5. (5)$m=1, d_1=1, d_2=1, k=1$ とし、入力変位 $x_1(t)=\sin(t)$ を与えたときの応答を求めよ。

パラメータを代入し、$x_1(t)=\sin(t)$ のラプラス変換は $X_i(s)=\dfrac{1}{s^2+1}$ なので

$$G(s)=\frac{s}{s^2+2s+1}$$

$$\therefore \quad X(s)=G(s)F(s)=\frac{s}{(s+1)^2(s^2+1)}$$

$$\therefore \quad X(s)=\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{(s+1)^2}+\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{s^2+1}$$

$$\therefore \quad \mathcal{L}^{-1}\left[X(s)\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{(s+1)^2}\right]+\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{s^2+1}\right]$$

$$\therefore \quad x(t)=-\frac{1}{2}te^{-t}+\frac{1}{2}\sin t$$

5. (6)$m=1, d_1=1, d_2=2, k=2$ とし、入力変位 $x_1(t)=\sin(2t)$ を与えたときの応答を求めよ。

パラメータを代入し、$x_1(t)=\sin(2t)$ のラプラス変換は $X_i(s)=\dfrac{2}{s^2+2^2}$ なので

$$G(s)=\frac{s}{s^2+3s+2}$$

$$\therefore \quad X(s)=G(s)F(s)=\frac{s}{(s+1)(s+2)(s^2+2^2)}$$

$$\therefore \quad X(s)=\frac{\left(-\frac{1}{5}\right)}{s+1}+\frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{s+2}+\frac{\left(-\frac{1}{20}s+\frac{3}{10}\right)}{s^2+2^2}$$

$$\therefore \quad \mathcal{L}^{-1}\left[X(s)\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\left(-\frac{1}{5}\right)}{s+1}\right]+\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{s+2}\right]+\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\left(-\frac{1}{20}s+\frac{3}{10}\right)}{s^2+2^2}\right]$$

$$\therefore \quad x(t)=-\frac{1}{5}e^{-t}+\frac{1}{4}e^{-2t}-\frac{1}{20}\left\{\cos(2t)-3\sin(2t)\right\}$$

5. (7)$m=1, d_1=2, d_2=0, k=2$ とし、ステップ応答を求めよ。

パラメータを代入し、ステップ入力のラプラス変換は $F(s)=\dfrac{1}{s}$ なので

$$G(s)=\frac{2s}{s^2+2s+2}$$

$$\therefore \quad X(s)=G(s)F(s)=\frac{2}{s^2+2s+2}$$

$$\therefore \quad \mathcal{L}^{-1}\left[X(s)\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{(s+1)^2+1}\right]$$

$$\therefore \quad x(t)=2e^{-t}\sin t$$