

SAYI SİSTEMLERİ ve OPERATÖRLER

Dr. H. İrem TÜRKMEN

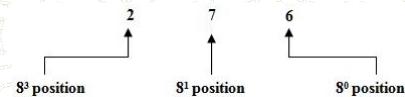


İkili (Binary) Sayı Sistemi

- İkili sayı sisteminde sadece 0 ve 1 rakamları kullanılır.
- İki sayısı <<10>> şeklinde ifade edilir.
- Ondalık sayı sisteminde olduğu gibi toplamın iki olması durumunda bir sonraki haneye aktarılır.
- İkili sayı sistemindeki sayıların yazımı **genellikle ondalık sisteme göre** daha uzundur.
- Bunun temeli nedeni ikilik sistemde her hanenin onluk sisteme göre daha az bilgi ifade edebilmesidir.
- İkililik sistemdeki hanelere **bit adı verilir**.
- $1100.1001 = 1*2^3+1*2^2+0*2^1+0*2^0 . 1*2^{-1}+0*2^{-2}+0*2^{-3}+1*2^{-4}$

Sekizlik (Octal) Sayı Sistemi

- Sekizlik sayı sisteminde sayılar sadece 8 rakam kullanılarak ifade edilir.
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ve 7
- Sekizlik sayı sisteminde her hane ikilik sayı sistemindeki 3-bit'i ifade eder. ($2^3 = 8$)
- Sekizli sayı sistemi 12-bit, 24-bit ve 36-bit yapısındaki çeşitli işlemcilerde kullanılmıştır.
- Ornek : PDP-8, ICL 1900 ve IBM mainframe



Ondalık (Decimal) Sayı Sistemi

- Ondalık sayı sistemi
- Hindu Arabic, Arabic olarak da bilinir.
- 10 farklı rakam kullanılır.
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9
- Kesirli sayıların gösterimi için **nokta işareteti kullanılır**.
- Ondalık sayı sisteminde 543.21 sayısı
- $(5 \times 10^2) + (4 \times 10^1) + (3 \times 10^0) + (2 \times 10^{-1}) + (1 \times 10^{-2})$ şeklinde değerlendirilir.



Onaltılık (Hexadecimal) Sayı Sistemi

- Onaltılık sayı sisteminde sayıların ifade edilmesi için 16 değere ihtiyaç vardır.
- Bunun için 10 rakam ve 6 harften yararlanılır.
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- A, B, C, D, E ve F
- Hanelerin kullanımı ondalık sayı sistemi ile aynıdır.
- Ondalık sayı sisteminde 256,058 sayısı
- İkililik sayı sisteminde <<11 1110 1000 0011 1010>>
- Sekizlik sayı sisteminde <<764072>>
- Onaltılık sayı sisteminde <<3E83A>> şeklinde yazılır.



Sayı Sistemleri Arasında Geçiş

- Matematiksel olarak sayı sistemleri arasındaki geçiş çarpma ve bolme işlemleri ile yapılır.
- Ondalık sayı sisteminde başka sayı sistemine geceren bolme
- Diğer sayı sistemlerinden Ondalık sisteme geceren çarpma

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 \underline{- 24} \\
 1 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2 \\
 | \\
 12 \\
 \underline{- 12} \\
 0 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2 \\
 | \\
 6 \\
 \underline{- 6} \\
 0 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2 \\
 | \\
 3 \\
 \underline{- 2} \\
 1 \\
 \end{array}$$

$25 = (11001)_2$



Sayı Sistemleri Arasında Geçiş

- İkilik, sekizlik ve onaltılık sayı sistemleri arasındaki geçişler daha pratik şekillerde yapılabilir.
- Sekizlik sistemdeki her hane, ikilik sistemdeki **üç haneye karşılık gelir.**
- 001 111 011
- 173
- Onaltılık sistemdeki her hane, ikilik sistemde **dört haneye karşılık gelir.**
- 1010 0000 1001 1100
- A09C



Aritmetik Operatörler

- Toplama (+)
- Çıkarma (-)
- Carpma (*)
- Bolme (/)
- Mod (mod)



İlişkisel Operatörler

- Buyuktur ($>$)
- Kucuktur ($<$)
- Buyuk eşit (\geq)
- Kucuk eşit (\leq)
- Eşit ($=$)
- Eğit değil (\neq)



Mantıksal Operatörler

- Mantıksal AND (AND)
- Mantıksal OR (OR)
- Mantıksal Negation (NOT)



Bitwise Operatörler

- AND (&)
- OR (|)
- Exclusive OR (XOR)
- Shift
 - Sol (<<)
 - Sağ (>>)
- Rotate
- Sol / Sağ



AND Operatörü

- AND operatörü her iki bit değerinin 1 olması durumunda 1 değerini sonuca taşır.
- A sayısının 60, B sayısının 13 olması durumunda

$$\begin{array}{ll}
 A & = 0011\ 1100 \\
 B & = 0000\ 1101 \\
 A \& B & = \mathbf{0000\ 1100}
 \end{array}$$

	A	B	A AND B
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1



OR Operatörü

- OR operatoru iki bit değerinden birinin 1 olması durumunda 1 değerini sonuca taşıır.
- A sayısının 60, B sayısının 13 olması durumunda

$$A = 0011\ 1100$$

$$B = 0000\ 1101$$

$$A | B = \mathbf{0011\ 1101}$$

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



XOR Operatörü

- XOR operatoru her iki bit değerinin aynı olması durumunda 0, farklı olması durumunda 1 üretir.
- A sayısının 60, B sayısının 13 olması durumunda

$$A = 0011\ 1100$$

$$B = 0000\ 1101$$

$$A \text{ XOR } B = \mathbf{0011\ 0001}$$

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

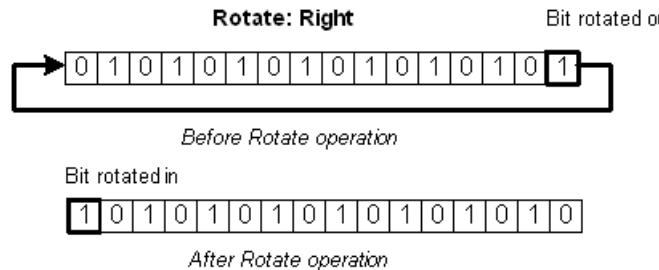


SHIFT Operatörü

- A sayısı halen 60 değerine sahip
0011 1100
- Sola doğru shift işlemi **iki kere gerçekleştirildiğinde**
 $A \ll 2$
240 – 1111 0000
- Sağda doğru shift işlemi **üç kere gerçekleştirildiğinde**
 $A \gg 3$
7 – 0000 0111



ROTATE



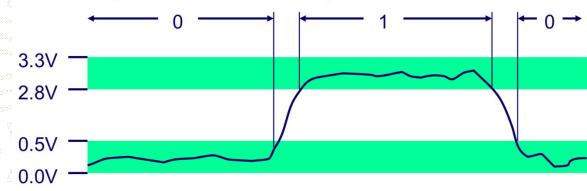
Bilgisayarda Sayı Sistemi

- Günümüz bilgisayarları ikili sayı sistemini kullanır.
- Dolayısıyla bilgisayarda işlem görecek veya saklanacak tüm bilgiler "bit"ler ile ifade edilir.
 - tam sayılar
 - kesirli sayılar
 - harfler /karakter
 - resimler, videolar vb.



Bilgisayarda Sayı Sistemi

- Neden ondalık sayı sistemi değil ? (ENIAC ondalık sistemi kullanıyordu!)
- Toplama, carpma vb. işlemlerin gerçekleştirilmesi zorlaşır.
- İkili sistemde bilginin aktarımı daha kolay!
- Parazit, gurultulere karşı daha dayanıklı



Bilginin Bitlerle İfadesi: Metinin İfadesi

- Kucuk ve büyük harfler
- Noktalama işaretleri
- Matematiksel ifadeler
- Rakamlar
- Kontrol karakterleri
- ASCII – 8bit
- UNICODE – 32 bit

01001000 01000101 01001100 01001100 01001111
HELLO

ASCII TABLE

Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char
0	00	(NULL)	32	20	(SPACE)	64	40	@	96	60	a
1	01	[START OF HEADING]	33	21	!	65	41	A	97	61	ı
2	02	[START OF TEXT]	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	03	[END OF TEXT]	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	04	[END OF TRANSMISSION]	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	05	[ENQUIRY]	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	06	[ACKNOWLEDGE]	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	07	[UNIVERSAL ASK]	39	27	*	71	47	G	103	67	g
8	08	[BACKSPACE]	40	28	(72	48	H	104	68	h
9	09	[HORIZONTAL TAB]	41	29)	73	49	I	105	69	i
10	0A	[NEW LINE]	42	2A	,	74	4A	J	106	6A	j
11	0B	[VERTICAL TAB]	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	0C	[FORM FEED]	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	0D	[CARRIAGE RETURN]	45	2D	.	77	4D	M	109	6D	m
14	0E	[SILENT LINE]	46	2E	,	78	4E	N	110	6E	n
15	0F	[SHIFT IN]	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	[DATA LINK ESCAPE]	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	[DEVICE CONTROL_1]	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	[DEVICE CONTROL_2]	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	[DEVICE CONTROL_3]	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	[DEVICE CONTROL_4]	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	[SYNCHRONOUS ACKNOWLEDGE]	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	[SYNCHRONOUS IDLE]	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	[END OF TRANS_BLOCK]	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	[GROUP SEPARATOR]	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	[END OF MEDIUM]	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	[SUBSTITUTE]	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	[ESCape]	59	3B	;	91	5B	{	123	7B	{
28	1C	[FILE SEPARATOR]	60	3C	=	92	5C	\	124	7C	\
29	1D	[GROUP SEPARATOR]	61	3D	=	93	5D	}	125	7D	}
30	1E	[RECORD SEPARATOR]	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	[UNIT SEPARATOR]	63	3F	?	95	5F	-	127	7F	(DEL)

Yıldız Teknik Üniversitesi - Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

19



6.10.2018

Bilginin Bitlerle İfadesi: Negatif Sayılar

- 1's complement
 - En yüksek anlamlı bit (Most Significant Bit, MSB) işaret (sign) biti olarak kullanılır.
- 0 : pozitif sayı
- 1 : negatif sayı
 - Sayının ikilik sistemdeki yazımının her bitin 1'e göre tersi alınır.
- 11 : 0000 1011
- 11 : 1111 0100
- 2's complement
 - 1'e göre ters alma işleminden sonra sayıya 1 eklenir.
 - 1'e göre ters alma işleminde sıfır için iki farklı değer üretilir. 2'ye göre ters alma işleminde ise bu problem yoktur.
 - 2'ye göre ters alma, aritmetik işlemlerde kolaylık sağlar

Yıldız Teknik Üniversitesi - Bilgisayar Mühendisliği Bölümü



20

6.10.2018

Bilginin Bitlerle İfadesi: Excess Notation

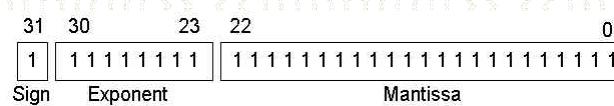
Bit pattern	Value represented
1111	7
1110	6
1101	5
1100	4
1011	3
1010	2
1001	1
1000	0
0111	-1
0110	-2
0101	-3
0100	-4
0011	-5
0010	-6
0001	-7
0000	-8

Bit pattern	Value represented
111	3
110	2
101	1
100	0
011	-1
010	-2
001	-3
000	-4



Bilginin Bitlerle İfadesi: Kesirli Sayılar

- IEEE Standard 754 Floating Point Numbers
 - Single/Double precision
- Her iki formatta kullanılan yöntem benzerdir
- Kesirli sayının ifade edilmesi için kullanılacak 32-bit veya 64-bit uzunluğundaki alan **Sign, Exponent ve Mantissa** olarak adlandırılan 3 parcaya bolunur.



Bilginin Bitlerle İfadesi: Kesirli Sayılar

- İşaret (Sign) Bit
- 0 pozitif bir sayıyı, 1 ise negatif bir sayıyı ifade eder.
- Us (Exponent) Bit'leri
- Hem pozitif hem de negatif us bilgisinin ifade edilebilmesi için biased notation adı verilen yöntem kullanılır. IEEE standardında single precision için bu değer 127, double precision için ise 1023'tür.
- Ondalıklı (Mantissa) bitler Normalizasyon yapılmış olarak saklanır.
 - İkili sistemde yapılan normalizasyon bir bit kazandıracaktır



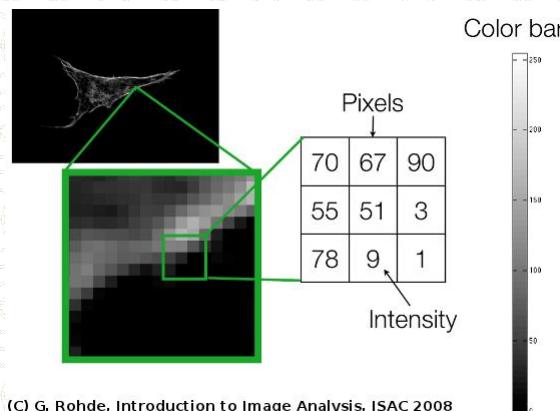
Bilginin Bitlerle İfadesi: Kesirli Sayılar

Sign	Exponent				Mantissa			
0	1	1	0	1	0	1	1	

- Sign: 0
- Exp: $110 = 2$ in three-bit excess method
- Mantissa : 0.1011
- Number = $+ 0.1011 \times 2^2 = 10.11 = 2 + 2^{-1} + 2^{-2} = (2.75)_{10}$



Bilginin Bitlerle İfadesi: Resimler



(C) G. Rohde, Introduction to Image Analysis, ISAC 2008

Yıldız Teknik Üniversitesi - Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

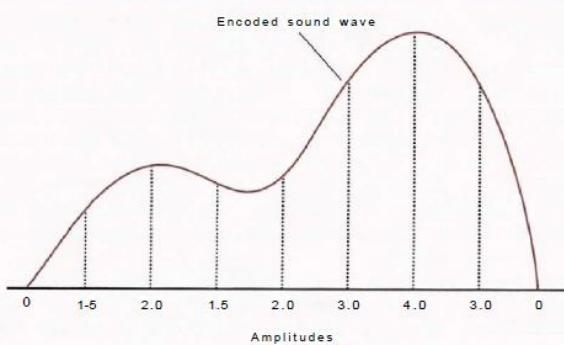
6.10.2018



25

Bilginin Bitlerle İfadesi: Ses

The sound wave represented by the sequence 0, 15, 20, 15, 20, 30, 40, 30, 0



Yıldız Teknik Üniversitesi - Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

6.10.2018



26

Bellek Organizasyonu

- İşlemciler aritmetik lojik işlemleri farklı boyutlardaki bilgiler üzerinde gerçekleştirebilir.
- İşlemcinin tek seferde işleyebileceği bilgi boyutu bit cinsinden ifade edilir.
- 16-bit, 32-bit, 64-bit
- Günümüzde birçok kişisel bilgisayar 64-bit üzerinde işlem yapar.
- 32-bit üzerinde işlem yapan bilgisayarların bellek adresleme kapasitesi 4GB ile sınırlıdır.

LittleEndian / BigEndian

- Endian verinin belleğe yerleşiminin nasıl yapılacağını belirler.

