制御工学演習

問題編

作成者：Yudai

2025 年 5 月 9 日作成

[1] 指数関数 $x(t) = e^{at}$ をラプラス変換せよ．

[2] 単位ステップ関数 $x(t) = 1$ をラプラス変換せよ．

[3] 単位インパルス関数 $x(t) = \delta(t)$ をラプラス変換せよ．

[4] ランプ関数 $x(t) = t$ をラプラス変換せよ．

[5] 正弦波関数 $x(t) = \sin(\omega t)$ をラプラス変換せよ．

[6] 余弦波関数 $x(t) = \cos(\omega t)$ をラプラス変換せよ．

[7] ラプラス変換は線形の性質があることを示せ.

[8] 時間関数 $x(t)$ を右に τだけ推移させた関数 $x(t-\tau)$ に対するラプラス変換は，$x(t)$ のラプラス変換 $X(s)$ を用いて

$$\mathcal{L}\left[x(t-\tau)\right] = e^{-s\tau t}X(s)$$

と表されることを示せ．（時間領域における推移定理）

[9] $x(t)$ のラプラス変換 $X(s)$ において複素変数 s を b だけ推移させて $s+b$ とすれば, どうなるのか？

[10] $e^{\lambda t}sin(\omega t)$ をラプラス変換せよ．

[11] 時間関数 $x(t)$ の微分をラプラス変換せよ.

[12] つぎの微分方程式をラプラス変換を用いて解け.

$$9\frac{d^2x(t)}{dt^2} + x(t) = 1$$

ただし，初期値は，$x(0) = 0,\ x'(0) = 0$ とする.

[13] つぎの微分方程式をラプラス変換を用いて解け.

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 3\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = 4$$

ただし，初期条件は，$x(0) = 1,\ x^{(1)}(0) = 0$ とする.

[14] つぎの微分方程式をラプラス変換を用いて解け.

$$\frac{dx(t)}{dt} + 3x(t) = sin2t$$

ただし，初期条件は，$x(0) = 0$ とする.

[15] つぎの微分方程式をラプラス変換を用いて解け.

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = 1$$

ただし，初期条件は，$x(0) = 0, x^1(0) = 1$ とする.

[16] (1)-(10) のラプラス変換 $X(s)$ にラプラス逆変換を施し，時間関数 $x(t)$ を求めよ．

(1) $X(s) = \frac{4}{s+5}$　　(2) $X(s) = \frac{s+7}{s^2+2s+5}$

(3) $X(s) = \frac{2}{s^2+s}$　　(4) $X(s) = \frac{s+1}{s(s^2+4s+8)}$

(5) $X(s) = \frac{1}{s^3+11s^2+40s+48}$　　(6) $X(s) = \frac{2}{(s+1)(s+3)}$

(7) $X(s) = \frac{3}{s(s+2)^2}$　　(8) $X(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+3)^2}$

(9) $X(s) = \frac{s+2}{s^3(s-1)^2}$　　(10) $X(s) = \frac{1}{(s^2+1)(s^2+4)}$

[17] つぎの微分方程式をラプラス変換を用いて解け．

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + y(t) = 0$$

ただし，初期条件は，$y(0) = A, y^{(1)}(0) = B$ とする．

[18] つぎの微分方程式をラプラス変換を用いて解け．

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - (a+b)\frac{dy(t)}{dt} + aby(t) = 0$$

ただし，初期条件は，$y(0) = 1, y^{(1)}(0) = 0$ とする．

[19] つぎの微分方程式をラプラス変換を用いて解け．

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 12y(t) = 2$$

ただし，初期条件は，$y(0) = 1, y^{(1)}(0) = 0$ とする．

[20] つぎの微分方程式をラプラス変換を用いて解け．

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4y(t) = sin(t)$$

ただし，初期条件は，$y(0) = 0, y^{(1)}(0) = 0$ とする．

[21] 単位インパルス応答が $y(t) = 7e^{-2t} + 2e^{-3t}$ であるとき，
このシステムの伝達関数を求めよ．

[22] 単位インパルス応答が $y(t) = e^{-2t} + 3e^{-9t} - 4e^{-11t}$ であるとき，
このシステムの伝達関数を求めよ．

[23] 単位ステップ応答が $y(t) = 5e^{-t} - 5e^{-7t}$ であるとき，
このシステムの伝達関数を求めよ．

[24] 単位ステップ応答が $y(t) = 12 + 6t$ であるとき，
このシステムの伝達関数を求めよ．

[25] 伝達関数が

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 2}$$

であるときのインパルス応答を求めよ．

[26] 伝達関数が

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 2}$$

であるときのステップ応答を求めよ．

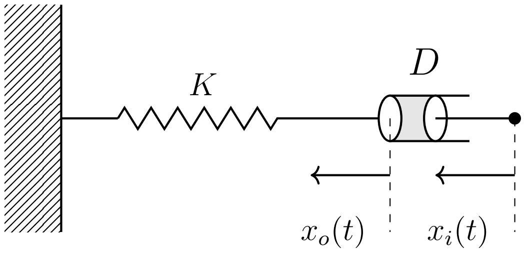
[27] 伝達関数が

$$G(s) = \frac{12s + 30}{s^2 + 8s + 15}$$

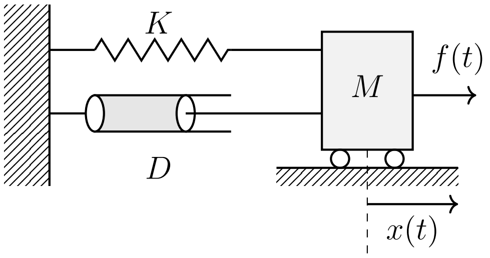
であるときのステップ応答を求めよ．

[28] $x(t)[m^3/s]$ は，操作バルブ直後の流量を表し，長い配管を通って
$L[s]$ 後に給水場所に到達したとする．
このとき，$x(t)$ から給水量 $y(t)$ までの伝達関数を求めよ．

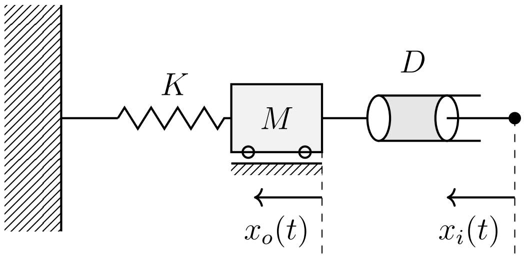
[29] 変位 $x_i(t)[m]$ を入力信号，
ダッシュポットのシリンダの平衡点からの変位 $x_o(t)[m]$ を出力信号
とみなしたときの伝達関数を求めよ．ただし，$x_i(0) = 0, x_o(0) = 0$ とする．



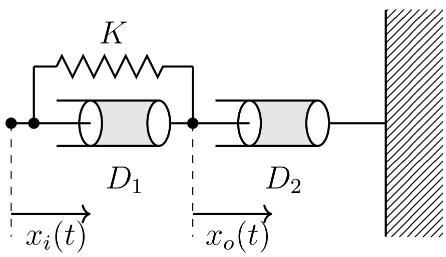
[30] 外力 $f(t)[N]$ を図の方向に考え，平衡点からの変位 $x(t)[m]$ を出力信号
とみなしたときの伝達関数を求めよ．



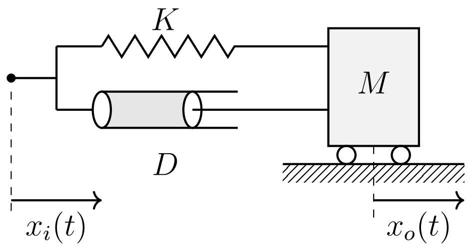
[31] 平衡点からの変位として，図中の $x_i(t)[m]$ と $x_o(t)[m]$ を考える．
$x_i(t)$ を入力信号，$x_o(t)[m]$ を出力信号とみなしたときの伝達関数を求めよ．



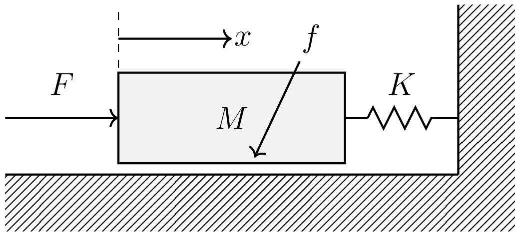
[32] 粘性減衰係数 $D_1[N \cdot s/m]$ のダッシュポットのピストンの平衡点からの変位
$x_i(t)[m]$ を入力信号，粘性減衰係数 $D_1[N \cdot s/m]$ のダッシュポットのピストン
の平衡点からの 変位 $x_o(t)[m]$ を出力信号としたときの伝達関数を求めよ．



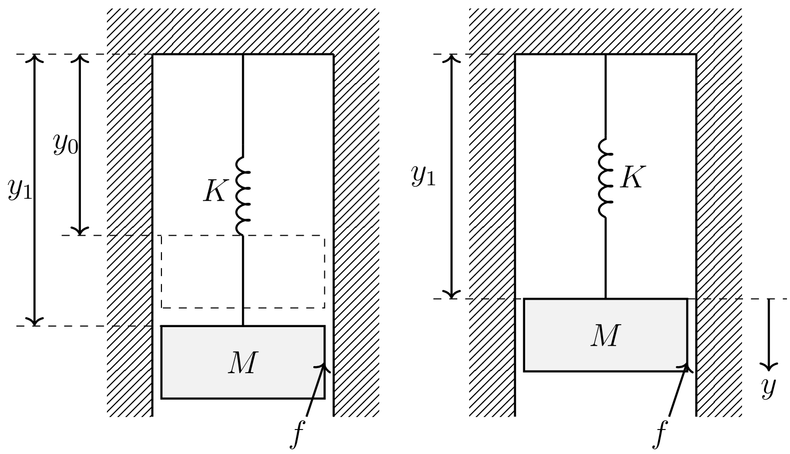
[33] 平衡点からの変位として，図中の $x_i(t)[m]$ と $x_o(t)[m]$ を考える．
$x_i(t)[m]$ を入力信号，$x_o(t)[m]$ を出力信号とみなしたときの伝達巻子を求めよ．
台車は摩擦なく床を動くものとする．すべての変数の初期値はゼロである．



[34] この系の伝達関数を求めよ．ただし， f は粘性抵抗係数であり，
初期条件 $t = 0$ において $F = 0$

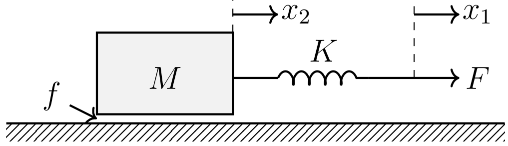


[35] 長さ y_0 のばねの上端を固定し，下端に質量 M の物体をつり下げたとき，
ばねの長さが y_1 になって平衡した．
つぎに，物体に下向きの力 $F(t)$ を加えたとき，物体の平衡状態からの変位を
y として運動方程式を作れ．
ただし物体と側壁との間には，粘性摩擦定数を f とする．

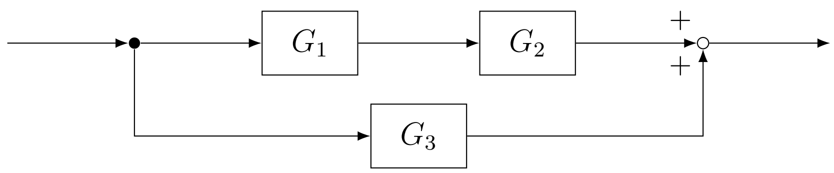


質量 – ばね – まさつ系（平衡状態）　　力を加えた場合

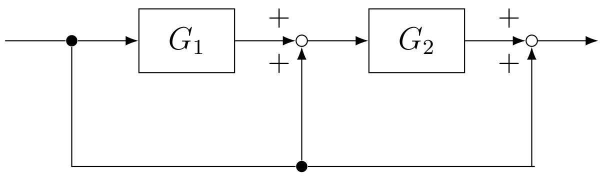
[36] 質量 M の物体の一端にばねをつけ，
ばねを力 F で引っ張ったときの運動方程式を作れ．
物体と床面との間の粘性摩擦定数を f とする．



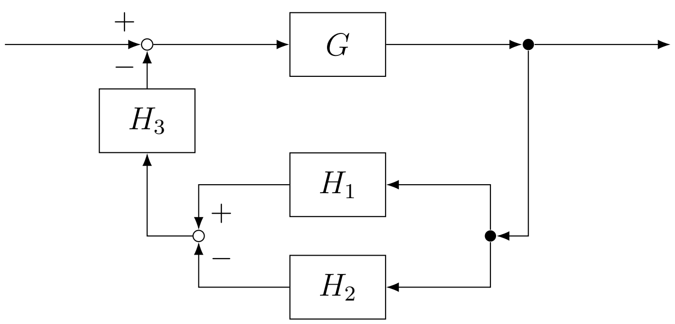
[37] 等価変換によってひとつのブロックに簡単化せよ.



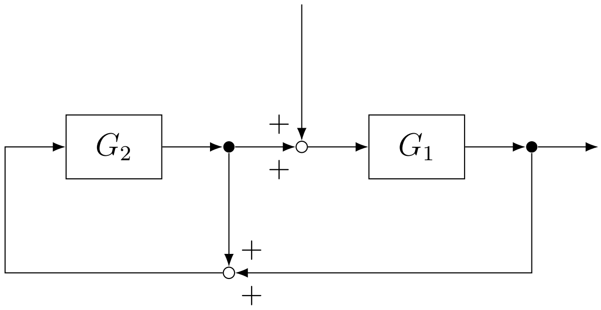
[38] 等価変換によってひとつのブロックに簡単化せよ.



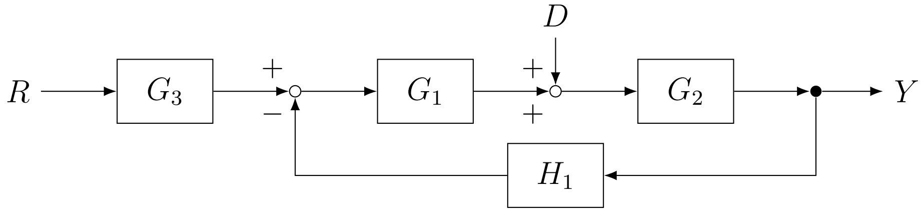
[39] 等価変換によってひとつのブロックに簡単化せよ.



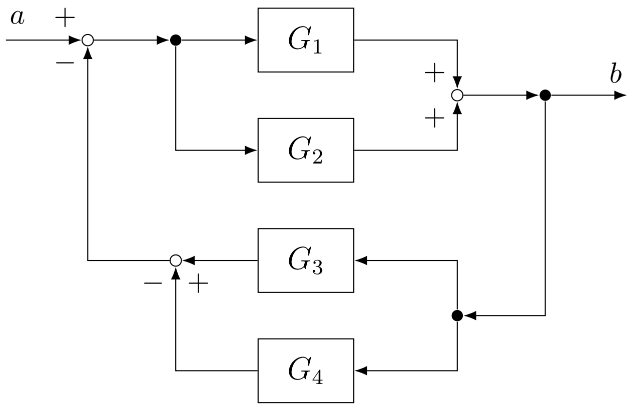
[40] 等価変換によってひとつのブロックに簡単化せよ.



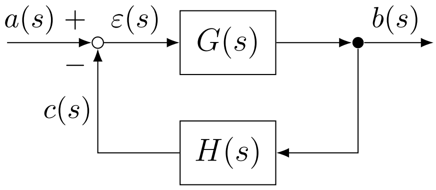
[41] 出力信号である制御量 Y までの伝達特性を等価変換によって簡単化せよ.
ただし、R は目標値信号，D は外乱信号である.



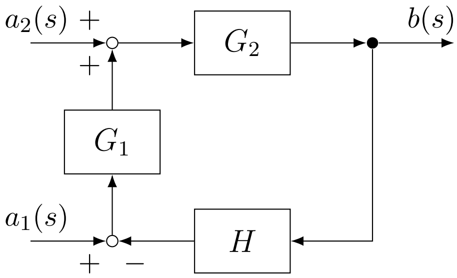
[42] a を入力，b を出力としたとき，ブロック線図を簡単化し，伝達関数を求めよ．



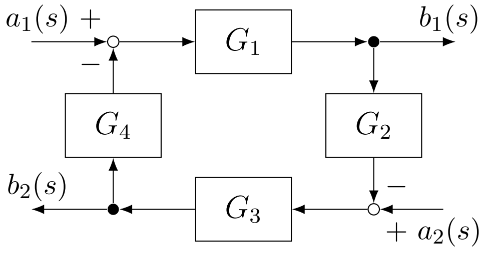
[43] 伝達関数 $\frac{b(s)}{a(s)}$ を求めよ．



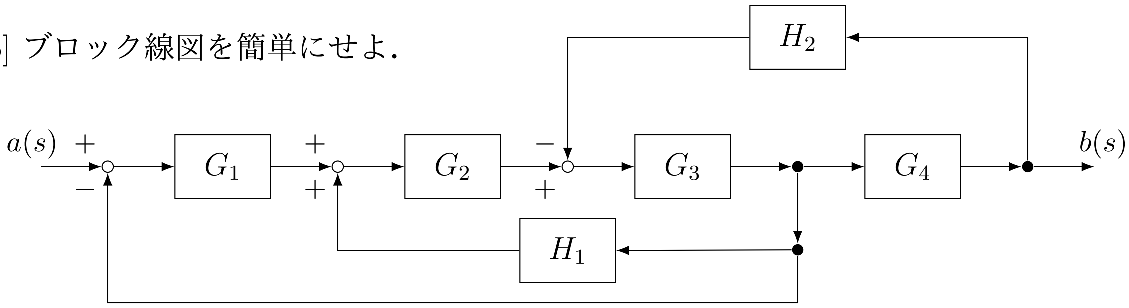
[44] 二つの入力信号 $a_1(s), a_2(s)$ をもつ，制御系の応答 $b(s)$ を求めよ．



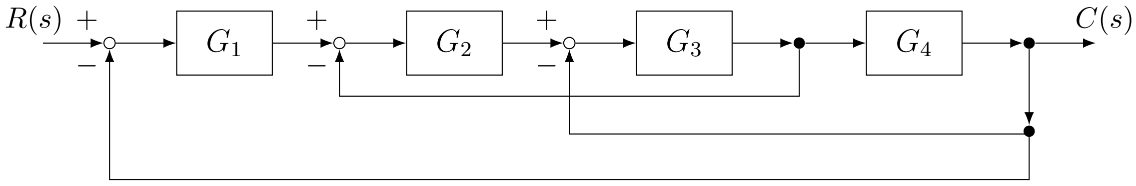
[45] $\frac{b_1(s)}{a_1(s)}, \frac{b_1(s)}{a_2(s)}, \frac{b_2(s)}{a_1(s)}, \frac{b_2(s)}{a_2(s)}$ を求めよ．



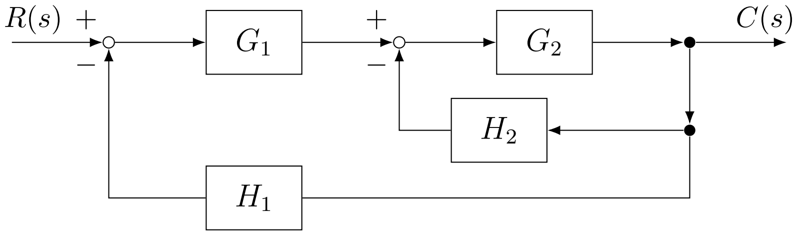
[46] ブロック線図を簡単にせよ．



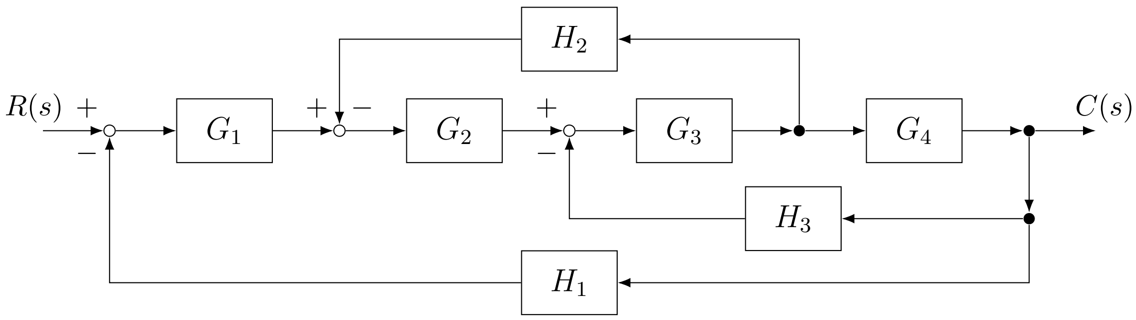
[47] ブロック線図を簡単にせよ.



[48] ブロック線図を簡単にせよ.



[49] ブロック線図を簡単にせよ.



[50] ブロック線図を簡単にせよ.