2004年自动控制原理答案

一

把RC电路进行拉氏变换，列出拉氏变换后方程为，

$$
\begin{cases}
U_1(s)=R_1I_1(s)+U_3(s)\\
U_3(s)=C_1S[I_1(s)-I_2(s)]\\
U_3(s)=R_2I_2(s)+U_4(s)\\
U_4(s)=C_2S[I_2(s)-I_3(s)]\\
U_4(s)=R_3[I_3(s)-I_4(s)]+U_2(s)\\
C_3S\,I_4(s)=R_3[I_3(s)-I_4(s)]\Rightarrow I_3(s)=\left(1+\frac{C_3S}{R_4}\right)I_4(s)\\
U_2(s)=R_4I_3(s)
\end{cases}
$$

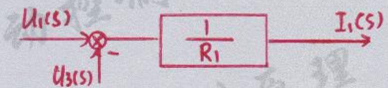
图1


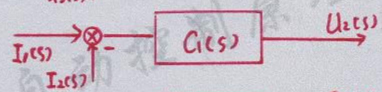
图2


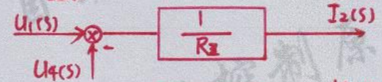
图3


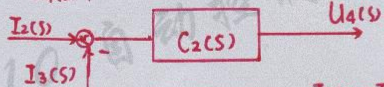
图4


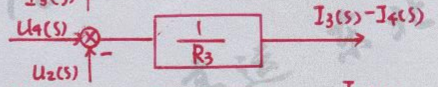
图5


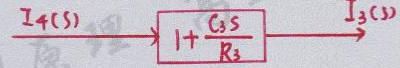
图6


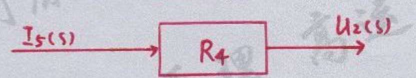
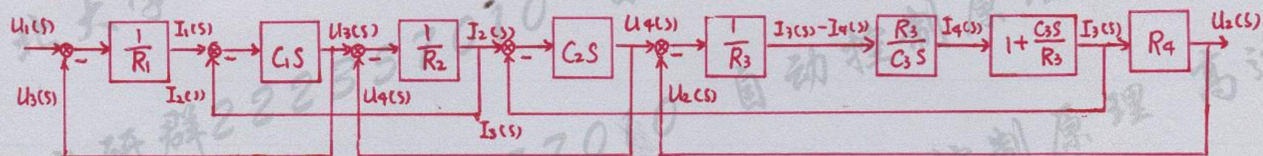
图7


图8


二

由图可知系统的闭环传函为：

$$W_B(s)=\frac{K_1\frac{K_2}{s(s+a)}}{1+\frac{K_2}{s(s+a)}}=\frac{K_1K_2}{s^2+as+K_2}$$

由图得 $t_m=0.8$，$\delta\%=\frac{2.18-2}{2}\times100\%=9\%$

因为 $\delta\%=e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\times100\%$，$t_m=\frac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n}$ 解得 $\xi=0.608$，$\omega_n=4.948$.

由图 $k_1=2$，$k_2=\omega_n^2=24.478$，$a=2\xi\omega_n=6.016$.

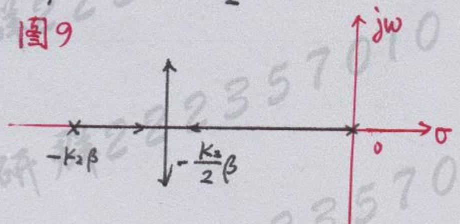
三

1. $W_k(s)=K_1\dfrac{\frac{K_2}{s}}{1+\frac{K_2}{s}\beta}\cdot\dfrac{1}{s}=\dfrac{K_1K_2}{s(s+K_2\beta)}$.

由 $D'(s)N(s)-N'(s)D(s)=0$ 得 $(2s+K_2\beta)K_1K_2=0$ 所以 $s=-\frac{K_2\beta}{2}$

由 $\frac{180°(1-2u)}{n-m}$ 得 $\sigma_k=\pm90°$.

由图9所示根迹知，若β值增加，根迹远离虚轴且系统越稳定.

图9


2. $1+W_k(s)=1+\dfrac{K_1K_2}{s(s+K_2\beta)}=\dfrac{s(s+K_2\beta)}{s^2+K_2\beta s+K_1K_2}$

故 $2\xi\omega_n=K_2\beta$，$\omega_n^2=K_1K_2$ 解得 $\omega_n=\sqrt{K_1K_2}$，$\xi=\frac{\beta}{2}\sqrt{\frac{K_2}{K_1}}$，则 $t_s=\frac{3}{\xi\omega_n}=\frac{6}{\beta K_2}$

当β↑时 t_s↓动态性能差，反之动态性能好.

3. $E(s)=\frac{X_r(s)}{1+W_k(s)}=\frac{\frac{1}{s^2}}{1+\frac{K_1K_2}{s(s+K_2\beta)}}=\frac{s+K_2\beta}{s[s(s+K_2\beta)+K_1K_2]}$

$\varepsilon(\infty)=\lim\limits_{s\to0} s\cdot E(s)=\frac{\beta}{K_1}$，所以当β↑则ε(∞)↑故稳态误差↑，反之稳态误差减小。

四

极点：$s=0,-1,-3.5,-3\pm2j$

渐近线倾角：$\frac{\mp180°(1+2\mu)}{5}$　$\mu=0,1,2\cdots$

$\varphi=\mp36°,\mp108°,180°$

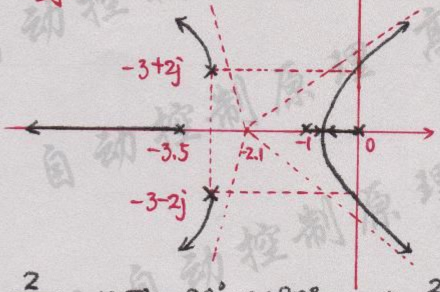
渐近线交点：$-\sigma_k=-\frac{\sum p-\sum z}{n-m}=-2.1$

实轴根迹：$(-\infty,-3.5]\cup[-1,0]$

出射角：$\beta_{sc1}=180°-(\sum_{j=1}^{n}\beta_j-\sum_{i=1}^{m}\alpha_i)=180°-\arctan\frac{2}{3.5}-135°-90°-(180°-\arctan\frac{2}{3})$

$=92.7°$ 同理 $\beta_{sc2}=-92.7°$ 系统根迹如图10示。

图10



五

开环传函为 $\frac{2}{s-1}=-\frac{2}{-s+1}$

系统为0型系统，$K_k=-2$

$W_k(j\omega)=\frac{2}{j\omega-1}=\frac{-2}{\omega^2+1}+j\frac{-2\omega}{\omega^2+1}$

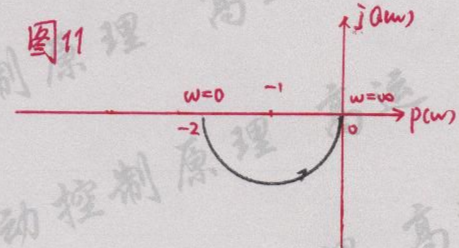
则 $P(\omega)=\frac{-2}{\omega^2+1}$　$Q(\omega)=\frac{-2\omega}{\omega^2+1}$　$A(\omega)=\frac{2}{\sqrt{\omega^2+1}}$　$\varphi(\omega)=-180°+\arctan\omega$

当 $\omega=0$ 时，$P(\omega)=-2$，$Q(\omega)=0$，$A(\omega)=2$，$\varphi(\omega)=-180°$

$\omega=\infty$ 时，$P(\omega)=0$，$Q(\omega)=0$，$A(\omega)=0$，$\varphi(\omega)=-90°$

系统开环传递函数在右半s平面有一个极点，由图11知当ω由0变化到+∞时，开环频率特性的轨迹在复平面上逆时针围绕(-1, j0)点转$\frac{1}{2}$圈，$Z=P-2N=1-2\times\frac{1}{2}=0$，所以系统是稳定的。

图11



六

$20\lg K=20\lg5=14\text{dB}$，$\omega_1=T_1^{-1}=1$，$\omega_2=T_2^{-1}=1/0.1=10$

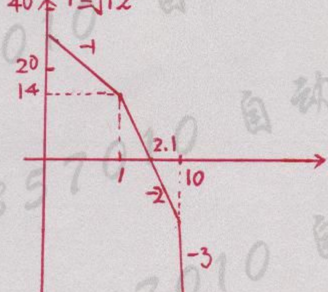
$A(\omega_c)=\left|\frac{5}{j\omega_c(j\omega_c+1)(0.1j\omega_c+1)}\right|=\frac{5}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+1}\sqrt{0.01\omega_c^2+1}}=1$ 忽

$\omega_c^4+\omega_c^2-25=0$ 解得 $\omega_c=2.1$。

$\gamma=180°-90°-\arctan\omega_c-\arctan0.1\omega_c=90°-\arctan2.1$

$-\arctan0.21=90°-64.76°-11.98°=13.3°$

图12



七

设 $W_1(s)=\frac{1-e^{-Ts}}{s}$，$W_2(s)=\frac{K_1}{s(s+2)}$

$W_1W_2(z)=K_1(1-z^{-1})Z[\frac{\frac{1}{2}}{s^2}-\frac{\frac{1}{4}}{s}+\frac{\frac{1}{4}}{s+2}]=K_1(1-z^{-1})[\frac{1}{2}\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}-\frac{1}{4}\frac{1}{1-z^{-1}}+\frac{1}{4}\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}]$

$=\frac{K_1(0.284z^{-1}-0.352z^{-2})}{(1-z^{-1})(1-e^{-2}z^{-1})}$

$W_B(z)=\frac{W_1W_2(z)}{1+W_1W_2(z)}=\frac{K_1(0.284z-0.352)}{z^2-(1.135-0.284K_1)z+0.135-0.352K_1}$

特征方程为 $z^2-(1.135-0.284K_1)z+0.135-0.352K_1=0$ 满足系统稳定特征方程根绝对值小于1，解得K_1的范围为 $-3.868<K_1<3.133$。

法一

用劳斯判据。

令 $z=\frac{w+1}{w-1}$，可得w域特征方程为 $(\frac{w+1}{w-1})^2-(1.135-0.284K_1)(\frac{w+1}{w-1})+0.135-0.352K_1=0$

$(w+1)^2-(1.135-0.284K_1)(w+1)(w-1)+(0.135-0.352K_1)(w-1)^2+0.135K_1w^2+(1.173+0.298K_1)w+(2.27-0.433K_1)=0$

令w^2、w及常数项系数均大于0可得K_1范围。

法二

用朱利判据。

$D(1)=1-(1.135-0.284K_1)+0.135-0.149K_1>0$

$D(-1)=1+(1.135-0.284K_1)+0.135-0.149K_1>0$

$|a_0|<a_n$

可得K_1范围。

八

死区与饱和特性并联。

设N_1为饱和特性，若选择N_2为死区特性，并使死区范围Δ等于饱和特性的线性段范围，且保持二者线性段斜率相同，则并联后总的输入输出特性为线性特性。

$$N_1(x)=\frac{2k}{\pi}\left[\arcsin\frac{\Delta}{x}+\frac{\Delta}{x}\sqrt{1-(\frac{\Delta}{x})^2}\right]$$

$$N_2(x)=\frac{2k}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{\Delta}{x}-\frac{\Delta}{x}\sqrt{1-(\frac{\Delta}{x})^2}\right]$$

故 $N_1(x)+N_2(x)=K$。

图13

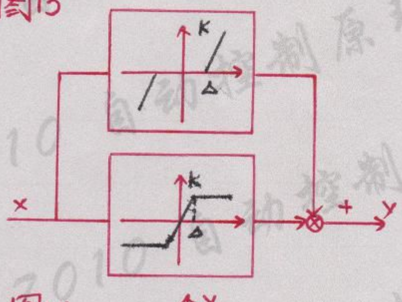


图14