

## 2. 电压空间矢量 PWM 的基本原理

交流电动机输入三相正弦电流的最终目的是在电动机空间形成圆形旋转磁场，从而产生恒定的电磁转矩，将逆变器与电动机视为一个整体，以圆形磁场为目标来控制逆变器工作，这种控制方法称作“磁链跟踪控制”，磁链轨迹的控制是通过交替使用不同的电压空间矢量实现的。与直接的 SPWM 技术相比，SVPWM 算法的优点主要有：

- 1、SVPWM 优化谐波程度高，消除谐波效果好，可以提高电压利用率。
- 2、SVPWM 算法提高了电机的动态响应速度，同时减小了电机的转矩脉动。
- 3、SVPWM 比较适合于数字化控制系统。

如图 1 所示，A、B、C 分别表示在空间静止的电动机定子三相绕组的轴线，他们在空间上互差 $2\pi/3$ ，三相定子相电压 $u_a$ 、 $u_b$ 、 $u_c$ 分别加在三相绕组上，可以定义三个定子电压空间矢量 $U_A(t)$ 、 $U_B(t)$ 、 $U_C(t)$ ，他们在时间上互差 $2\pi/3$ ，并且在各自轴线上按正弦规律变化。

$$\begin{aligned} U_A(t) &= U_m \cos(\omega t) \\ U_B(t) &= U_m \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ U_C(t) &= U_m \cos(\omega t + 2\pi/3) \end{aligned}$$

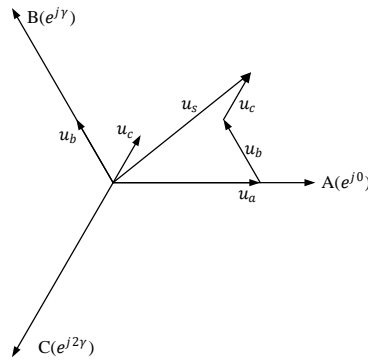


图 2.1 电压空间矢量

可以得到三相电压合成矢量为：

$$U_s = U_A(t) + U_B(t)e^{i2\pi/3} + U_C(t)e^{-i2\pi/3} = \frac{3}{2}U_m e^{j\omega t + \pi/2}$$

从上式中可以看出，电压空间矢量 $U_s$ 是以角速度 $\omega$ 逆时针旋转的一个电压矢量，其幅值为相电压幅值的 1.5 倍。

又当电动机转速较高时，由定子电阻所引起的压降可以忽略不计，则定子合成电压与合成磁链空间矢量之间的关系可以写为：

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt}$$

当电动机有三相平衡正弦电压供电时，电动机定子磁链幅值恒定，其空间矢量以恒速旋转，磁链矢量顶端的运动轨迹为圆形。将 $\boldsymbol{\psi}_s = \psi_s e^{i\omega t + i\varphi}$ 代入上式可以得到

$$\mathbf{u}_s = \omega \psi_s e^{i(\omega t + \varphi + \pi/2)}$$

由上式知 $\mathbf{u}_s$ 的方向与磁链矢量 $\boldsymbol{\psi}_s$ 正交，当磁链矢量在空间旋转一周时，电压矢量也连续的按磁链圆的切线方向运动 $2\pi$ 弧度，因此电机旋转磁场轨迹问题可以转化为电压空间矢量的运动轨迹问题。

对于典型的两电平三相电压源逆变电路，其原理如图 2 所示。为了方便定义功率开关器件的开关函数为：

$$S_x = \begin{cases} 1 & \text{上桥臂导通} \\ 0 & \text{下桥臂导通} \end{cases}$$

同一桥臂上下两个开关管不能同时导通，则逆变器三路逆变桥的开关组态一共有 8 种，对应于不同的开关状态组合，可以得到 8 个基本的电压空间矢量，这样逆变器的 8 种开关状态对应的 8 个电压空间矢量可表示为：

$$U_{out} = \frac{2U_{dc}}{3} (S_a + S_b e^{i2\pi/3} + S_c e^{-i2\pi/3})$$

其中， $U_{dc}$ 为直流母线电压。

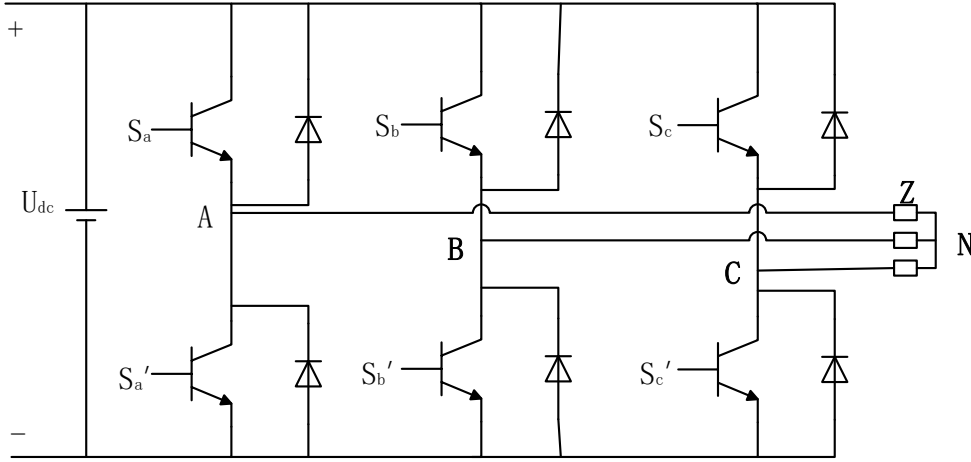


图 2.2 两电平三相电压源逆变器原理图

另外，交流侧相电压 $U_{AN}$ 、 $U_{BN}$ 、 $U_{CN}$ 与开关函数之间的关系为：

$$\begin{cases} U_{AN} = \frac{U_{dc}}{3} (2S_a - S_b - S_c) \\ U_{BN} = \frac{U_{dc}}{3} (2S_b - S_a - S_c) \\ U_{CN} = \frac{U_{dc}}{3} (2S_c - S_b - S_a) \end{cases}$$

将八种开关组合带入上式，则交流侧相电压 $U_{AN}$ 、 $U_{BN}$ 、 $U_{CN}$ 以及线电压 $U_{ab}$ 、 $U_{bc}$ 、 $U_{ca}$ ，以及 $U_{out}$ 的值如表 1 所示。

表 1 开关组合与电压关系

$s_a$	$s_b$	$s_c$	$U_{AN}$	$U_{BN}$	$U_{CN}$	$U_{ab}$	$U_{bc}$	$U_{ca}$	$U_{out}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	$\frac{2U_{dc}}{3}$	$\frac{-U_{dc}}{3}$	$\frac{-U_{dc}}{3}$	$U_{dc}$	0	$-U_{dc}$	$\frac{2U_{dc}}{3}$
0	1	0	$\frac{-U_{dc}}{3}$	$\frac{2U_{dc}}{3}$	$\frac{-U_{dc}}{3}$	$-U_{dc}$	$U_{dc}$	0	$\frac{2U_{dc}}{3}e^{i\frac{2\pi}{3}}$
1	1	0	$\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{-2U_{dc}}{3}$	0	$U_{dc}$	$-U_{dc}$	$\frac{2U_{dc}}{3}e^{i\frac{\pi}{3}}$
0	0	1	$\frac{-U_{dc}}{3}$	$\frac{-U_{dc}}{3}$	$\frac{2U_{dc}}{3}$	0	$-U_{dc}$	$U_{dc}$	$\frac{2U_{dc}}{3}e^{i\frac{4\pi}{3}}$
1	0	1	$\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{-2U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{3}$	$U_{dc}$	$-U_{dc}$	0	$\frac{2U_{dc}}{3}e^{i\frac{5\pi}{3}}$
0	1	1	$\frac{-2U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{3}$	$-U_{dc}$	0	$U_{dc}$	$\frac{2U_{dc}}{3}e^{i\pi}$
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

由上表知，在八种组合电压空间矢量中，共包括 6 个非零矢量，以及两个零矢量，将八种组合的基本空间矢量映射至如图 3 所示复平面中，即可得到该图所示的电压空间矢量图，它们将复平面平均分成了 6 个区，称之为扇区。

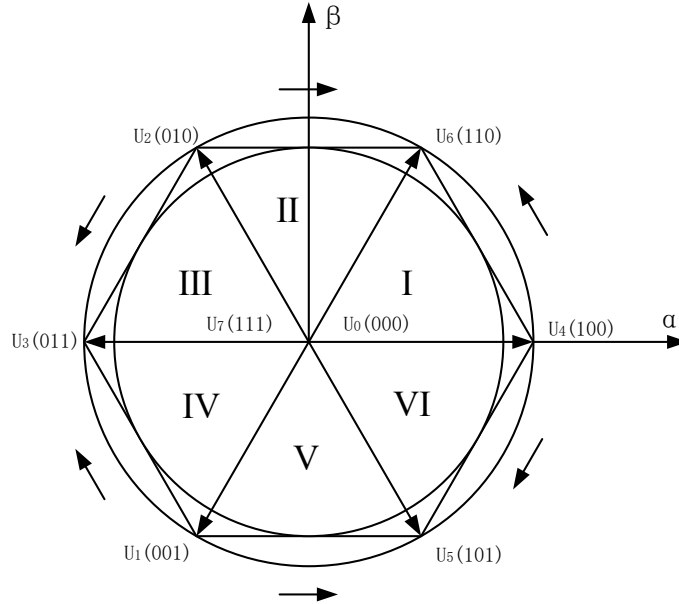


图 2.3 电压空间矢量图

SVPWM 算法的理论基础是平均值等效的原理，通过在一个开关周期 $T_s$ 内对基本电压矢量加以组合，使其平均值与给定电压矢量相等。如图 3 所示，在某一时刻，电压空间矢量 $U_{out}$ 旋转到某一个区域中，可以通过该区域两个相邻的非零矢量和零矢量在时间上的不同组合得到。以扇区 I 为例，空间矢量合成示意图如图 4 所示，由平衡等效原理可以得到下式：

$$T_s U_{out} = T_4 U_4 + T_6 U_6 + T_0 (U_0 \text{ 或 } U_7)$$

$$T_4 + T_6 + T_0 = T_s$$

$$1 \begin{cases} U_1 = \frac{T_4}{T_s} U_4 \\ U_2 = \frac{T_6}{T_s} U_6 \end{cases}$$

其中 $T_4$ 、 $T_6$ 、 $T_0$ 分别为 $U_4$ 、 $U_6$ 、 $U_7(U_0)$ 的作用时间。

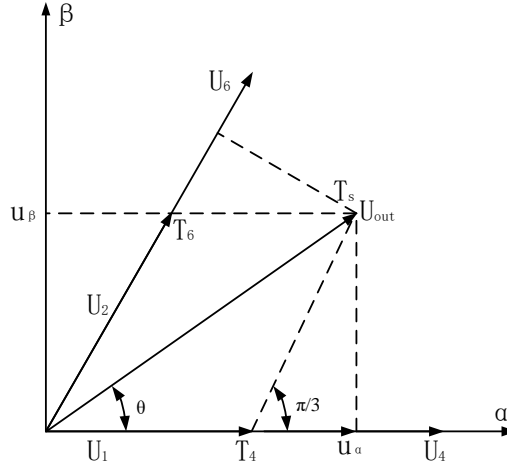


图 2.4 电压空间矢量合成示意图

为了得到所需要的电压空间矢量，需要基本矢量的作用时间 $T_4$ 、 $T_6$ 、 $T_0$

$$\frac{|U_{out}|}{\sin \frac{2\pi}{3}} = \frac{|U_1|}{\sin(\frac{2\pi}{3} - \theta)} = \frac{|U_2|}{\sin \theta}$$

其中 $\theta$ 为合成矢量与主矢量的夹角，有上式计算可以得到：

$$1 \begin{cases} T_4 = \sqrt{3} \frac{U_{out}}{U_{dc}} T_s \sin(\frac{\pi}{3} - \theta) \\ T_6 = \sqrt{3} \frac{U_{out}}{U_{dc}} T_s \sin(\theta) \\ T_0 = T_7 = \frac{1}{2} (T_s - T_4 - T_6) \end{cases}$$

### 3. SVPWM 算法的实现

如图 3.1 所示，为搭建的总体的仿真模型。

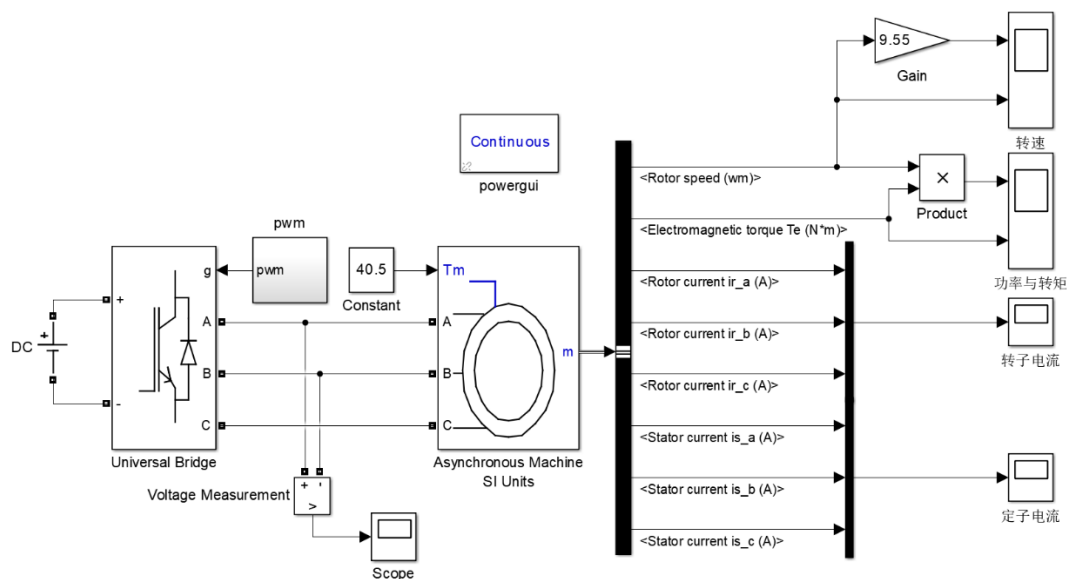


图 3.1 SVPWM-VVVF 三相异步电机驱动仿真模型

### 3.1 电压空间矢量扇区的判断

要想实现 SVPWM 算法，首先要确定的就是电压空间矢量处于哪一个扇区，以此为基础确定合成矢量所使用的基本电压矢量。用  $u_\alpha$ 、 $u_\beta$  表示参考电压矢量  $U_{out}$  在  $\alpha$ 、 $\beta$  轴上的分量，定义  $U_{ref1}$ 、 $U_{ref2}$ 、 $U_{ref3}$  三个变量，令

$$\begin{cases} U_{ref1} = u_\beta \\ U_{ref2} = \frac{\sqrt{3}}{2}u_\alpha - \frac{1}{2}u_\beta \\ U_{ref3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}u_\alpha - \frac{1}{2}u_\beta \end{cases}$$

在定义 3 个变量 A、B、C，通过分析可以得出：

若  $U_{ref1} > 0$ ，则 A=1，否则 A=0；

若  $U_{ref2} > 0$ ，则 B=1，否则 B=0；

若  $U_{ref3} > 0$ ，则 C=1，否则 C=0；

令  $N=4C+2B+A$ ，则可以得到与扇区的关系如表 2 所示，通过表 2 可得出  $U_{out}$  所在的扇区。

表 2 N 与扇区的对应关系

N	3	1	5	4	6	2
扇区	I	II	III	IV	V	VI

如图 3.2 所示为扇区选择的仿真模型

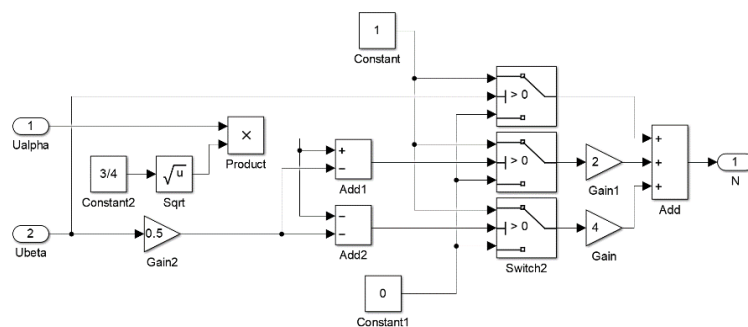


图 3.2 扇区选择

### 3.2 各矢量作用时间计算

由图 2.4 可知：

$$\begin{cases} u_{\alpha} = \frac{T_4}{T_s} |U_4| + \frac{T_6}{T_s} |U_6| \cos \frac{\pi}{3} \\ u_{\beta} = \frac{T_6}{T_s} |U_6| \sin \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

上式中 $T_4$ 和 $T_6$ 为个扇区的相邻矢量的作用时间，当电压空间矢量处于不同的扇区时，其对应的相邻矢量不同，通过上式可以求出当 $U_{out}$ 处于任一扇区时与其对应的相邻矢量的作用时间的绝对值可用下面三个式子表示：

$$\begin{cases} X = \frac{\sqrt{3}T_s u_{\beta}}{U_{dc}} \\ Y = \frac{\sqrt{3}T_s}{U_{dc}} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} u_{\alpha} + \frac{1}{2} u_{\beta} \right) \\ Z = \frac{\sqrt{3}T_s}{U_{dc}} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} u_{\alpha} + \frac{1}{2} u_{\beta} \right) \end{cases}$$

则可得出表 3 所示的各扇区相邻矢量 $T_4$ 和 $T_6$ 以及零矢量 $T_0(T_7)$ 的作用时间

表 3 各矢量作用时间

N	1	2	3	4	5	6
$T_4$	Z	Y	-Z	-X	X	-Y
$T_6$	Y	-X	X	Z	-Y	-Z
$T_0(T_7)$	$T_0(T_7) = (T_s - T_4 - T_6)/2$					

若 $T_4 + T_6 > T_s$ ，则需进行调制处理，令

$$\begin{cases} T_4 = \frac{T_4}{T_4 + T_6} T_s \\ T_6 = \frac{T_6}{T_4 + T_6} T_s \end{cases}$$

如图 3.4 所示为扇区相邻矢量作用时间仿真模型

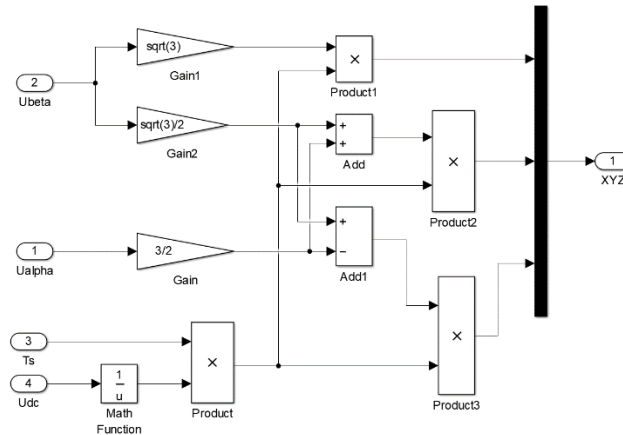


图 3.3 中间变量 X、Y、Z 的计算

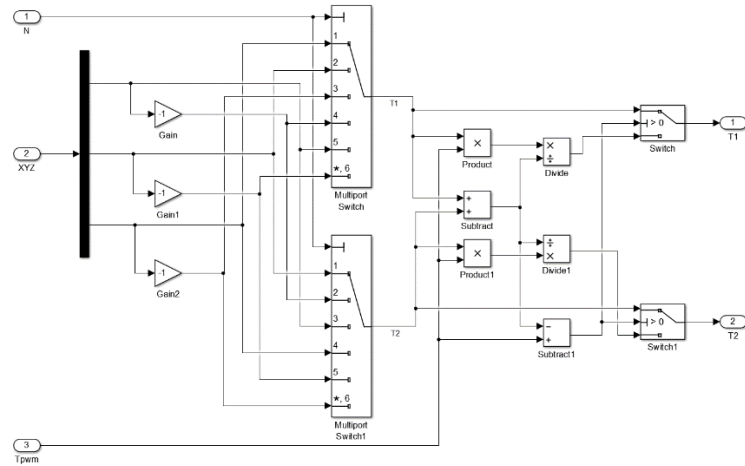


图 3.4 扇区相邻矢量作用时间

### 3.3 扇区矢量切换点的确定及 PWM 信号产生模块

首先做如下定义：

$$\begin{cases} T_a = (T_s - T_4 - T_6)/4 \\ T_b = T_a + T_4/2 \\ T_c = T_b + T_6/2 \end{cases}$$

则三相电压开关时间切换点 $T_{cm1}$ 、 $T_{cm2}$ 、 $T_{cm3}$ 与各扇区的关系如表 4 所示。

表 4 各扇区切换点 $T_{cm1}$ 、 $T_{cm2}$ 、 $T_{cm3}$

N	1	2	3	4	5	6
$T_{cm1}$	$T_b$	$T_a$	$T_a$	$T_c$	$T_c$	$T_b$
$T_{cm2}$	$T_a$	$T_c$	$T_b$	$T_b$	$T_a$	$T_c$
$T_{cm3}$	$T_c$	$T_b$	$T_c$	$T_a$	$T_b$	$T_a$

切换时间 $T_{cm1}$ 、 $T_{cm2}$ 、 $T_{cm3}$ 的计算以及 PWM 发生模型

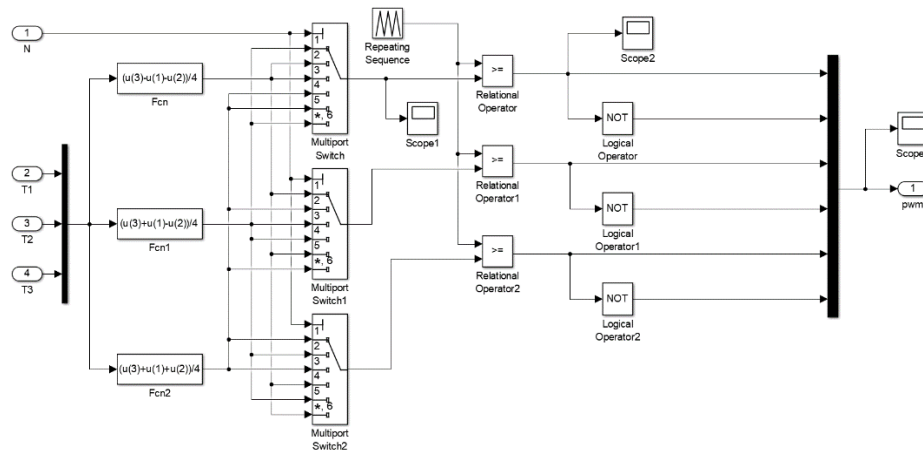


图 3.4 3.5 扇区矢量切换点的确定及 PWM 信号产生模块

## 四、 永磁同步电机矢量控制

构建永磁同步电机矢量控制 matlab 仿真模型，提交一份报告。

### 1. 理论知识

由于永磁同步电动机定子感应电动势为正弦波，采用坐标变换理论是一种较为有效的分析方法。电动机在实际运行过程中，不可避免的会受到实际环境的影响，使得电动机的电阻和电感产生变化，为了简化分析过程，对此做出如下假设：

- (1) 电动机气隙磁场均匀且为正弦分布，绕组的电阻值和电感值恒定；
- (2) 不计磁路饱和的影响；
- (3) 不计磁滞和涡流损耗；
- (4) 忽略定子齿槽的影响

如图 4.1 所示为永磁同步电动机的数学模型，永磁同步电机的转子磁链 $\psi_f$ 的幅值恒定，方向随着转子位置的变化而变化，由以上假设可以知道，转子磁阻恒定与转子位置无关，因此电机的三相自感和互感为常值，列出定子电压平衡方程为：

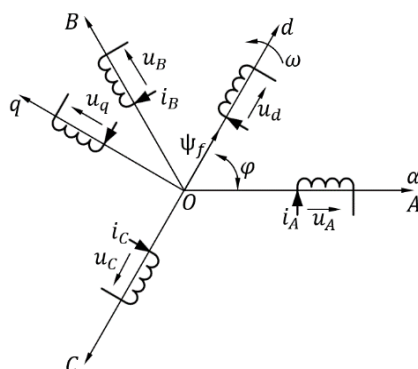


图 4.1 永磁同步电动机数学模型

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix}$$

式中  $u_A$ 、 $u_B$ 、 $u_C$ ——三相定子电压瞬时值，V；

$i_A$ 、 $i_B$ 、 $i_C$ ——三相定子电流瞬时值，A；

$\psi_A$ 、 $\psi_B$ 、 $\psi_C$ ——三相定子磁链瞬时值，Wb；

$r$ ——定子的相电阻， $\Omega$ 。

其中三相定子磁链瞬时值的具体表达式为：

$$\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \cos (\varphi - 2\pi/3) \\ \cos (\varphi + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

式中  $L$ ——三相自感，H；

$M$ ——三相互感，H。

从上式可以看出永磁同步电机是一个强耦合、多变量的复杂系统，单纯从自然坐标系下难以对其进行分析，因此为了在一定程度上减小其数学模型的复杂性，采用坐标变换理论，将其变换到同步旋转坐标系下，并使之具有直流电



动机的数学模型的形式，可以大大简化分析的难度。可以得到在同步旋转坐标系下的定子电压平衡方程为：

$$\begin{cases} u_d = r i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_q \\ u_q = r i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \psi_d \end{cases}$$

式中  $\psi_d$ ——定子磁链直轴分量，Wb；

$\psi_q$ ——定子磁链交轴分量，Wb；

$\omega$ ——电气角速度，rad/s。

不考虑电机凸极效应时，磁链方程为：

$$\begin{cases} \psi_d = L_d i_d + \psi_f \\ \psi_q = L_q i_q \end{cases}$$

式中  $L_d$ ——直轴电感；

$L_q$ ——交轴电感。

采用等幅值变换原则，得到永磁同步电机的电磁转矩为

$$T_e = \frac{P_e}{\omega} = \frac{3}{2} n_p (\psi_d i_d - \psi_q i_q) = \frac{3}{2} n_p (\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q)$$

对隐极式永磁同步电动机而言，由于  $L_d = L_q$ ，为使得控制更为简单直接，

采用  $i_d = 0$  的控制策略此时电磁转矩简化为  $T_e = \frac{3}{2} n_p \psi_f i_q$ ，可以看到此时 q 轴电流的大小决定了电磁转矩的大小，对隐极式永磁同步电动机不存在磁阻转矩  $\frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_d i_q$  电机电磁转矩的输出能力相比于凸极机有所下降。

电机的机械运动方程为

$$T_e - T_L = B \omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt}$$

式中  $T_L$ ——电机的负载转矩；

$\omega_m$ ——电机的机械角速度  $\omega_m = \omega / n_p$ ；

$B$ ——阻尼系数， $N \cdot m \cdot s$ ；

$J$ ——转动惯量， $kg/m^2$

为了使得电流环 PI 调节器的参数调整更为容易，调节速度更快，对永磁同步电机交叉耦合电动势进行前馈解耦。磁同步电机 dq 轴电流方程如下式所示

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{r i_d}{L_d} + \frac{\omega}{L_d} L_q i_q + \frac{u_d}{L_d} \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{r i_q}{L_q} + \frac{\omega}{L_q} (L_d i_d + \psi_f) + \frac{u_q}{L_q} \end{cases}$$

从上式可以得到， $i_d$  和  $i_q$  存在交叉耦合项，若引入  $i_d$ 、 $i_q$  和  $\omega$  状态反馈，将其完全解耦我们可以得到式

$$\begin{cases} u'_d = L_q \omega i_q + u_d = r i_d + L_d \frac{di_d}{dt} \\ u'_q = u_q - \omega (L_d i_d + \psi_f) = r i_q + L_q \frac{di_q}{dt} \end{cases}$$

式中  $u'_d$  和  $u'_q$  为解耦补偿后的直轴和交轴电压。进一步可以得到

可以看到经过补偿后不再有耦合项。

电机采用模型库自带的电机模型，所使用的电机参数如表 4.1 所示。

表 4.1 电机参数

电机参数	额定值	电机参数	额定值
直流母线电压	560V	阻尼系数	0.0002024 $N \cdot m \cdot s$
转速	3000r/min	磁链值	0.1119Wb
电阻值	0.11Ω	极对数	4
电感值	0.000835H	转动惯量	0.0016kg · m <sup>2</sup>

根据要求搭建的仿真模型如图 4.1 所示

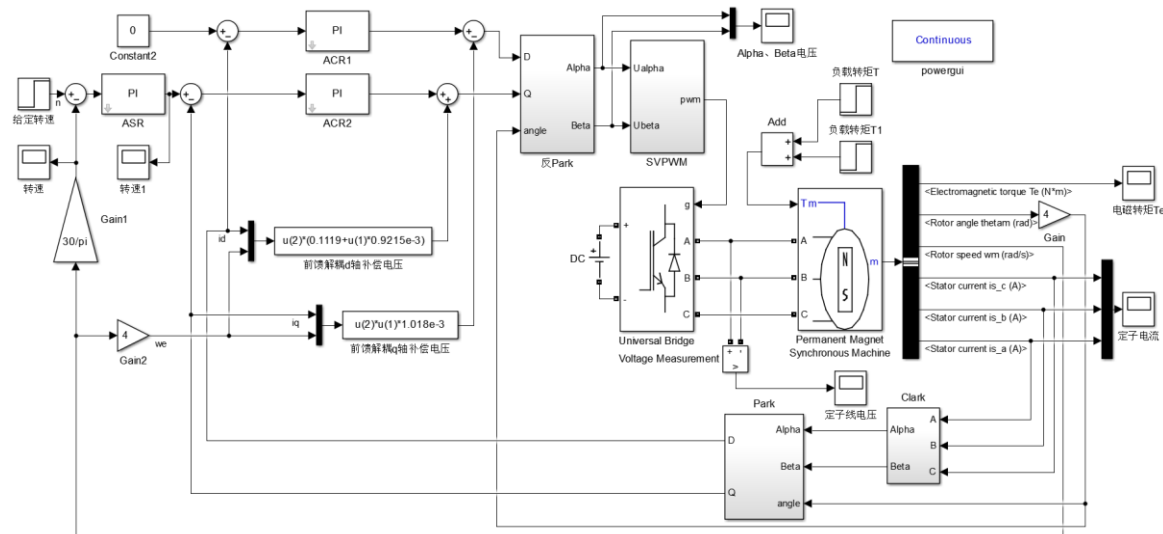


图 4.2 永磁同步电动机矢量控制模型

负载转矩初始设定为零，电机空载启动，0.04s 时负载转矩加至  $T=20\text{N}\cdot\text{m}$ ；给定转速初始设定为  $n=1000\text{r/min}$ ，0.08s 时加速至  $n=1200\text{r/min}$ 。

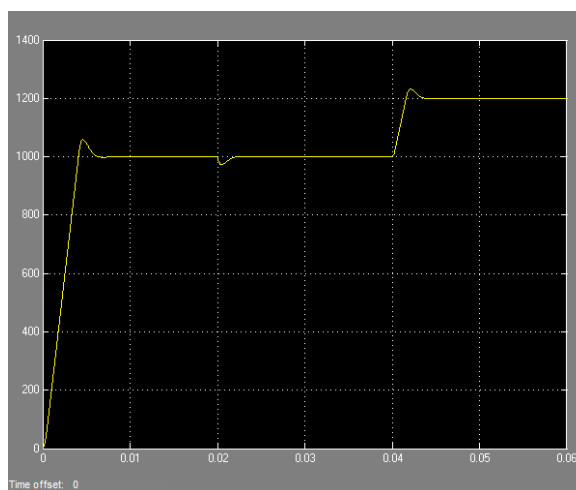


图 4.3 转速波形

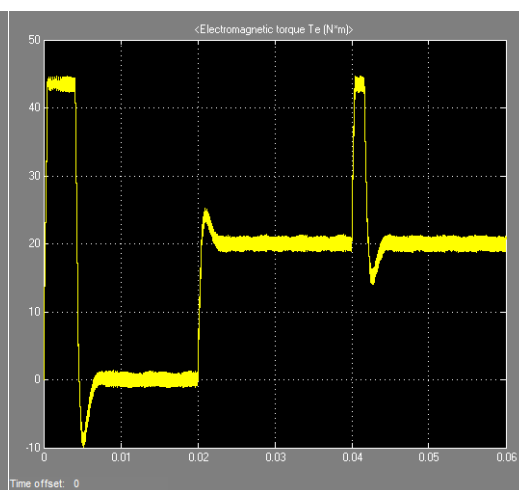


图 4.4 电磁转矩波形

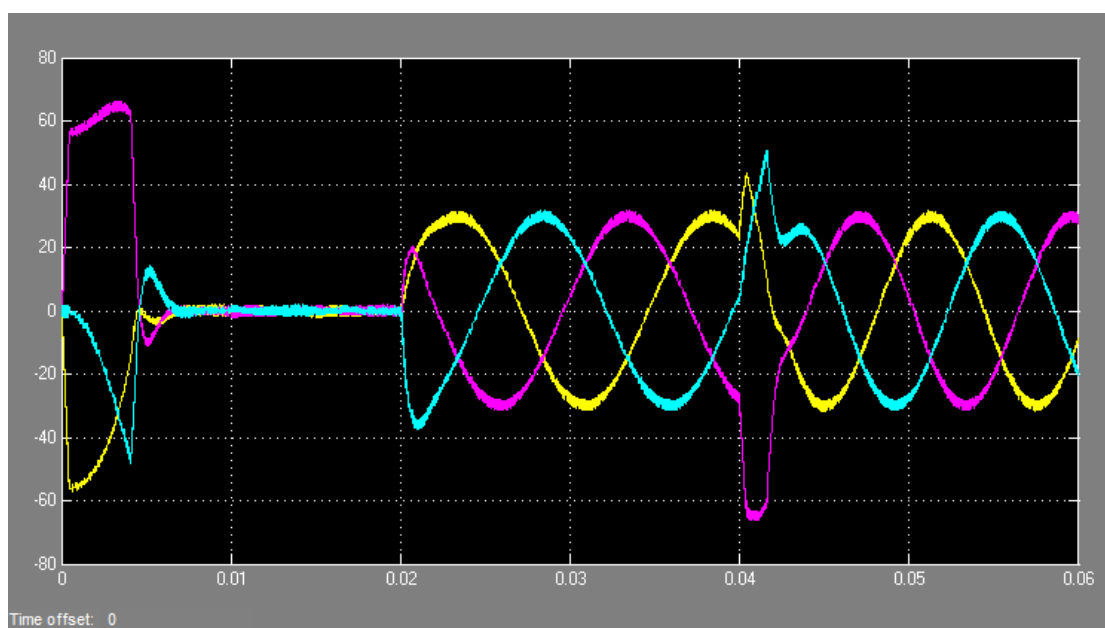


图 4.5 定子电流波形

从仿真结果可以看到，电机启动时的定子电流较大，电磁转矩较大，响应速度快，电机能够快速稳定的达到给定转速，启动时间为 6ms，并且存在 5.9% 的超调，稳定后电机的转速平稳。在 0.02s 时负载转矩加至 20Nm，电机出现小幅度的转速降落，转速降落为 27r/min 即存在 2.7% 的转速降，恢复时间为 0.0025s。当电机加速至 1200r/min 时，电机能够快速稳定的调整转速至 1200r/min，系统存在着 3.2% 超调，调整时间为 0.005s。

## 5. 理论分析

根据表 4.1 可以知道电机的相关参数。在负载为 20Nm 的情况下，电机的相关测量数据如下

定子电流 q 轴分量:  $i_q = 30A$

定子电流 d 轴分量:  $i_d = 0A$

定子电压 q 轴分量:  $u_d = 50.5V$

定子电压 d 轴分量:  $u_q = 10.3V$

电磁转矩:  $T_e = 20.1Nm$

转子磁链:  $\psi_f = 0.1119Wb$

电枢电阻:  $R=0.11\Omega$

电机电感:  $L=0.000835H$

电机电角速度:  $\omega = 419rad/s$

稳态时电机在同步旋转坐标系下的电压方程为

$$\begin{cases} u_d = ri_d + pL_d i_d - \omega L_q i_q \\ u_q = ri_q + pL_q i_q + \omega L_d i_d + \omega \psi_f \end{cases}$$

又有  $i_d = 0$ , 则稳态时电机在同步旋转坐标系下的电压方程可写为

$$\begin{cases} u_d = -\omega L_q i_q \\ u_q = ri_q + pL_q i_q + \omega \psi_f \end{cases}$$

代入输入数据计算得

$$\begin{aligned} u_d &= 10.5A \\ u_q &= 50.3A \end{aligned}$$

电磁转矩  $T_e = \frac{3}{2} n_p \psi_f i_q = 1.5 * 4 * 0.1119 * 30 = 20.142Nm$

可以看到计算值与仿真所得测量值基本保持一致。

## 6. 收获感想

永磁同步电机的矢量控制相比异步电机来说较为简单, 由于永磁同步电机转子为永磁体, 通过安装传感器能够直接对其进行检测, 而且不受电机参数的影响, 并且转子转速始终为同步转速, 没有转差率, 因此永磁同步电机的矢量控制流程更为的简化, 关键在于定子电流的检测, 直接影响电机的控制性能。永磁同步电机的控制方式有三种, 这里采用的是  $i_d=0$  的方式, 这样可以保证用最小的电流幅值得到最大的输出转矩, 对于凸极式电机, 在重负载下会导致功率因数降低, 比较适用于隐极机。另外就是最大转矩效率控制, 对于凸极式同步电机充分利用其磁阻转矩, 从而保证在电流幅值不变的阿情况下使得输出转矩最大。最后是采用  $i_d$  为负值的弱磁方式, 通过增加去磁电流的方法来实现弱磁升速。