

Нетипизированное λ исчисление

Бабин Руслан

1 Привести к нормальной форме λ -терм

Исходный λ - терм:

$$((\lambda a. (\lambda b. b \ b) (\lambda b. b \ b) b)) ((\lambda c. (c \ b)) (\lambda a. a))$$

Применим нормальную стратегию:

$$\begin{aligned} & ((\lambda a. (\lambda b. b \ b) (\lambda b. b \ b) b)) ((\lambda c. (c \ b)) (\lambda a. a)) \rightarrow_{\beta} \\ & ((\lambda a. (\lambda b. b \ b) (\lambda b. b \ b) [a := b])) ((\lambda c. (c \ b)) (\lambda a. a)) = \\ & ((\lambda b. b \ b) (\lambda b. b \ b)) ((\lambda c. (c \ b)) (\lambda a. a)) \rightarrow_{\beta} \\ & ((\lambda b. b \ b) [b := \lambda b. b \ b]) ((\lambda c. (c \ b)) (\lambda a. a)) = \\ & ((\lambda b. b \ b) (\lambda b. b \ b)) ((\lambda c. (c \ b)) (\lambda a. a)) \end{aligned}$$

Из теоремы Карри о нормализации следует, что нормальной формы у данного λ -терма нет

2 Доказать, что $S \ K \ K = I$

$$\begin{aligned} S \ K \ K &\equiv \\ (\lambda x y z. x \ z \ (y \ z)) \ K \ K &\rightarrow_{\beta} \\ (\lambda y z. K \ z \ (y \ z)) \ K &\equiv \\ (\lambda y z. (\lambda x y. x) \ z \ ((\lambda x y. x)) \ z) &\rightarrow_{\beta} \\ (\lambda y z. (\lambda x y. x) [x := z] (\lambda x y. x) [x := z]) &= \\ (\lambda y z. (\lambda y. z) (\lambda y. z)) &\rightarrow_{\beta} \\ (\lambda y z. (\lambda y. z) [y = \lambda y. z]) &= \\ (\lambda y z. \lambda y. z) &\rightarrow_{\beta} \\ (\lambda y z) [y := \lambda y. z] &= \\ \lambda z. z &\equiv \\ I \end{aligned}$$