16 重回帰分析

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_d x_d + \varepsilon$$

$\varepsilon \leftarrow N(0, \sigma^2)$

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in R^n$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1d} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & & x_{nd} \end{pmatrix} \in R^{n \times (d+1)}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_d \end{pmatrix} \in R^{d+1}$$

最小二乗推定量

$$\hat{\beta} \in \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \| Y - X\beta \|^2$$

$$\nabla_\beta \|Y - X\beta\|^2 = 2X^T(X\beta - Y) = 0$$

$$X^T X\beta = X^T Y \qquad \beta = \underline{(X^T X)^{-1}} X^T Y$$

決定係数 $$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left((x_i - \bar{x})^T \hat{\beta}_{1:d} \right)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$

(11) 重回帰分析の検定.

帰無仮説 $H_0 : A\beta = 0$

$\beta_k \rightleftarrows 0?$

$R_0^2 = \min_{\beta} \| Y - X\beta \|^2$

有意性検定

(12) 正則化

L_1-正則化 : Lasso回帰

L_2-正則化 : リッジ回帰

例題

問16.1

[1] モデル3　　[2] GEN, AMT

問16.2

[1] $t = \frac{0.22}{0.22} = 1.7\ldots$　　自由度100

[2] モデル1

問16.3　$n = 322$

[1] cross validation → 1

[2] $\lambda = 0$ から

$c \to d \to a$

$a > 0$

[3] スパース性 ⟶ スパース

$\alpha =$ 0　　0.5　　1

(ア)　　(a)　　(b)