微观经济学大纲

2024 年 11 月 15 日

第一章　偏好关系与选择

1.B　偏好关系

1. 基本的偏好关系是指 $\succsim$（x 至少和 y 一样好），在这一偏好关系的基础之上，我们可以定义出 $\succ$、$\sim$ 这两类偏好关系。

(1)严格偏好 (strict preference)关系 $\succ$。它的定义为

$$x \succ y \Leftrightarrow x \succsim y \wedge y \not\succsim x$$

我们将其表述为“x 比 y 好”。

(2)无差异 (indifference) 表示 $\sim$。它的定义为

$$x \sim y \Leftrightarrow x \succsim y \wedge y \succsim x$$

我们将其表述为“x 与 y 无差异”。

2. 在偏好关系的基础上，我们定义了 $\succsim$ 这一偏好关系在理性假设下所具有的性质。

(1) 完备性 (completeness): 对于所有$x, y \in X$, 都有$x \succsim y$ 或$y \succsim x$ (或两者均成立).

(2) 传递性 (transitivity): 对于所有$x, y, z \in X$, 若$x \succsim y$ 且$y \succsim z$, 则$x \succsim z$.

(3) 反身性 (antisymmetry)。对于任意两个 x 和 y，如果 $x \succsim y$ 且 $y \succsim x$，则必有 $x \sim y$。这一假设被完备性所蕴含。

3. 基于 $\succsim$ 这一偏好关系在理性假设下所具有的性质，我们能够推导出 $\succ$、$\sim$ 这两类偏好关系在理性假设下所具有的性质(<u>三个性质的证明）</u>。

命题 1.B.1(需要证明): 如果 $\succ$ 是理性的, 则:

(1)$\succ$ 为非反身的 (irreflexive) [$x \succ x$ 不成立] 和传递的 (若 $x \succ y$ 和 $y \succ z$, 则 $x \succ z$)。

(2)$\sim$ 是反身的 (reflexive) [对于所有 x, $x \sim x$], 传递的 (若 $x \sim y$ 和 $y \sim z$, 则 $x \sim z$) 和对称的 (symmetric) [若 $x \sim y$, 则 $y \sim x$]。

(3) 若 $x \succ y \succsim z$, 则 $x \succ z$。

1.C　选择结构

选择结构是选择行为的基本组成部分（选择结构一定程度就是选择行为）。选择规则是对选择行为的抽象。

选择结构 $(\mathcal{B}, C(\cdot))$ 满足 显示偏好弱公理 (W.A.): $\forall B \in \mathcal{B}, x, y \in B$, 有$x \in C(B)$; $\forall B' \in \mathcal{B}, x, y \in B'$, 若有$y \in C(B')$, 则必有$x \in C(B')$.

显示偏好弱公理在一定程度上满足了理性偏好关系，但是显示偏好弱公理无法充分保证存在理性化的偏好关系。

显示偏好弱公理的另一种表示法：显示偏好关系 $\succsim^*$[两者应是等价的]。

定义 1.2.2: 给定选择结构 $(\mathcal{B}, C(\cdot))$，显示偏好关系 $\succeq^*$ $(*)$ 定义为：

(1) $x \succsim^* y \iff \exists B \in \mathcal{B}, x, y \in B,$ 且$x \in C(B)$;

(2) $x \succ^* y \iff \exists B \in \mathcal{B}, x, y \in B,$ 且$x \in C(B),$ 且$y \notin C(B)$;

这样，W.A. 就可表述为：若 x 显示出至少和 y 一样好，则 y 不可能显示出优于 x。

1.D 偏好关系与选择规则之间的关系

(i) 如果某个决策者有理性偏好关系 $\succeq$，那么他在 $\mathcal{B}$ 中的预算集作出的决策，必然能产生满足弱公理的选择结构吗？

(ii) 如果某个人在预算集族 $\mathcal{B}$ 上的选择行为可用满足弱公理的选择结构 $(\mathcal{B}, C(\cdot))$ 描述，那么必然存在能与这些选择相符的理性偏好关系吗？

这两个问题的答案分别为：（i）是；（ii）也许是。

第一个问题的证明需要考虑由理性关系生成的选择结构是否满足偏好弱公理，因此我们定义了一个概念：理性偏好关系生成的选择结构。

第二个问题的证明需要考虑选择结构是否能被理性偏好关系理性化，因此我们定义了一个概念：选择结构被理性偏好关系理性化。

(1) 理性偏好 $\succsim$ 生成的选择结构要满足以下的关系：

$C^*(B, \succeq) = \{x \in B : x \succeq y$ 对于每个$y \in B$ 都成立$\}$

注意，单纯的选择结构不一定满足这一关系。

(2). 命题 1.D.1: 假设 $\succeq$ 是个理性偏好关系，则由 $\succeq$ 生成的选择结构 $(\mathcal{B}, C^*(\cdot, \succeq))$ 满足弱公理。(需要证明的命题)

(3)Definition 1.D.1: Given a choice structure $(\mathcal{B}, C(\cdot))$, we say that the rational preference relation $\succeq$ *rationalizes* $C(\cdot)$ relative to $\mathcal{B}$ if

$$C(B) = C^*(B, \succeq)$$

for all $B \in \mathcal{B}$, that is, if $\succeq$ generates the choice structure $(\mathcal{B}, C(\cdot))$.

理解：[从选择行为的角度去理解，因为选择结构在一定程度上可以与选择行为等价。] 有两个人，一个理性人基于理性的偏好关系 $\succsim$ 的**选择行为**为 $C^*(B, \succsim)$，还有一个人的**选择行为**为 $C(B)$。如果这两个人的选择行为一致，有 $C(B) = C^*(B, \succsim)$，那么我们就说理性人的偏好关系 $\succsim$ 理性化选择行为 $C(\cdot)$。

如果预算集族 $\mathcal{B}$ 包含 X 的足够多的子集，如果 $(\mathcal{B}, C(\cdot))$ 满足弱公理，则存在能理性化 $\mathcal{B}$ 上的选择规则 $C(\cdot)$ 的理性偏好关系 (能找到一个理性的偏好关系与之等价)。

(4) 命题 1.D.2: 若 $(\mathcal{B}, C(\cdot))$ 是一个满足下列条件的选择结构

(a) 满足弱公理，

(b) X 的所有含有三个元素及三个以下元素的子集都在 $\mathcal{B}$ 之中，

则存在能理性化 $\mathcal{B}$ 上的选择规则 $C(\cdot)$ 的理性偏好关系 $\succsim$。也就是说，对于所有 $B \in \mathcal{B}$，都有 $C(B) = C^*(B, \succsim)$。而且，这样的理性偏好关系是唯一的。(需要证明的命题)

理解：$C(B) \Longrightarrow \succsim^* \Longrightarrow \succsim^*$ 是理性的 $\Longrightarrow$ 有一个人的偏好关系满足 $\succsim^*$，那么这个理性人的选择行为 $C(B, \succsim^*)$ 应该与 $C(B)$ 是等价的。

第三章　经典需求理论与效用函数

2.B　商品

一般来说，商品向量（commodity vector）或商品束（commodity bundle）是一组表示不同商品数量的数字，即：

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_L \end{bmatrix}$$

可以将其视为 $\mathbb{R}^L$ 中的一点，其中 $\mathbb{R}^L$ 称为商品空间（commodity space）。

我们可以使用商品向量表示某个人的消费水平。商品向量中的第 l 个元素表示商品 l 的数量。于是我们将向量称为消费向量（consumption vector）或消费束（consumption bundle）。

2.C　消费集

消费束 $\Rightarrow$ 消费集 $\Rightarrow$ 商品空间。

消费集是商品空间 $\mathbb{R}^L$ 的子集，记为 $X \subseteq \mathbb{R}^L$。消费集的元素是消费束，准确地说是在环境施加的物理约束下个人能消费的消费束。

为简单起见，假设消费集是最简单形式的消费集：

$$X = \mathbb{R}^L_+ = \{x \in \mathbb{R}^L : x_l \geq 0 \text{ 对于} l = 1, \cdots, L\}$$

消费集 $\mathbb{R}^L_+$ 的一个特殊性质是它是凸的（convex）。也就是说，若消费束 x 和 x' 都是 $\mathbb{R}^L_+$ 中的元素，则消费束 $x'' = \alpha x + (1-\alpha)x'$ 也是 $\mathbb{R}^L_+$ 中的元素，其中 $\alpha \in [0, 1]$。

$x'' = \alpha x + (1-\alpha)x'$ 是一个向量，它的第 l 个元素是 $x''_l = \alpha x_l + (1-\alpha)x'_l$。