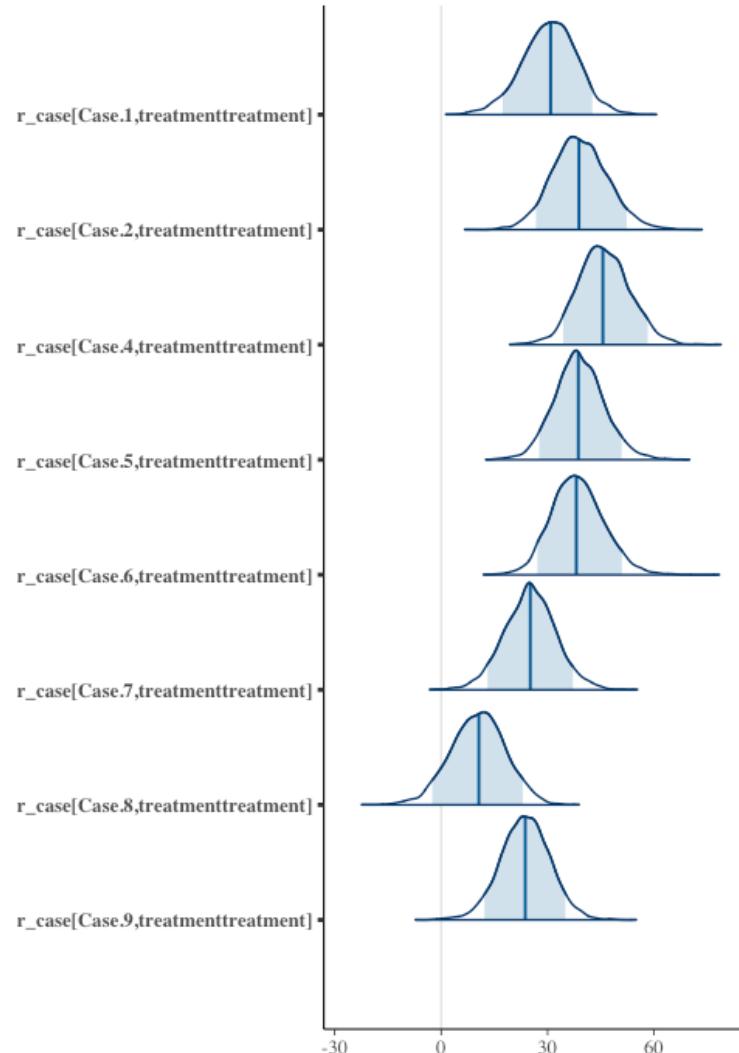
3.16

2.06

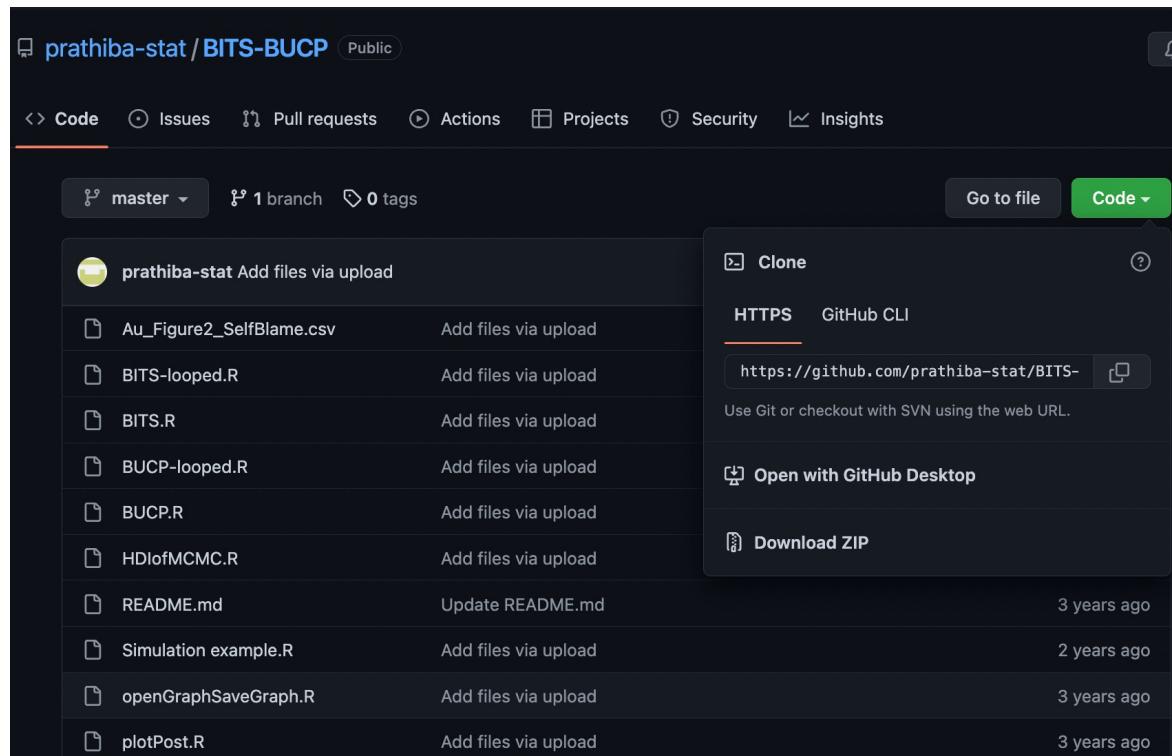
0.85

1.94

ベースラインの平均からの差



- BITS model 自己相関を考慮にいれたABデザインのt検定
- BUCP model 変化点検出モデル

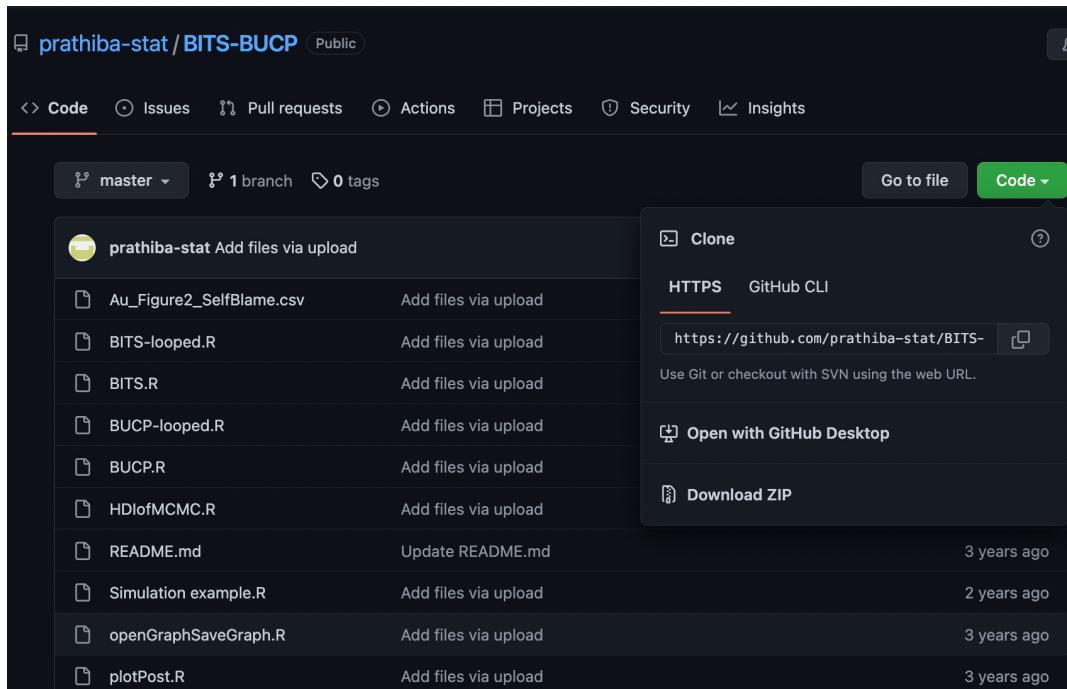


Rで実行するコードが
ここに掲載されています

<https://github.com/prathiba-stat/BITS-BUCP>

1. ZIPファイルをダウンロード
2. 解凍してできるフォルダを指定
3. BITS.Rファイルの実行
4. BUCP.Rファイルの実行

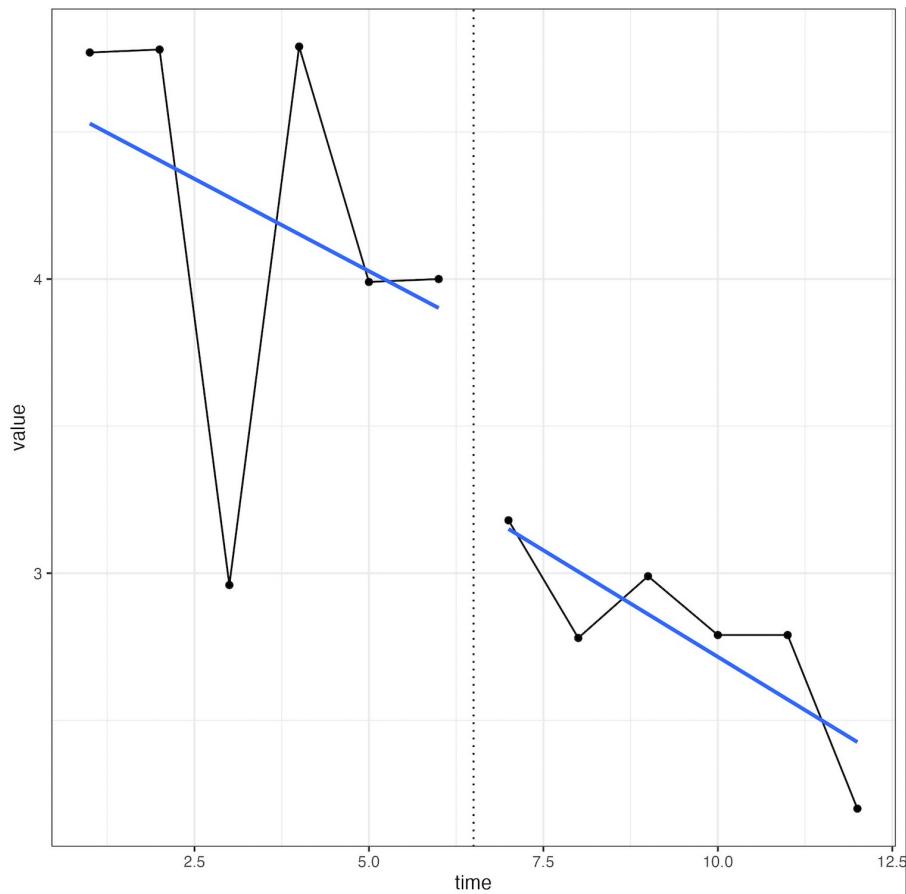
- 誤差に自己相関を仮定し、ベースライン期と介入期の平均差を分割時系列デザインモデルで解析する。分散パラメータの推定結果を用いて、標準化平均値差も算出。



Rで実行するコードが
ここに掲載されています

<https://github.com/prathiba-stat/BITS-BUCP>

ABデザインデータに適用



```
> y  
[,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]  
[1,] 4.77 4.78 2.96 4.79 3.99 4.0  
[2,] 3.18 2.78 2.99 2.79 2.79 2.2
```

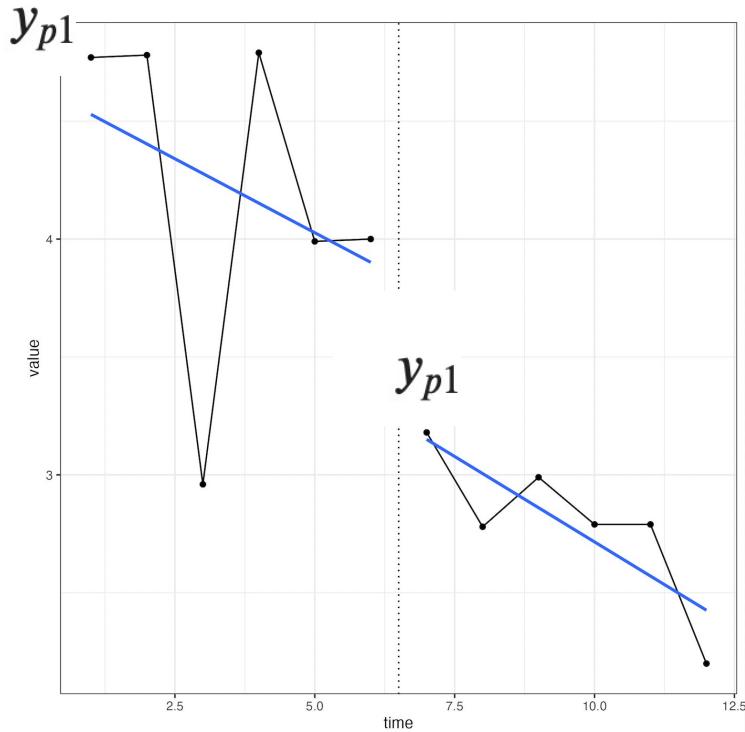
<https://github.com/prathiba-stat/BITS-BUCP>

1. あるフェーズの時点1の観測値 y_{p1} が正規分布に従う

$$y_{p1} \sim \text{norm}(\hat{y}_{p1}, \sigma_{\varepsilon}^2)$$

\hat{y}_{p1} : y_{p1} の期待値の平均

σ_{ε}^2 : 分散



```
> y
 [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
 [1,] 4.77 4.78 2.96 4.79 3.99 4.0
 [2,] 3.18 2.78 2.99 2.79 2.79 2.2
```

jagsのmodel 対応コード

```
y[1, 1] ~ dnorm(yhat[1, 1], tau)
y[2, 1] ~ dnorm(yhat[2, 1], tau)
```

※tauは、jagsではprecision = 1 / 標準偏差

<https://github.com/prathiba-stat/BITS-BUCP>

2.各フェーズの平均 y_{p1} を各フェーズの切片(時点1の値)に指定

各フェーズの平均を算出しbetaに格納

```
beta1 <- rowMeans(y, na.rm = TRUE)[1]
```

```
beta2 <- rowMeans(y, na.rm = TRUE)[2]
```

```
beta = rbind(rnorm(1, beta1, 1), rnorm(1, beta2, 1))
```

```
> beta  
      [,1]  
[1,] 4.394264  
[2,] 2.341395
```

jagsのmodel 対応コード

```
yhat[1, 1] <- beta[1, 1]  
yhat[2, 1] <- beta[2, 1]
```

3. 続く時点の観測値の予測値 y_{pt} は

$$y_{pt} = \hat{y}_{pt} + \rho(y_{pt-1} - \hat{y}_{pt-1}) + \varepsilon$$

γ は、期待値 $y\text{hat}$ と自己相関 rho 、前の時点($i - 1$)の誤差 τ による正規分布から生成

```
# jagsのmodel 対応コード  
  
# baseline フェーズ  
for (i in 2:Tb) {  
  
    y[1, i] ~ dnorm(yhat[1, i] + rho * (y[1, (i - 1)] - yhat[1, (i - 1)]), tau)  
  
    yhat[1, i] <- beta[1, 1] #equation 4 for baseline  
  
}
```

※ treatment フェーズも同様のコード

4. 事前分布の設定

```
#フェーズごとに繰り返し
```

```
# 平均 β, μ
```

```
for (i in 1:P){
```

```
  beta[i, 1] ~ dnorm(mu[i], 1)
```

```
  mu[i] ~ dnorm(5, .05)
```

```
}
```

※ 得点範囲2~7の中央値5, 標準偏差20

```
# 標準偏差 σ
```

```
sigma ~ dunif(0.1, 5)
```

```
# 標準偏差からprecisionに変換
```

```
tau <- pow(sigma, -2)
```

```
#自己相関 ρ
```

```
rho ~ dunif(-1, 1)
```

```
# 標準化平均値差の算出
```

```
es <- (beta[1, 1] - beta[2, 1])*sqrt(tau)
```

```
}
```

平均 $\beta, \mu \sim$ 正規分布

$$\beta \sim N(\mu, 1)$$
$$\mu \sim N(5, .05)$$

標準偏差 $\sigma \sim$ 一様分布

$$\sigma \sim uniform(0.1, 5)$$

自己相関～一様分布

$$\rho \sim uniform(-1, 1)$$

jagsでMCMCを実行

```
results <- autorun.jags(  
  model = BITS.model1,  
  data = list(y = y, P = P, Tb = Tb, Tt = Tt),  
  monitor = c("beta", "sigma", "rho", "es"),  
  n.chains = 4,  
  startsample = 30000,  
  inits = function() {  
    list( # 事前分布から一つ取り出して初期値を与える  
      beta = rbind(rnorm(1, beta1, 1), rnorm(1, beta2, 1)),  
      sigma = runif(1, 0.1, 5),  
      rho = runif(1, -1, 1)  
    )  
  },  
  method = "rjparallel" #run the chains in parallel  
)
```

list形式でデータを指定

```
> list(y = y, P = P, Tb = Tb, Tt = Tt)  
$y  
 [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]  
[1,] 4.77 4.78 2.96 4.79 3.99 4.0  
[2,] 3.18 2.78 2.99 2.79 2.79 2.2  
  
$P  
[1] 2  
  
$Tb  
[1] 6  
  
$Tt  
[1] 6
```

jagsでMCMCを実行

beta1[1,1]: ベースライン平均, beta[2,1]: 介入期平均, sigma: 標準偏差,
rho: 自己相関, es:: 標準化平均値差

```
> results

JAGS model summary statistics from 120000 samples (chains = 4; adapt+burnin = 5000):

          Lower95   Median Upper95      Mean       SD Mode
beta[1,1]  3.5837  4.2194  4.9033  4.2395  0.33707  --
beta[2,1]  2.1725  2.8101  3.4623  2.8173  0.32617  --
sigma     0.35359  0.61354  1.0512  0.65416  0.19903  --
rho       -0.9495 -0.20773  0.64992 -0.16726  0.41169  --
es        0.71915  2.3518   4.06    2.3405  0.8453   --

          MCerr MC%ofSD SSeff      AC.10    psrf
beta[1,1]  0.001836    0.5 33706  0.0043744  1.0004
beta[2,1]  0.0017161   0.5 36125  0.0051916  1.0002
sigma     0.001479     0.7 18111  0.048023   1.0001
rho       0.0027397    0.7 22581  0.024804     1
es        0.0049983    0.6 28601  0.015484  1.0001
```

jagsでMCMCを実行

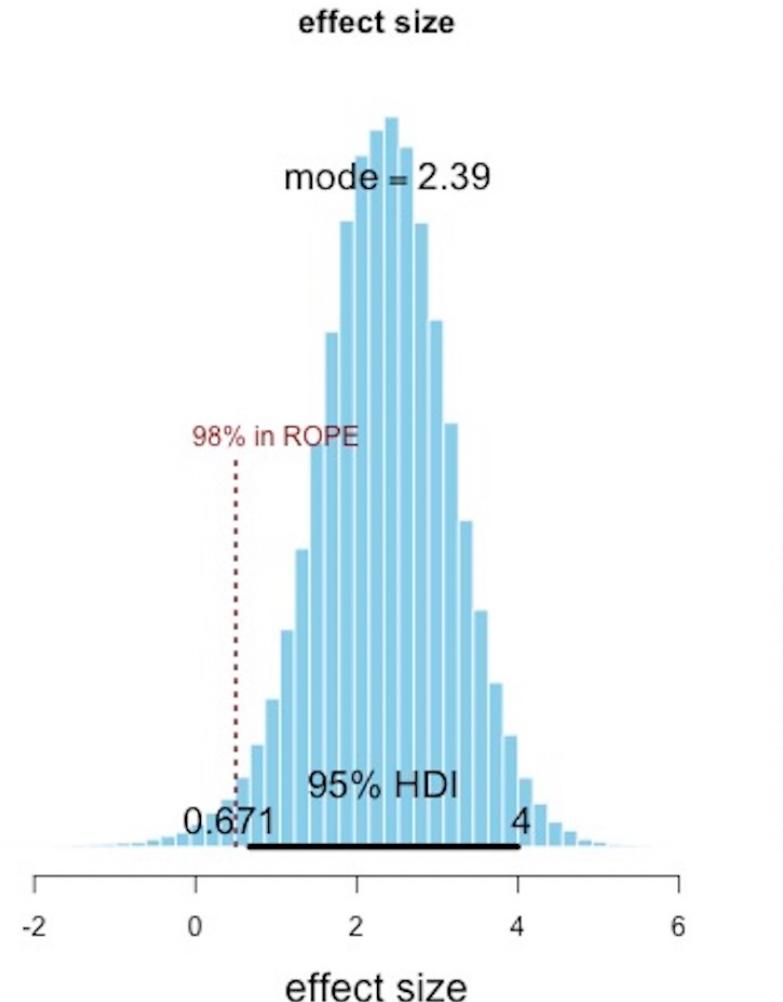
es(標準化平均値差)の事後分布
最頻値(mode)は2.39

95%最高密度区間(HDI)は0.67 - 4

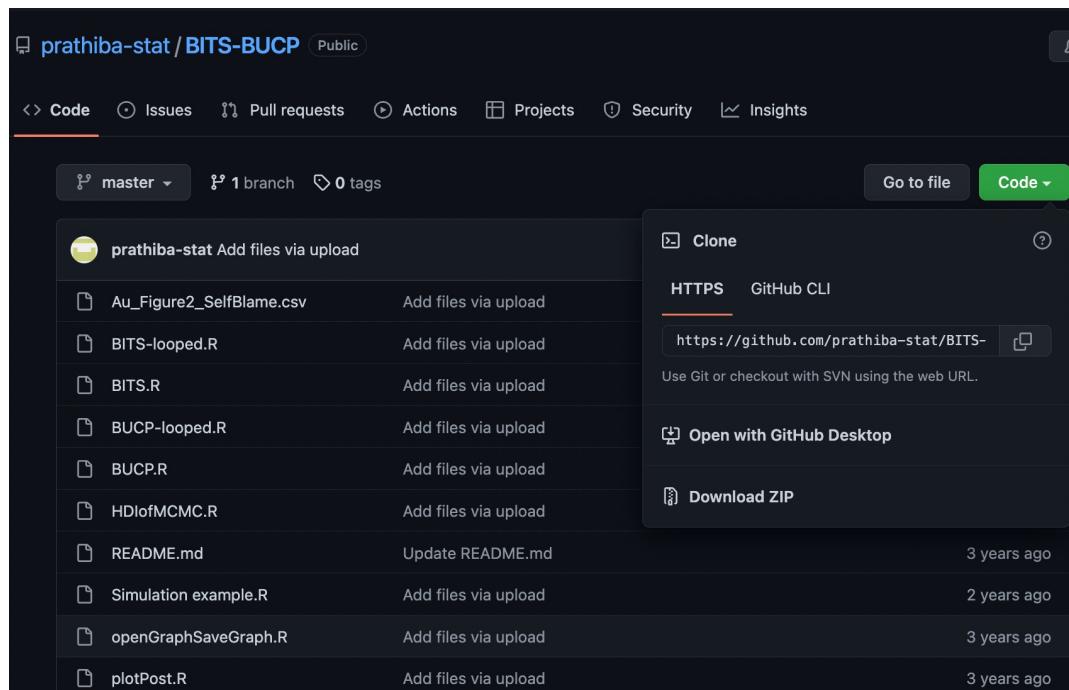
効果量(es)について任意にROPEを設定
今回はROPEを0.5に設定

※ ROPE: region of practical equivalence

esの事後分布のうち0.5を越えるのは98%



- 変化点検出モデル。データから推定した変化点が、介入期の導入時期と一致すれば、immediacyのエビデンスとなる。



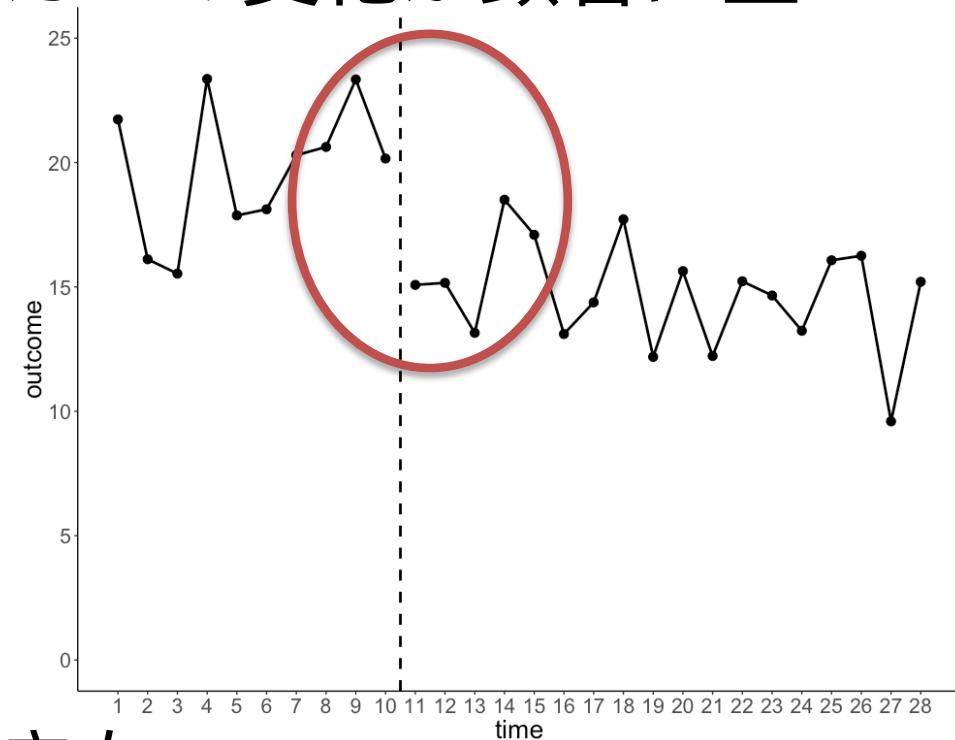
Rで実行するコードが
ここに掲載されています

<https://github.com/prathiba-stat/BITS-BUCP>

1. ZIPファイルをダウンロード
2. 解凍してできるフォルダを指定
3. BITS.Rファイルの実行
4. BUCP.Rファイルの実行

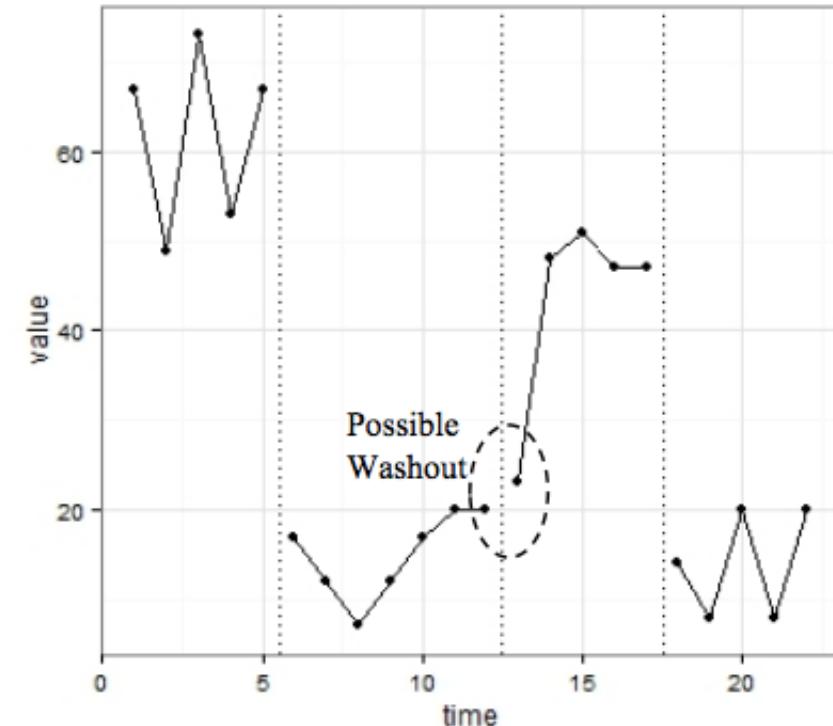
Immediacyとは

- 介入の導入直後に、アウトカムの変化が顕著に生じること
- 単一事例実験において介入の因果効果を示すための重要な要素
- 従来は、ベースラインの最後数時点と介入フェーズ開始数時点の差によって素朴に検討されてきた
- Immediacyを単一事例実験研究で検討するための推測統計的手法はこれまでなかった

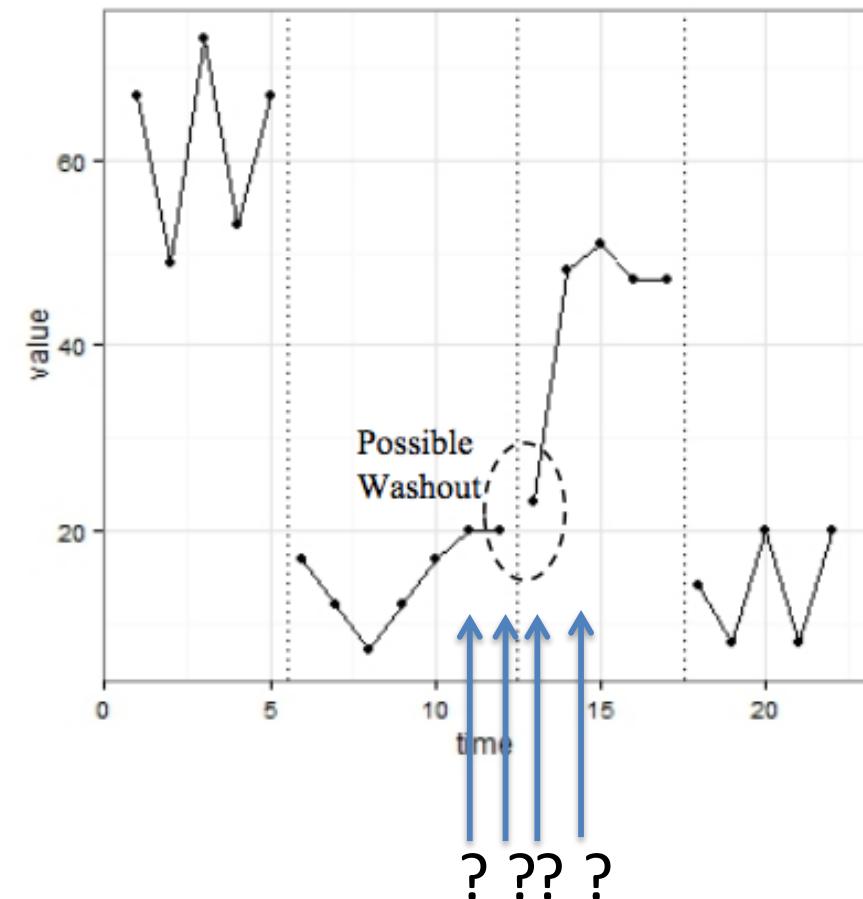


- 遅延効果や持ち越し効果の存在

- フェーズを切り替えても、直後に先の介入の効果が残存する(効果の持ち越し)
- そもそも、介入の効果が導入してから少し遅れて出てくる(効果の遅延)
- 切り替えたフェーズの最初の時点で持ち越し効果がある場合、その時点のアウトカムを含めてフェーズの平均を求めると実際の介入効果が過小(过大)に推定される



- ベイジアン(未知)変化点検出モデル
Bayesian unknown change point (BUCP) model
- 介入の開始時点を未知のものとし、パラメータとして推定する
- 時系列データ全ての時点のデータを用いて、データの遷移パターンが大きく変化した時点を推定
- データから、介入効果が出現した時点を推定



全ての時点について、
変化点である確率を求めるようなイメージ

ベイジアン(未知)変化点検出モデル²⁹

phase pの最初の時点の観測値 (y_{p1}) が $N(\hat{y}_{p1}, \sigma_\varepsilon)$ の正規分布に従う

$$y_{p1} \sim \text{norm}(\hat{y}_{p1}, \sigma_\varepsilon^2).$$

続く時点 t における予測値は以下の分布に従う $\sigma_\varepsilon = \text{残差}, \rho = \text{自己相関}$

$$y_{pt} | H_{pt-1}, \Theta \sim \text{norm}(\hat{y}_{pt|pt-1}, \sigma_e^2). \longrightarrow \sigma_e = \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{1-\rho^2}}.$$

H_{pt-1} = past history, Θ = パラメータのベクトル, σ_e^2 = ホワイトノイズ

各時点のアウトカムの予測値 (\hat{y}_{hat_pt}) は、各フェーズの切片 (β_{01}, β_{02}) と各フェーズの各時点の誤差からなる回帰モデルで表現

$$\hat{y}_{pt} = \beta_{0p} \text{ and}$$

$$e_{pt} = \rho e_{pt-1} + \varepsilon.$$

ベイジアン(未知)変化点検出モデル³⁰

ベースラインフェーズの時点: 1, 2, 3, ..., t_b

介入フェーズの時点: t_{b+1} , t_{b+2} , ..., t_{b+n}

$$\beta_{0p} = \begin{cases} \beta_{01}, & \text{if } t \leq t_b \\ \beta_{02}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\beta_{0p} = \beta_{01} * \text{dummy} + \beta_{02} * (1 - \text{dummy});$$

where $\text{dummy} = \text{step}(t_b - t)$.

時点がベースラインにあれば1,
それ以外は0を返す指示関数

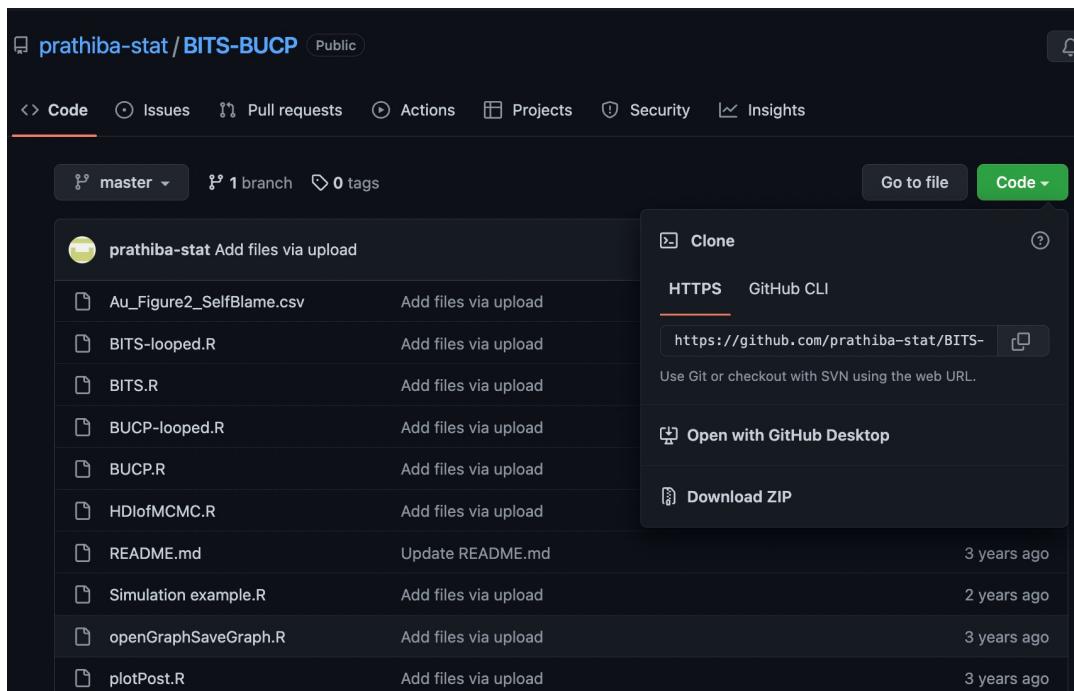
t_b を未知のパラメータとして推定, 既知の場合は折れ線回帰モデル

パラメータの分布の設定例

<i>Generating Values and Prior Distributions for the Parameters</i>			
Parameters	Meaning	Prior Distributions	Generating values
β_{01}	Intercept of baseline phase	$norm(mu1, sd1)$ $mu1 \sim norm(0, 100)$ $sd1^2 \sim gamma(1, 1)$	1
β_{02}	Intercept of treatment phase	$norm(mu2, sd2)$ $mu2 \sim norm(0, 100)$ $sd2^2 \sim gamma(1, 1)$	$1 - \sigma d$
σ	Standard deviation of y within a phase	$unif(0.1, 5)$	0.2
t_b	Change-point where baseline phase ends	$categorical(c)$ $c = (0, 0, \frac{1}{T-4}, \frac{1}{T-4}, \dots, 0, 0)$	5, 8, 10
ρ	Autocorrelation	$unif(-1, 1)$	0.2, 0.5

パラメータの事前分布の設定方法には諸説あり

- 変化点検出モデル。データから推定した変化点が、介入期の導入時期と一致すれば、immediacyのエビデンスとなる。

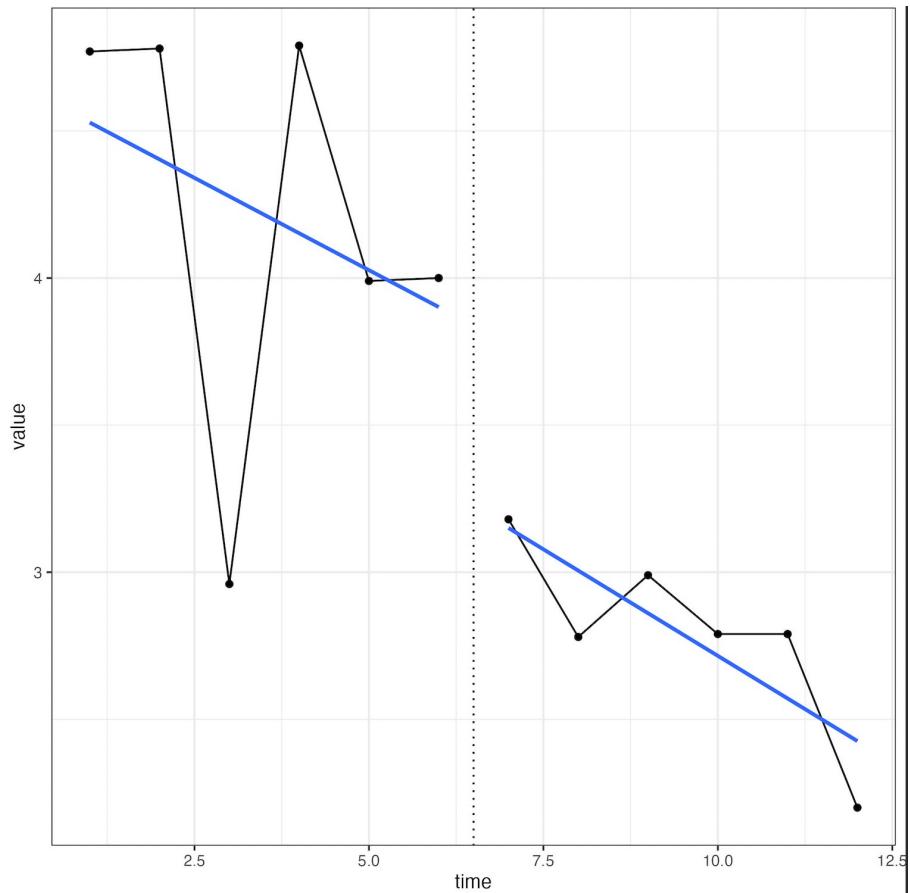


Rで実行するコードが
ここに掲載されています

<https://github.com/prathiba-stat/BITS-BUCP>

BUCP.Rを実行してみよう

ABデザインデータに適用

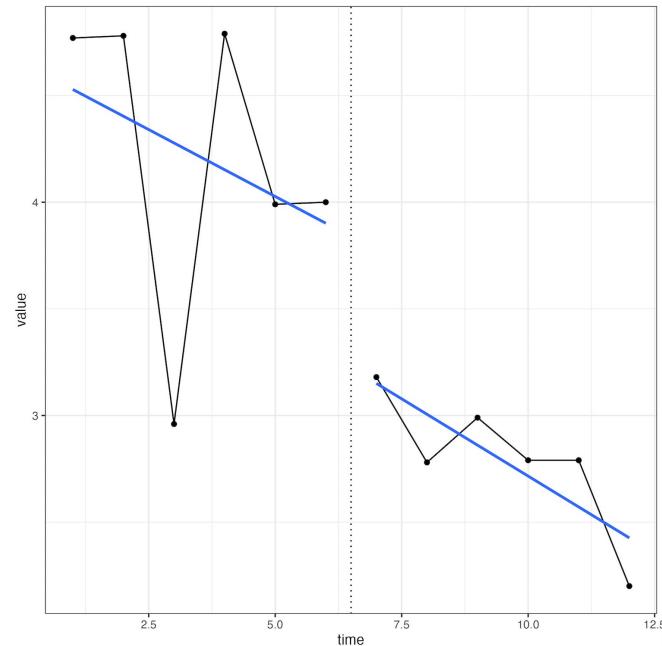


さきほどと同じデータに適用
時点7が介入時点

<https://github.com/prathiba-stat/BITS-BUCP>

jagsでMCMCを実行

CP: 変化点, beta1[1,1]: ベースライン平均, beta[2,1]: 介入期平均, sigma: 標準偏差,
rho: 自己相関, es:: 標準化平均値差



> results.BUCP

JAGS model summary statistics from 120000 samples (chains = 4, chains.burnin = 5000):

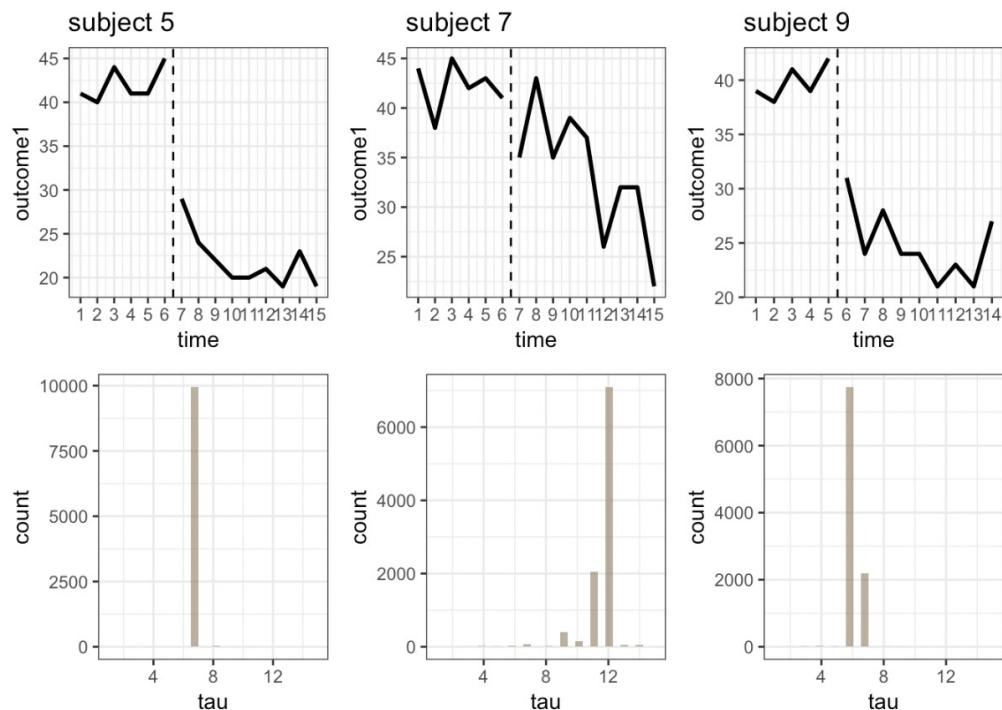
	Lower95	Median	Upper95	Mean	SD	Mode
CP	4	6	9	6.1654	1.2575	6
beta[1,1]	3.1441	4.0576	4.8082	4.0273	0.41881	--
beta[2,1]	1.9642	2.8319	3.6658	2.8337	0.43447	--
sigma	0.3894	0.71878	1.227	0.76527	0.23678	--
rho	-0.21425	0.12013	0.5173	0.13266	0.18238	--
es	-3.5409	-1.7303	0.061039	-1.7234	0.9168	--

	MCerr	MC%ofSD	SSEff	AC.10	psrf
CP	0.0062873	0.5	40000	-0.0030881	1
beta[1,1]	0.002456	0.6	29078	0.0080632	1
beta[2,1]	0.0022788	0.5	36348	-0.0028696	1.0002
sigma	0.0016979	0.7	19447	0.04196	1.0001
rho	0.0011415	0.6	25529	0.014369	1.0001
es	0.0056404	0.6	26419	0.018379	1.0001

单一事例実験データを変化点検出モデルで解析

10 min read

2018/12/19



- まずは丁寧なプロット
- そして丁寧な視覚分析
- 視覚分析では、中心傾向、トレンド、変動性、重複率、即時性、一貫性を検討
- 補助線（CDC,VAIOR）活用で視覚分析補強
- 視覚分析+効果指標の併用は有用
- 重複率はTAU系をデータ特性に合わせて使う
- パラメトリック指標はSMDかLRR
- 統合はSMD、LRRをメタ分析またはHLM
- ベイジアンのモデルも有用