7 極限定理，漸近理論

$n \to \infty$ で μ に平均二乗収束.

$\{X_n\}$ $\begin{cases} E[X_n] = \mu \\ V[X_n] = \sigma^2 \end{cases}$ $\quad \overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ 大数の弱法則.

$$E[(\overline{X}_n - \mu)^2] = V[\overline{X}_n] = \frac{\sigma^2}{n} \to 0$$

分布関数 $P(X_n \leqq x) = \Phi(\sqrt{n}\,x)$

$\sqrt{n}(\overline{X}_n - \mu)$ は $N(0, \sigma^2)$ に分布収束する. $\Rightarrow$ 中心極限定理

デルタ法 $\sqrt{n}(f(\overline{X}_n) - f(\mu)) \sim N(0, f'(\mu)^2\sigma^2)$

$\boxed{\text{例題}}$ $E[X] = \frac{1}{6}$ $V[X] = \frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{5}{6}\left(0-\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{5}{36}$

問7.1

$$P(X \geqq 9.5) = P\left(Z \geqq \frac{9.5 - 30 \times \frac{1}{6}}{\sqrt{30 \times \frac{5}{36}}}\right) = 0.014$$

問7.2

[1] $\frac{(\bar{X}-\mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0.1)$

[3] 自由度 ~~1~~ 二乗分布.

[2] $f(x) = x^3$ $\sim N(0.\ 9\mu^4\sigma^2)$

$f'(x) = 3x^2$