

12 一般の分布に関する検定法

⑩ 適合度検定.

④ 母比率の検定

$$T(x) = \sum_{i=1}^I \frac{(x_i - n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i}$$

④ 母比率の差の検定

④ ポアソン分布に関する検定.

$$p(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}$$

母比率の検定

$$P(X=x) = \binom{n}{x} \theta^x (1-\theta)^{n-x}$$

$$\theta = \theta_0$$

$$\hat{\theta} = \frac{x}{n}$$

$$\hat{\theta} - \theta_0 \geq c$$

棄却限界値

$$\frac{\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta_0)}{\sqrt{\theta_0(1-\theta_0)}} \sim Z(0.1)$$

分布収束

☆
尤度比検定

$$2n \left(\hat{\theta} \log \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} + (1-\hat{\theta}) \log \frac{1-\hat{\theta}}{1-\theta_0} \right) \geq \chi^2_2(c)$$

θ の信頼区間

$$\hat{\theta} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n}}$$

Ⅱ 母比率の差の検定

$$\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2 \geq c$$

$$\frac{(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) - \overset{0}{\boxed{\theta_1 - \theta_2}}}{\sqrt{\frac{\hat{\theta}_1(1-\hat{\theta}_1)}{n_1} + \frac{\hat{\theta}_2(1-\hat{\theta}_2)}{n_2}}} \sim Z(0.1)$$

Ⅲ ポイソン分布に関する検定

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

$$\frac{\hat{\lambda} - \lambda_0}{\sqrt{\lambda_0}} \sim Z(0.1)$$

適合度検定

χ^2 検定は適合度検定を計量

カテゴリ	生起確率	観測度数
1	p_1	x_1
2	p_2	x_2
\vdots	\vdots	\vdots
\vdots	\vdots	\vdots
I	p_I	x_I
	(和) 1	(和) n

期待度数
 \hat{p}_2

$$T(x) = \sum_{i=1}^I \frac{(x_i - n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i}$$

期待度数

自由度 $d = I - 1$

例2 $p_1 = 0, p_2 = 1 - 0$

$$x_1 = n \theta_0$$

$$\frac{(x_1 - n\theta_0)^2}{n\theta_0} + \frac{(n - x_1 - n(1 - \theta_0))^2}{n(1 - \theta_0)} = \frac{n(\theta - \theta_0)^2}{\theta_0(1 - \theta_0)}$$

例3

$$\text{自由度 } d = (I-1)(J-1)$$

適合度検定

$I=4$
母比率の差
の検定

$I=2$
母比率の
検定

図 尤度比検定

$$\theta = (\theta_1, \theta_2)$$

↓
次元 p

↓
次元 q

$$f_n(x_n; \theta_1, \theta_2)$$

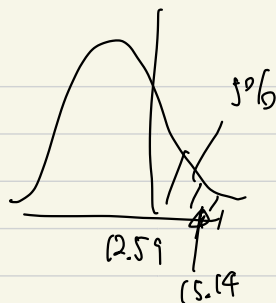
帰無仮説 $\theta_1 = \theta_{10}$

$$\lambda_n = \frac{\max_{\theta_1, \theta_2} f_n(x_n; \theta_1, \theta_2)}{\max_{\theta_2} f_n(x_n; \theta_{10}, \theta_2)}$$

$$n \rightarrow \infty$$
$$2 \log \lambda_n \sim \chi^2(p)$$

例題

問12.1



[1] 平均 $\bar{X} = 7$

[2]

全部をわすれ.

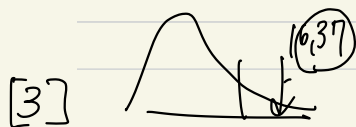
$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}} = \underline{15.14}$$

問12.2 $\mu = 2.99$ $\sigma = 1.7$

$$[2] p(x) = \frac{(2.99)^x}{x!} e^{-2.99}$$

[1] ポアソン分布 $(1.7)^2 = 2.99 = \text{平均}$
 平均 λ (平均)

$\therefore x = 0 \sim 9$ $x(69)$



[3]

自由度 $df = (11 - 1) - 1$
 $= 9$

[4] (10)

問 23

$$\begin{array}{c} \frac{40}{114} \quad \frac{62}{109} \\ \downarrow \quad \swarrow \\ \uparrow \quad \uparrow \\ (\theta_1 - \theta_2) - (\theta_1 - \theta_2) \end{array}$$
$$\sqrt{\frac{\theta_1(1-\theta_1)}{n_1} + \frac{\theta_2(1-\theta_2)}{n_2}}$$