

# 频谱资源分配与拍卖机制

计算机学院  
余皓然  
2020.11

# 1. 背景介绍

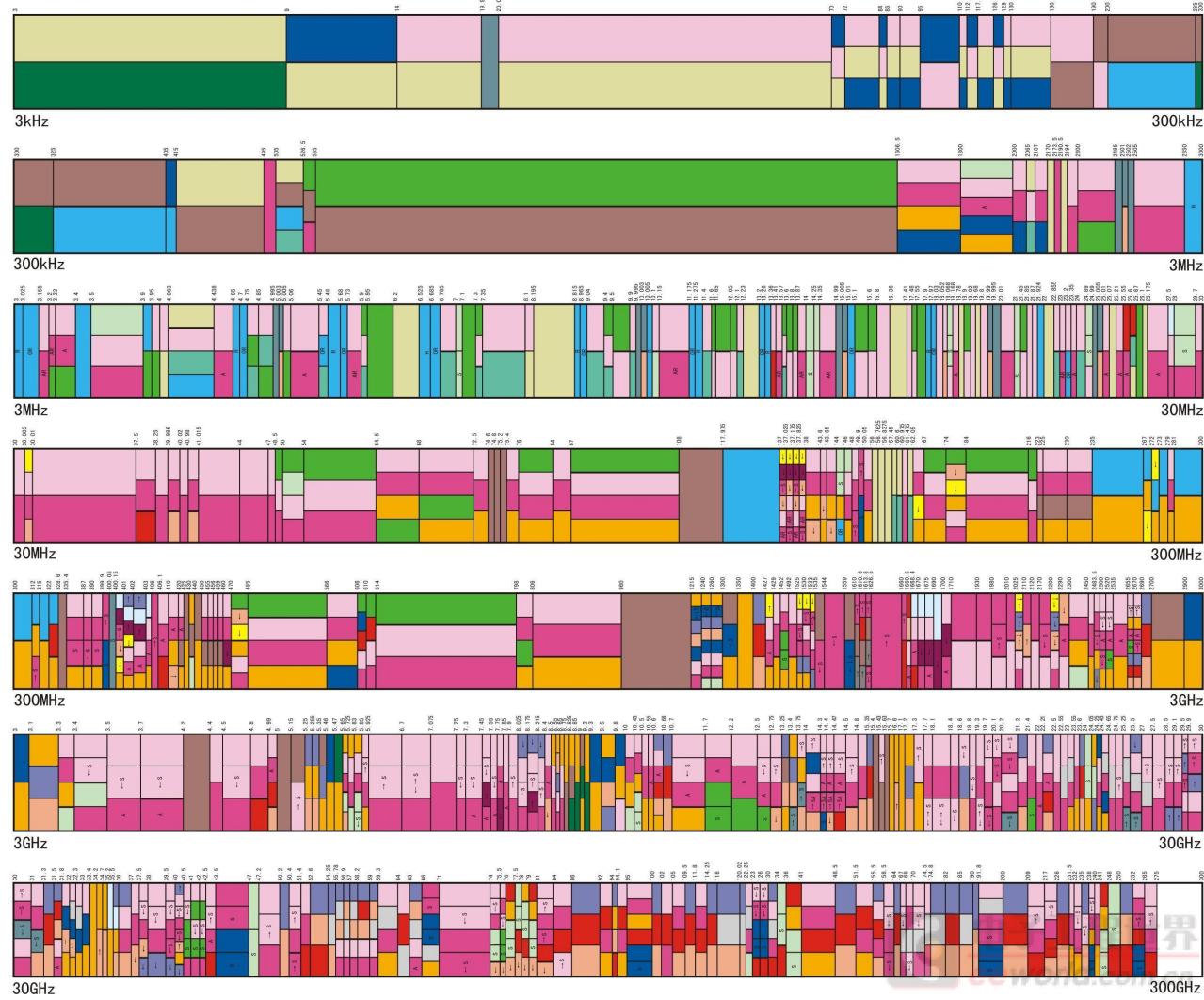
## 授权频段/非授权频段

中华人民共和国

## 无线电频率划分图

THE PEOPLE'S REPUBLIC  
OF CHINA  
FREQUENCY ALLOCATIONS  
THE RADIO SPECTRUM

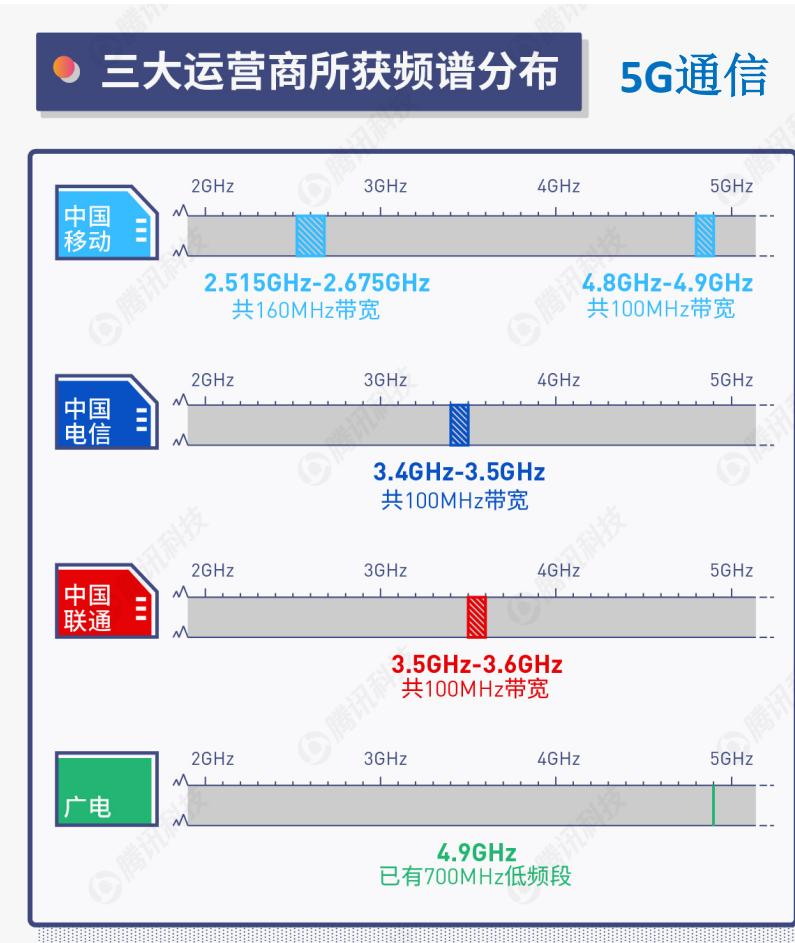
移动  
频谱



# 授权频段/非授权频段



## 授权频段 (licensed spectrum)



通信运营商必须从政府  
获得授权才能使用相应频段

在同一地区，授权频段最多  
只能被分配给一个运营商

LTE-M和NB-IoT都使用授权频段

# 授权频段/非授权频段

---



非授权频段 (unlicensed spectrum)

代表技术: Wi-Fi, 蓝牙, LoRa (也是一类物联网通信技术)

通信运营商无需授权即可使用该类频段。在同一区域，不同运营商设备之间会产生干扰，影响通信质量。

# 授权频段如何分配给运营商?



中国：直接分配



加拿大、德国、美国、英国等：频谱拍卖 (spectrum auction)



# 物联网频谱拍卖

英国OFCOM（Office of Communication）、美国FCC（Federal Communications Commission）在2020年关于物联网频谱的拍卖新闻

## January auction to boost mobile capacity and enhance 5G services including IoT in the 700MHz and 3.6GHz bands

auction, in light of the coronavirus. Having examined this suggestion, we do not believe it would meet our duty to secure optimal use of the UK's spectrum. It is also important to make the spectrum available to mobile users without unnecessary delay," he said.

The spectrum capacity will also be capped to prevent any one operator having more than 37 percent. This means BT/EE will be able to bid for 120 MHz, Hutchison 3G 185MHz and Vodafone 190 MHz. Due to its current spectrum holdings, O2 will not be restricted by the cap.

[www.ofcom.org.uk](http://www.ofcom.org.uk)

The auction of Priority Access Licenses in the 3550-3650 MHz band, which was designated as Auction 105, made available the greatest number of spectrum licenses ever in a single FCC auction, the telecom regulator said.

This 70 megahertz of licensed spectrum will further the deployment of 5G, as well as the Internet of Things (IoT) and other advanced spectrum-based services, said FCC Chairman Ajit Pai.

FCC will be making available 280 more megahertz of mid-band spectrum for 5G in the C-band auction beginning on December 8.

# 频谱拍卖



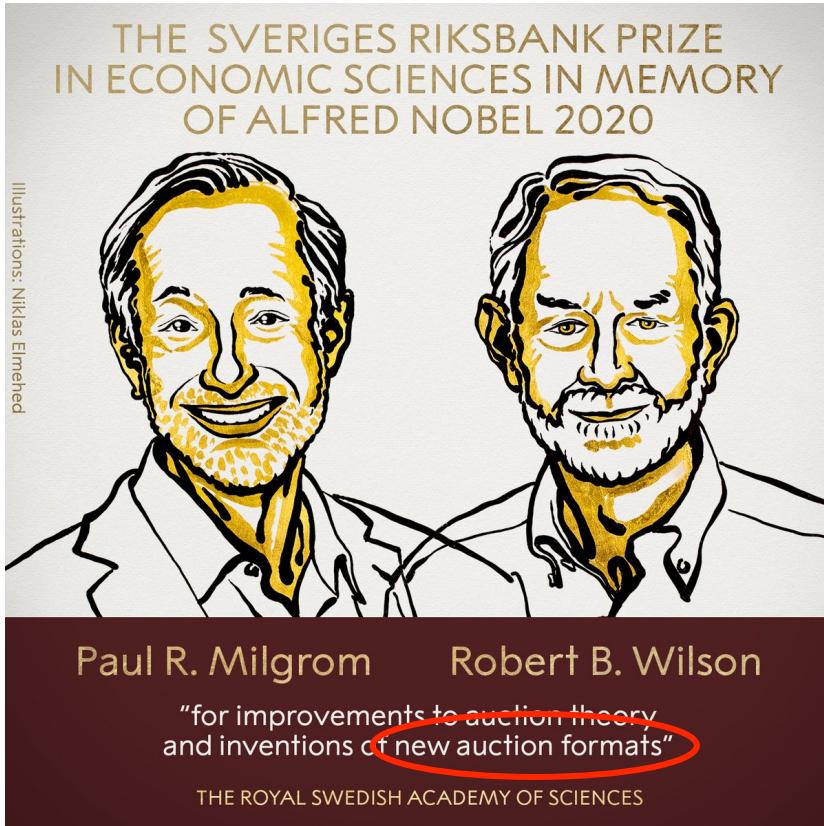
频谱拍卖与常见的艺术品拍卖有什么不同？有哪些数学和工程问题？



# 频谱拍卖



2020年经济学诺贝尔奖授予Paul Milgrom和Robert Wilson



**“New auction format”** 即应用于频谱拍卖的同步增价多轮拍卖  
(*simultaneous multi-round auction*)，  
该机制从二十世纪九十年代沿用至今

Paul Milgrom主导设计了2016-2017年FCC “激励拍卖”，创造了约两百亿美元的收益

# 本次报告内容

---



介绍拍卖的基础理论（博弈论）



介绍频谱拍卖的若干关键问题



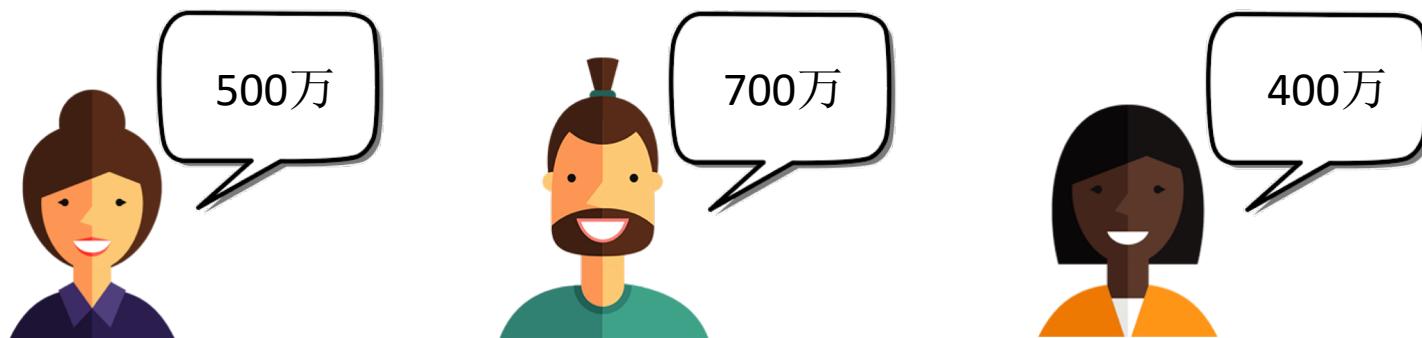
## 2. 拍卖基础理论

# 拍卖机制设计内容



一：竞价形式（单轮？多轮？依次竞价？同步竞价？）

单轮同步竞价示例：



# 拍卖机制设计内容



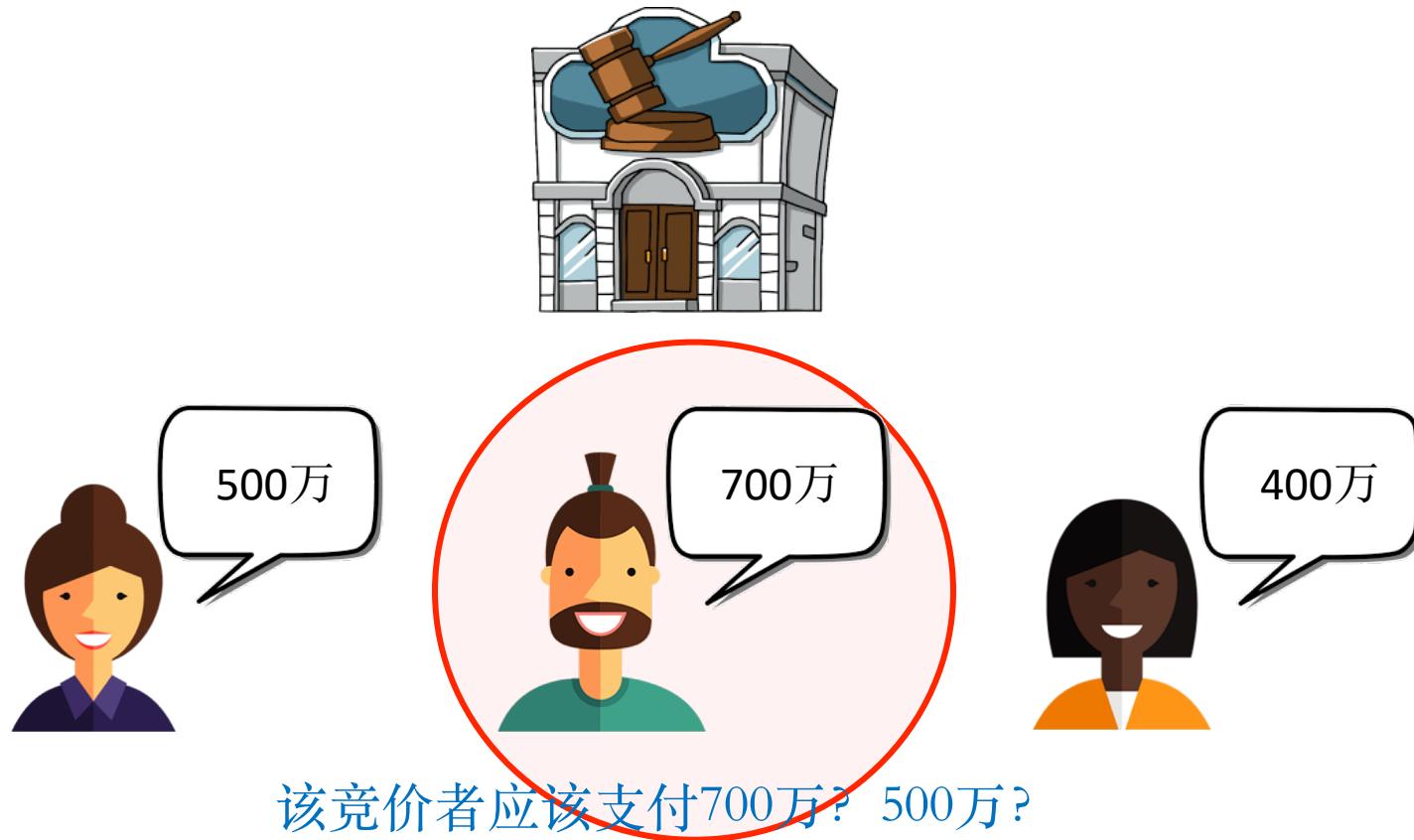
## 二：赢家选择规则（价高者得？）



# 拍卖机制设计内容



## 三：赢家支付规则（支付自身竞价？支付次高竞价？）



# 拍卖机制设计原则



让竞拍者根据自身心理价位诚实竞价 (truthful bidding)

——心理价位：内心对物品价值的真实评估

竞价行为满足诚实竞价



心理价位500万



心理价位700万



心理价位400万

# 拍卖机制设计原则



让竞拍者根据自身心理价位诚实竞价 (truthful bidding)

——心理价位：内心对物品价值的真实评估



竞价行为**不**满足诚实竞价



心理价位500万



心理价位700万



心理价位400万

# 拍卖机制设计原则



让竞拍者根据自身心理价位诚实竞价 (truthful bidding)

——心理价位：内心对物品价值的真实评估

竞价行为**不**满足诚实竞价



心理价位500万



心理价位700万



心理价位400万

# 拍卖机制设计原则



让竞拍者根据自身心理价位诚实竞价 (truthful bidding)

——心理价位：内心对物品价值的真实评估



不诚实竞价行为可能会导致拍卖商的收益或者社会总收益 (social welfare) 受到损失



核心理论问题之一：如何设计拍卖机制（竞价形式、赢家选择规则、赢家支付规则）令竞拍者自发地诚实竞价？即非诚实竞价对竞拍者不能带来收益。

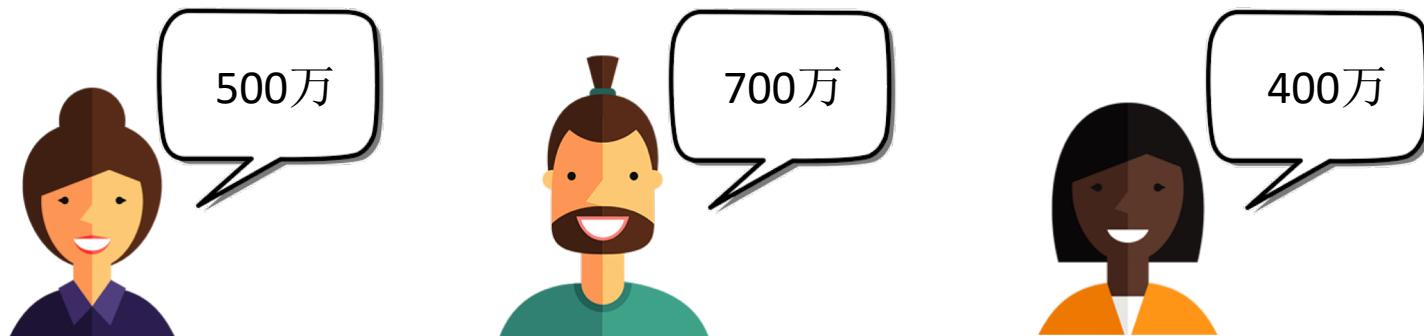
# 单个竞拍物的诚实拍卖机制——维克里拍卖(Vickrey Auction)



1961年，剑桥大学的William Vickrey教授理论上描述了Vickrey Auction。可以理论上证明，在仅有单一竞拍物的情况下，任何竞价者都会采取诚实竞拍行为。



- (1) 形式：单轮同步竞价
- (2) 赢家：最高竞价者
- (3) 赢家支付规则：支付第二高的竞价



Vickrey拍卖下，他应该支付500万

## 单个竞拍物的诚实拍卖机制——维克里拍卖(Vickrey Auction)

- 令 $v_i$ 代表第*i*个竞价者的心 $理$ 价位， $b_i$ 代表他的竞价

- 竞价结束后，第*i*个竞价者的收益为

(1) 若  $b_i > \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为  $v_i - \max_{j \neq i} b_j$

(2) 若  $b_i < \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为 0      暂不考虑等于情况

需要证明：无论其余竞价者如何选择各自的 $b_j$ ，竞价者*i*的最优竞

价策略都是选择  $b_i^* = v_i$

# 单个竞拍物的诚实拍卖机制——维克里拍卖(Vickrey Auction)

- 令 $v_i$ 代表第*i*个竞价者的心 $理$ 价位， $b_i$ 代表他的竞价

- 竞价结束后，第*i*个竞价者的收益为

(1) 若  $b_i > \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为  $v_i - \max_{j \neq i} b_j$

(2) 若  $b_i < \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为 0

例子



心理价位500万



心理价位700万



心理价位400万

## 单个竞拍物的诚实拍卖机制——维克里拍卖(Vickrey Auction)

令 $v_i$ 代表第*i*个竞价者心理价位， $b_i$ 代表竞价，第*i*个竞价者的收益为

(1) 若  $b_i > \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为  $v_i - \max_{j \neq i} b_j$

(2) 若  $b_i < \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为 0

需要证明：竞价者*i*的最优竞价策略都是  $b_i^* = v_i$

证明：(1) 选择竞价  $b_i > v_i$  不如选择  $v_i$

分情况讨论:  $\max_{j \neq i} b_j < v_i$ ,  $\max_{j \neq i} b_j \geq b_i$ ,  $v_i \leq \max_{j \neq i} b_j < b_i$

(2) 选择竞价  $b_i < v_i$  不如选择  $v_i$

略

# 单个竞拍物的诚实拍卖机制——维克里拍卖(Vickrey Auction)

令 $v_i$ 代表第*i*个竞价者心理价位， $b_i$ 代表竞价，第*i*个竞价者的收益为

(1) 若  $b_i > \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为  $v_i - \max_{j \neq i} b_j$

(2) 若  $b_i < \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为 0

需要证明：竞价者*i*的最优竞价策略都是  $b_i^* = v_i$

直观例子说明：

情况一：



心理价位500万



# 单个竞拍物的诚实拍卖机制——维克里拍卖(Vickrey Auction)

令 $v_i$ 代表第*i*个竞价者心理价位， $b_i$ 代表竞价，第*i*个竞价者的收益为

(1) 若  $b_i > \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为  $v_i - \max_{j \neq i} b_j$

(2) 若  $b_i < \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为 0

需要证明：竞价者*i*的最优竞价策略都是  $b_i^* = v_i$

直观例子说明：

情况二：



心理价位500万



# 单个竞拍物的诚实拍卖机制——维克里拍卖(Vickrey Auction)

令 $v_i$ 代表第*i*个竞价者心理价位， $b_i$ 代表竞价，第*i*个竞价者的收益为

(1) 若  $b_i > \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为  $v_i - \max_{j \neq i} b_j$

(2) 若  $b_i < \max_{j \neq i} b_j$ , 收益为 0

需要证明：竞价者*i*的最优竞价策略都是  $b_i^* = v_i$

直观例子说明：

情况三：



心理价位500万



# 单个竞拍物的诚实拍卖机制——维克里拍卖(Vickrey Auction)

Vickrey auction (sealed-bid second-price auction)

- (1) 形式：单轮同步竞价
- (2) 赢家：最高竞价者
- (3) 赢家支付规则：支付第二高的竞价



拍卖商的作弊空间？



心理价位500万



心理价位700万



心理价位400万

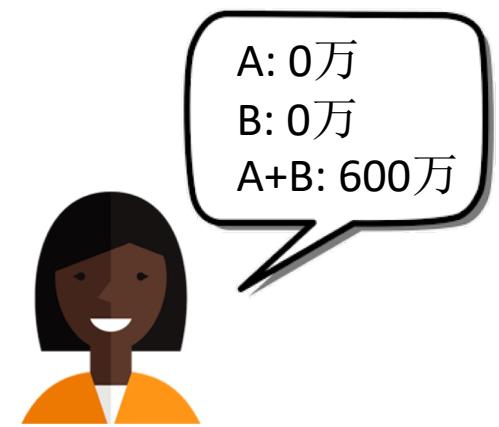
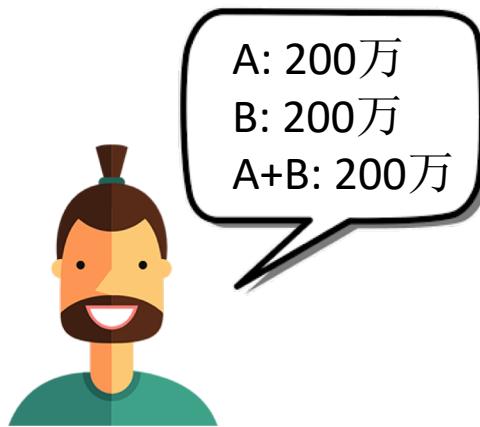
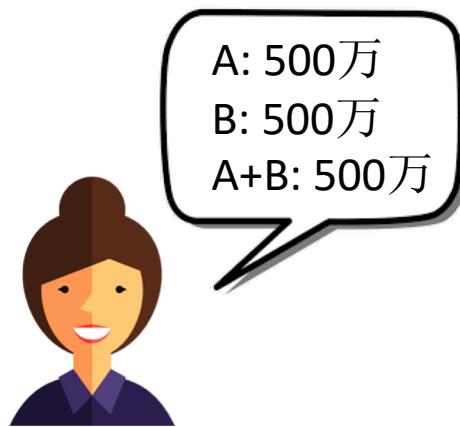
# 多个竞拍物的诚实拍卖机制



A:位于中关村



B:位于良乡



# 多个竞拍物的诚实拍卖机制——VCG拍卖

---



Vickrey – Clarke – Groves拍卖是Vickrey拍卖在多物竞拍场景的拓展

# 多个竞拍物的诚实拍卖机制——VCG拍卖

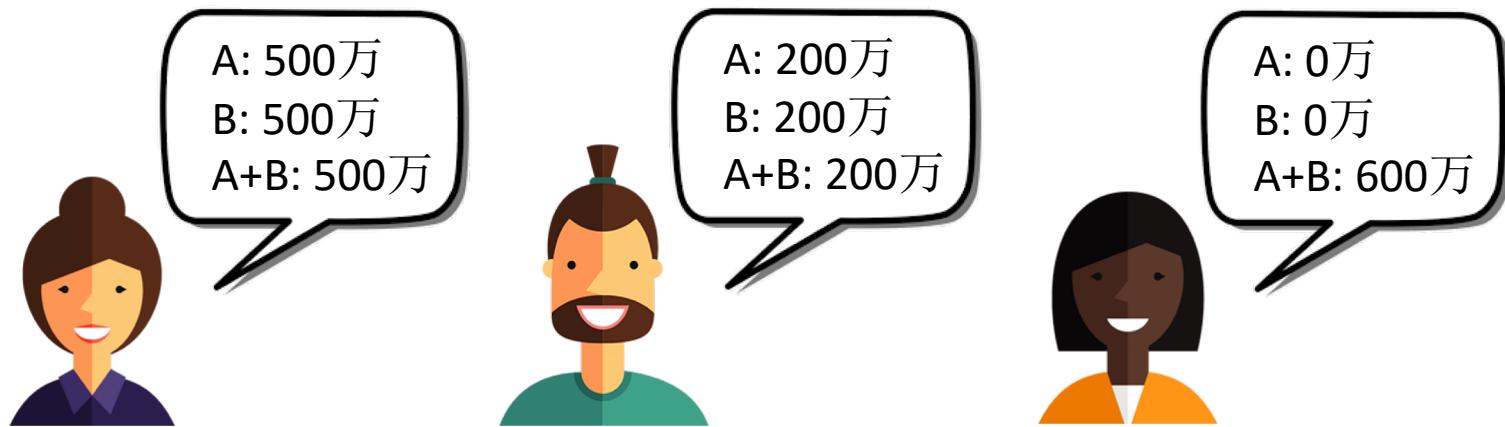
(1) 形式：单轮同步竞价——每个竞拍者对竞拍物的所有组合分别报价



A:位于中关村

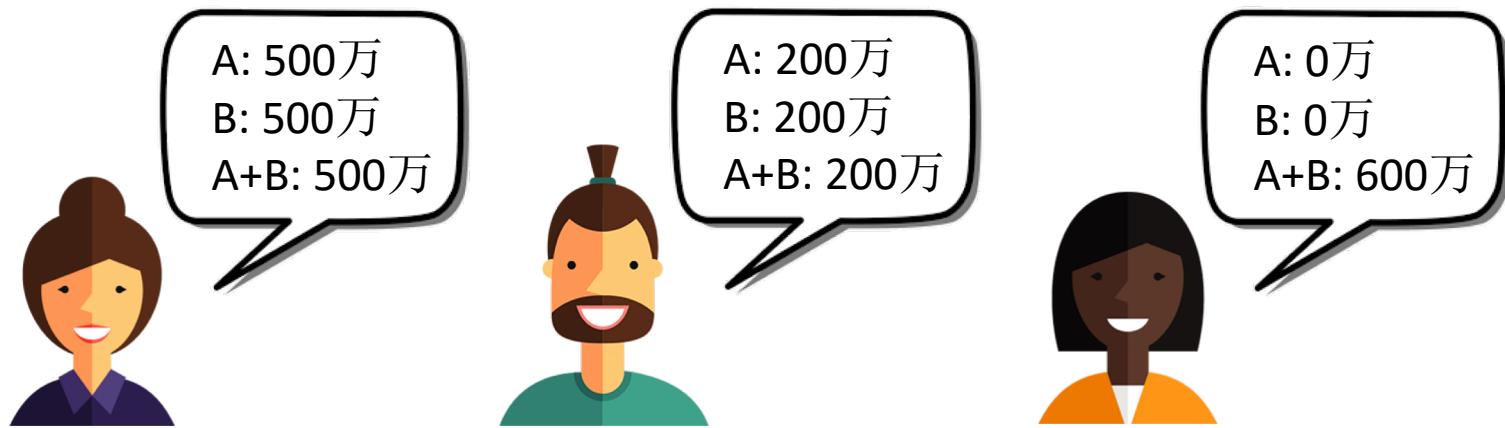


B:位于良乡



# 多个竞拍物的诚实拍卖机制——VCG拍卖

(2) 赢家选择：从所有的物品分配组合中选择最大化社会总收益的组合



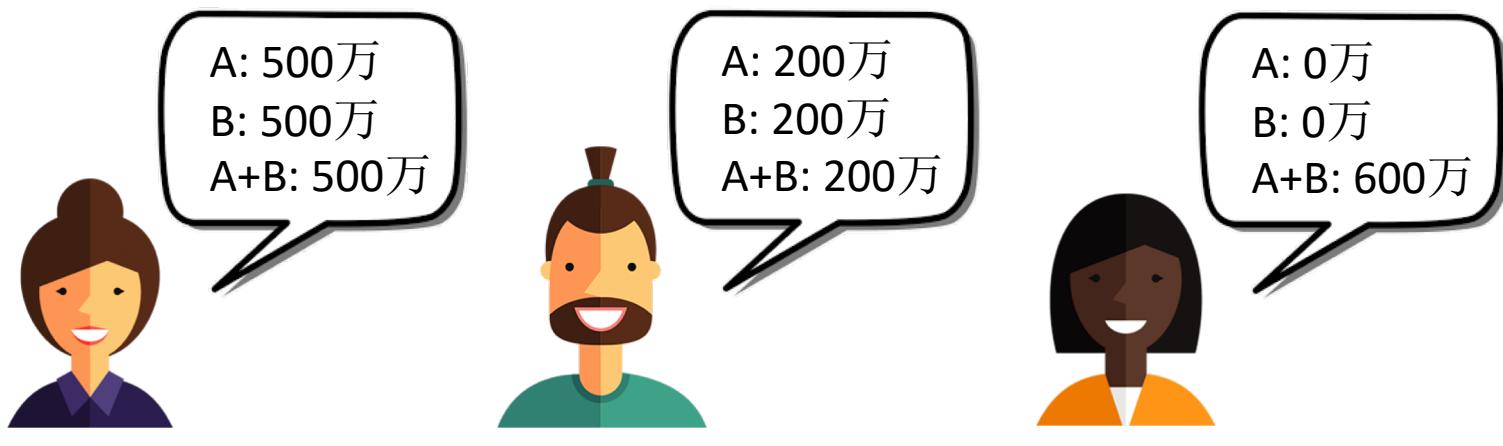
将房屋A给，将房屋B给，能最大化社会总收益

把该社会总收益记为  $V_{\{所有竞拍者\}}^{\{所有物品\}} = 700\text{万}$

# 多个竞拍物的诚实拍卖机制——VCG拍卖

(3) 赢家支付规则：每个竞拍者*i*根据如下公式缴纳其所得物品*j*的费用

$$V^{\{所有物品\}}_{\{不包含i的所有竞拍者\}} - V^{\{不包含j的所有物品\}}_{\{不包含i的所有竞拍者\}}$$



获得了房屋A

获得了房屋B



需要为房屋A支付600万-200万=400万



需要为房屋B支付600万-500万=100万

# 多个竞拍物的诚实拍卖机制——VCG拍卖

- (1) 形式：单轮同步竞价——每个竞拍者对竞拍物的所有组合分别报价
- (2) 赢家选择：从所有的物品分配组合中选择最大化社会总收益的组合
- (3) 赢家支付规则：每个竞拍者根据如下公式缴纳其所得物品的费用

$$V_{\substack{\{所有物品\} \\ \{不包含i的所有竞拍者\}}} - V_{\substack{\{不包含j的所有物品\} \\ \{不包含i的所有竞拍者\}}}$$

可以严格证明，在VCG拍卖机制下，每个理性竞拍者会诚实竞价

另外，VCG拍卖可以实现社会总收益最大化

# 3. 频谱拍卖



# 频谱拍卖



频谱拍卖是多物竞拍（且数目很大）

1. On August 25, 2020, bidding concluded in Auction 105—the auction of Priority Access Licenses (PALs) in the 3550-3650 MHz portion of the 3.5 GHz band. Auction 105 raised a total of \$4,543,232,339 in net bids (\$4,585,663,345 in gross bids), with 228 bidders winning a total of 20,625 licenses.<sup>1</sup>

FCC最近的一次频谱拍卖，拍出了2万多个频谱使用牌照



能不能使用VCG拍卖？

- 竞价复杂：假设有1000个物品，每个竞价者需要针对 $2^{1000}-1$ 种组合分别进行报价
- VCG能达到社会总收益最大化，但不一定能使拍卖商收益最大化

# 频谱拍卖——同步增价多轮拍卖



由诺贝尔经济学奖得主Paul Milgrom和Robert Wilson提出，于1994年首次使用。在后来的二十多年广泛应用于欧美国家的频谱拍卖。



- 形式：(1) 每一轮每个竞拍者可以对每个待拍频谱分别出价，即每个竞拍者每轮最多报J个价格 (J为待拍频谱数目)
- (2) 每一轮竞拍结束后只公布每个频谱当前最高竞拍价
- (3) 每新一轮，每个频谱的起拍价为上一轮的最高竞拍价

频谱1	频谱2	频谱3	频谱4	频谱5	活跃度约束
当前最高价	20万	60万	10万	5万	40万

# 频谱拍卖



正向拍卖 (forward auction) : 政府是卖家，网络运营商是买家，竞出高价购买频谱资源



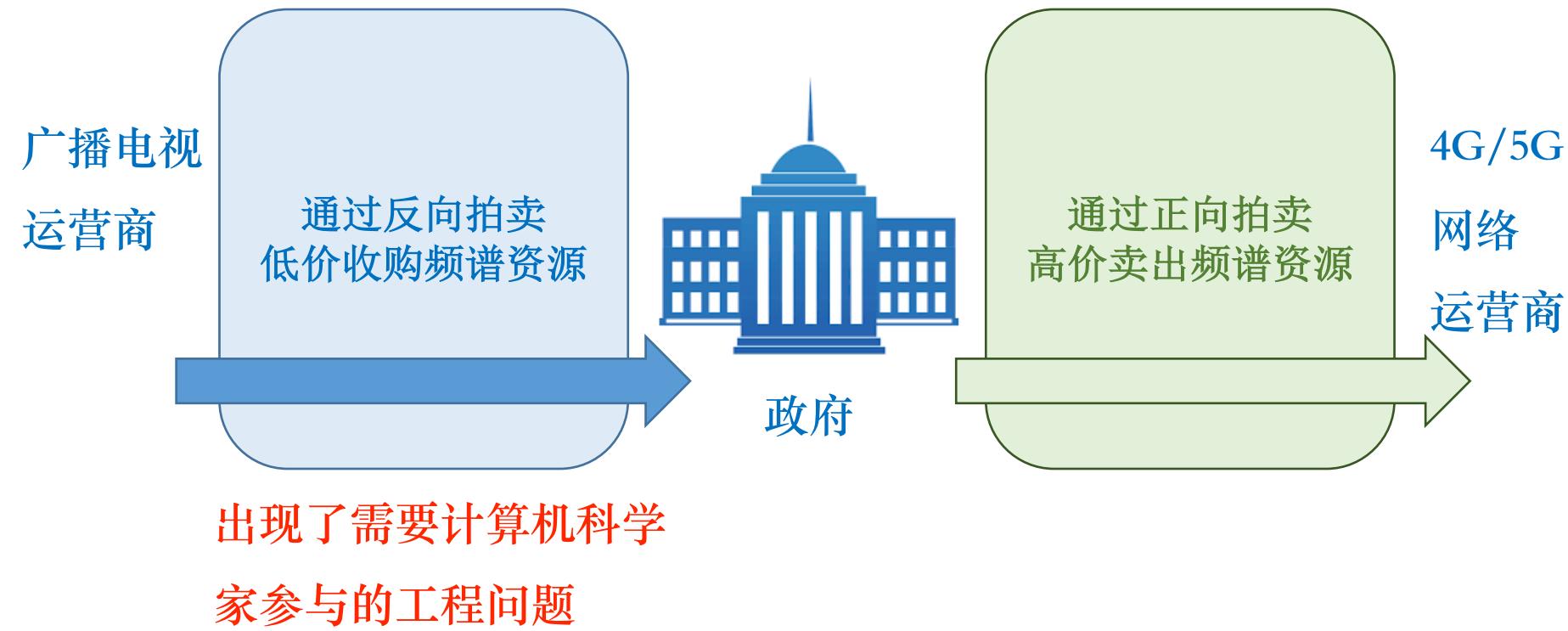
反向拍卖 (reverse auction) : 政府是买家，频谱拥有者是卖家，竞出低价售卖频谱资源



# 频谱拍卖——FCC激励拍卖



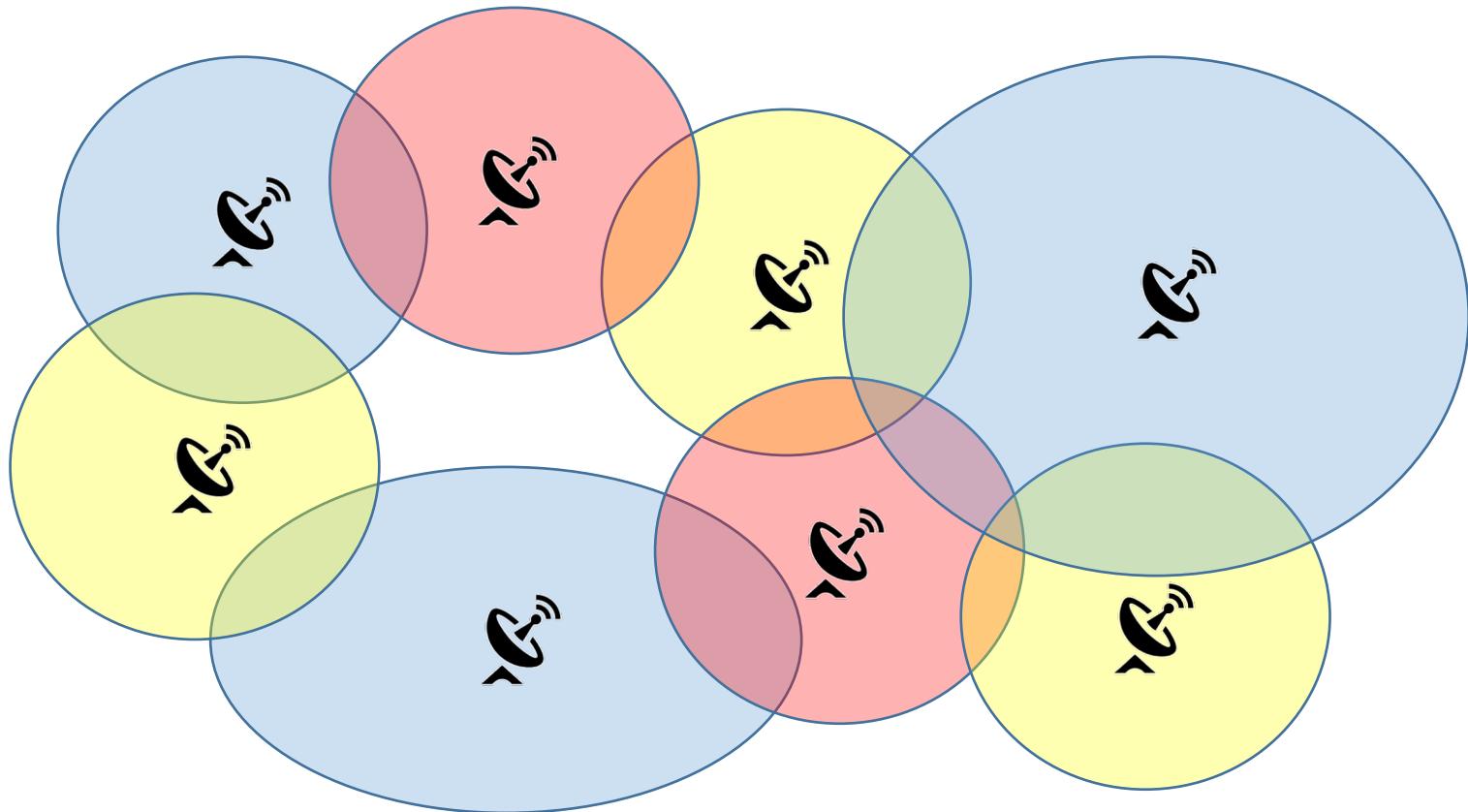
诺奖获得者Paul Milgrom等学者设计了2016-2017年FCC“激励拍卖”，  
收购花了一百亿美元，出售得到了约两百亿美元的收益。



# 频谱拍卖——反向拍卖中的数学及工程问题



不同的广播电视台运营商在不同地区拥有不同的频谱，有交集的多块区域必须使用不同的频谱

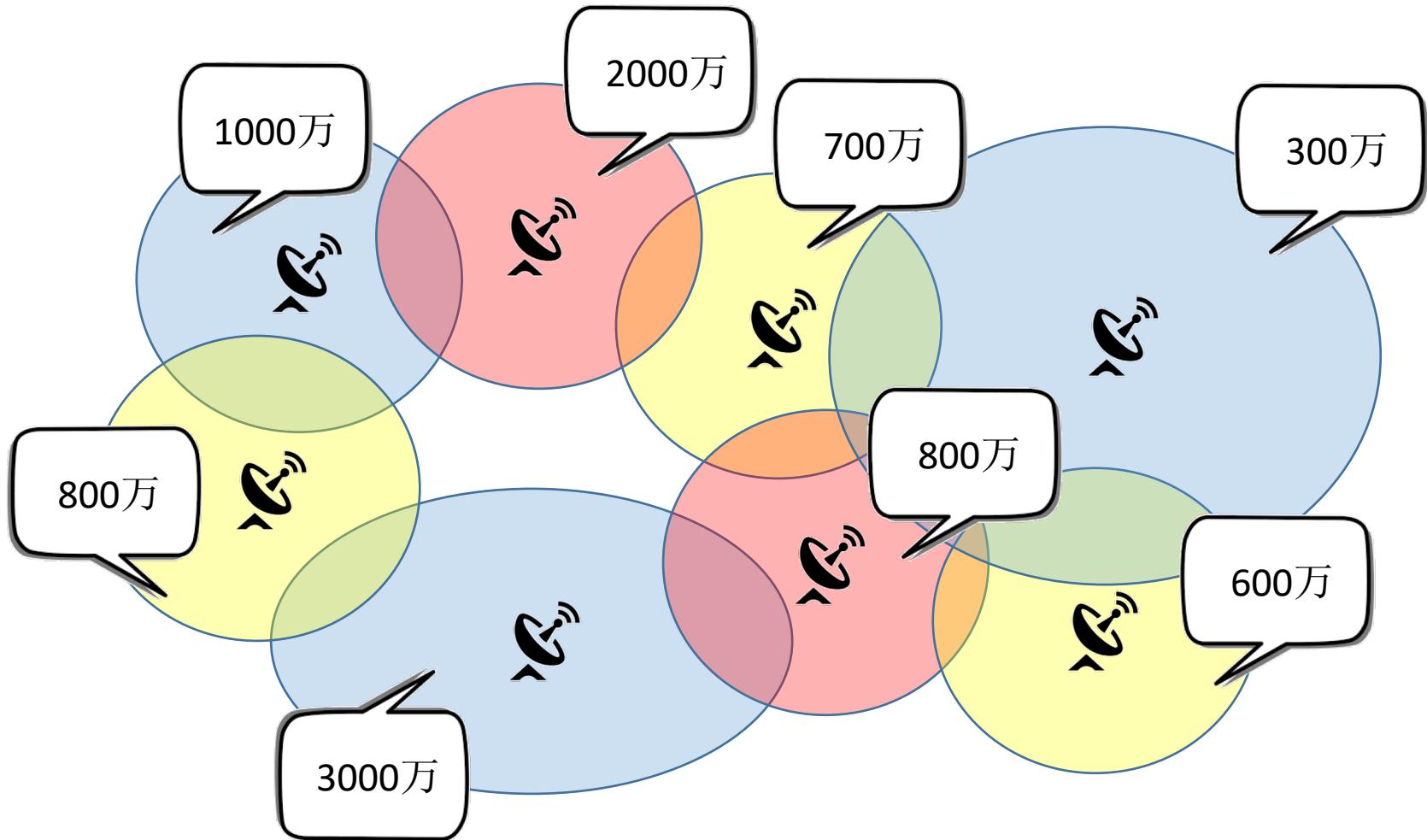


例子来源：Tim Roughgarden 2018.4 报告

# 频谱拍卖——反向拍卖中的数学及工程问题



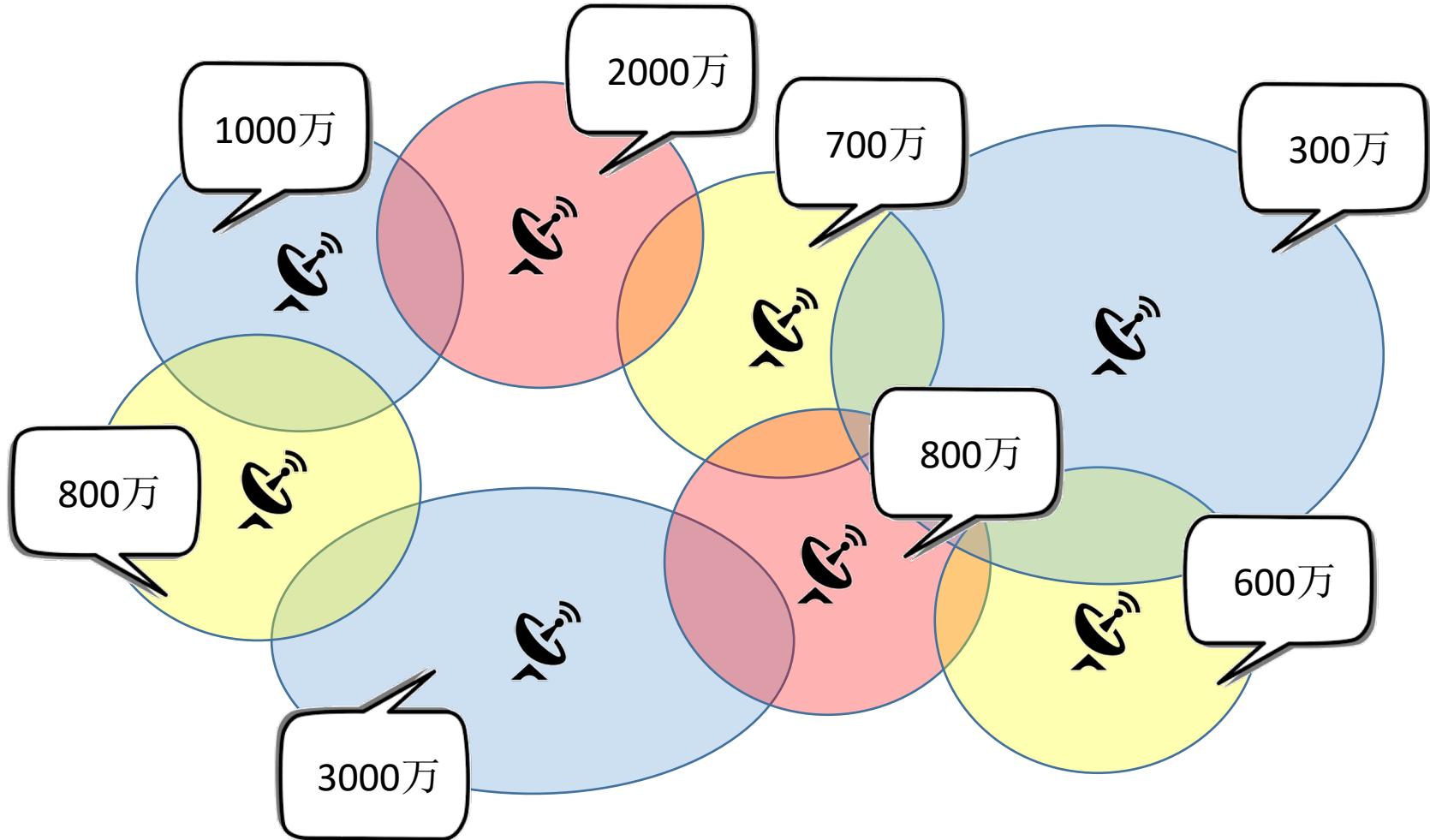
政府（拍卖商）要在全国范围内完整收购若干段频谱



# 频谱拍卖——反向拍卖中的数学及工程问题



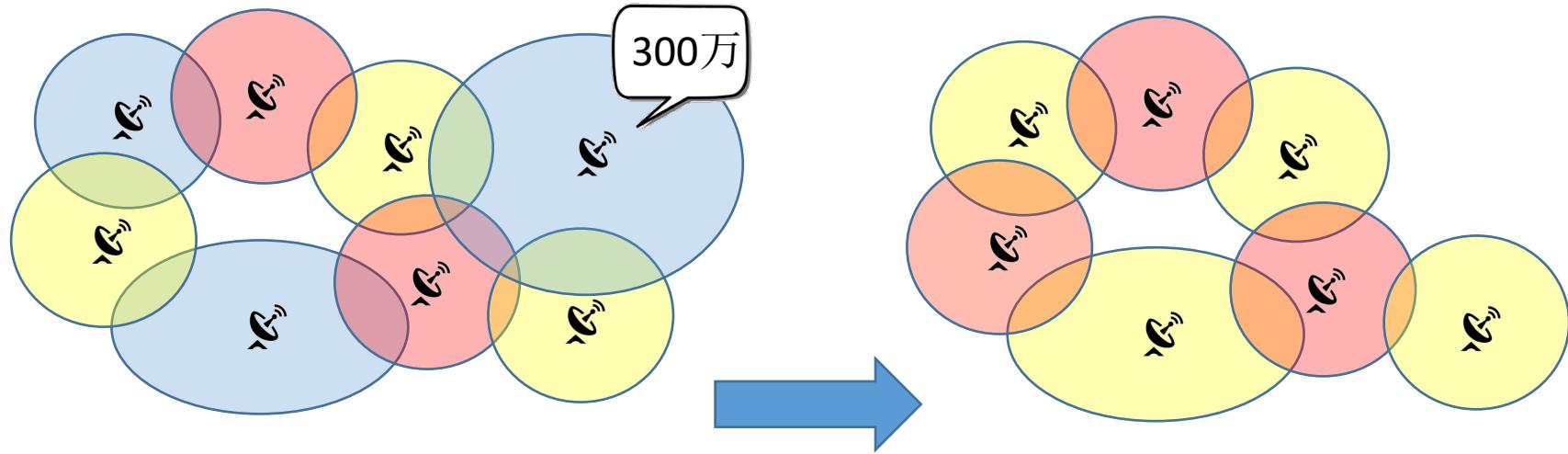
政府能不能以比较少的代价在全部区域完整获得一个频谱?



# 频谱拍卖——反向拍卖中的数学及工程问题



政府（拍卖商）要在全国范围内完整收购若干段频谱

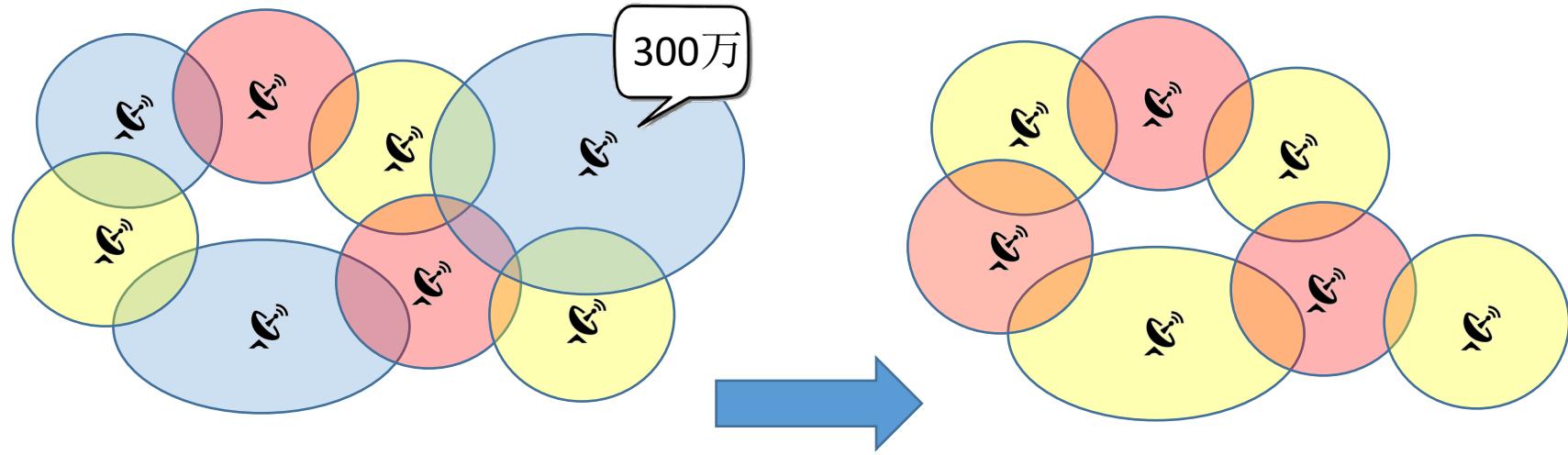


仅从部分广播运营商处收购 频谱，针对其它原占有 的运营商，将其分配到其它频谱（其它原占有 的运营商也可能受调整）

# 频谱拍卖——反向拍卖中的数学及工程问题



能不能完全收购两个频谱? ——比较困难, 难以满足不干扰的约束



经典图上色问题: NP完全问题

# 小结

---

频谱资源拍卖背景

拍卖的基础理论：Vickrey拍卖、VCG拍卖

实际中频谱拍卖的主要问题

谢谢！

