东北大学 2006 年攻读硕士学位研究生试题
——自动控制原理（答案）

一、（20 分）

解：（1）由电路相关定律列拉普拉斯方程如下

$$\begin{cases} U_0(s) = U_c(s) + Ls\dfrac{U_c}{R_2} \\ U_r(s) = U_0(s) + R_1 I(s) \\ I = CsU_0(s) + \dfrac{U_c}{R_2} \end{cases}$$

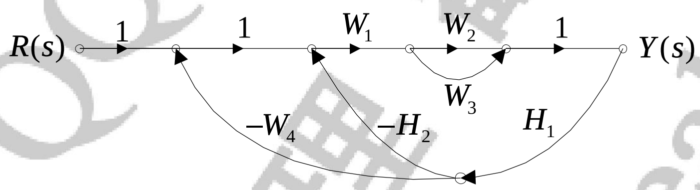
消掉中间变量 $U_0(s)$ **与** $I(s)$ **得**

$$\left(\frac{R_1CL}{R_2}s^2 + \frac{L+R_1R_2}{R_2}s + \frac{R_1+R_2}{R_2}\right)U_c(s) = U_r(s)$$

两边取拉普拉斯反变换得

$$\frac{R_1CL}{R_2}\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{L+R_1R_2}{R_2}\frac{du_c}{dt} + \frac{R_1+R_2}{R_2}u_c = u_r$$

（2）画信号流图如图所示



前向通路有： $T_1 = W_1W_2$，$T_2 = W_1W_3$，$T_3 = H_2W_1W_2W_4$，$T_4 = H_2W_1W_3W_4$

回路有： $L_1 = -W_1W_2H_1H_2$，$L_2 = -W_1W_3H_1H_2$

所有回路均相接触，则 $\Delta = 1 + W_1W_2H_1H_2 + W_1W_3H_1H_2$，$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = 1$

则系统给出 $Y(s)$ **对输入信号** $R(s)$ **的传递函数为**

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{W_1W_2 + W_1W_3 + H_2W_1W_2W_4 + H_2W_1W_3W_4}{1 + W_1W_2H_1H_2 + W_1W_3H_1H_2}$$

二、（20 分）

解：易知系统闭环特征方程为

$$s^3 + as^2 + (2+K)s + K + 1 = 0$$

由于在 $\omega_n = 2rad/s$ **时产生振荡，所以** $s = j2$ **是特征方程的根，带入上式得**

$$j8 - 4a + j(K+2)2 + K + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} (K+2)2 - 8 = 0 \\ K + 1 - 4a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = 2 \\ a = 0.75 \end{cases}$$

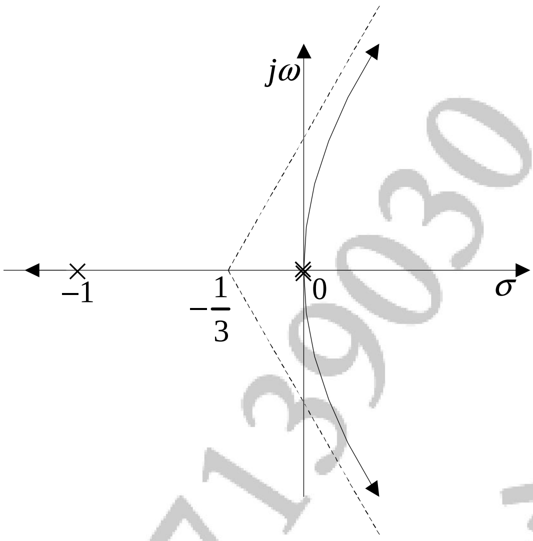
三、（20 分）

解：由系统的开环传递函数 $W_k(s) = \dfrac{K}{s^2(s+1)}$ **知**

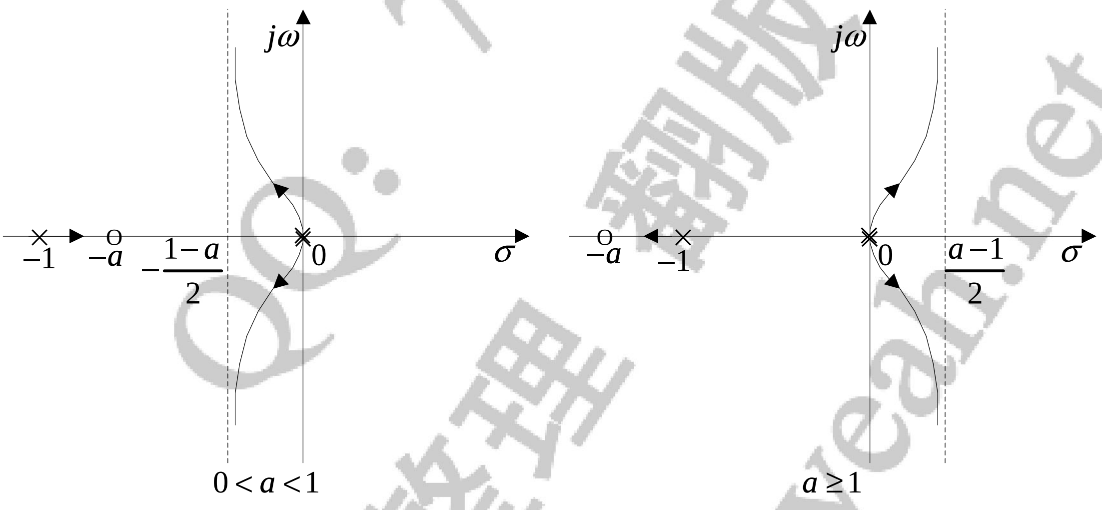
开环极点： $-p_{1,2} = 0$，$-p_3 = -1$；**实轴上的根轨迹：** $(-\infty, -1]$

渐近线： $\varphi_a = \dfrac{2k+1}{3}\pi = \pm\dfrac{\pi}{3}, \pi$，$\sigma_a = -\dfrac{1}{3}$

绘制根轨迹草图如下



增加开环零点 $-a$ **后的根轨迹如图所示**



显然当 $0<a<1$ **时能使系统恒稳定，** $a \ge 1$ **时系统恒不稳定**

四、（20 分）

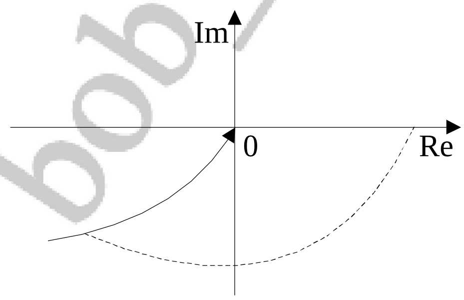
解：由开环对数幅频特性，可设

$$W_k(s)=\frac{K(Ts+1)}{s^2}$$

则有 $L(1)=40=20\lg K \Rightarrow K=100$ **，又有** $L(1)-0=40\lg\omega_c=40 \Rightarrow \omega_c=10$ **，则** $\gamma(\omega_c)=\arctan 10T$ **，当** $\gamma(\omega_c)=45^\circ$ **时，** $T=0.1$**。所以开环传递函数为**

$$W_k(s)=\frac{100(0.1s+1)}{s^2}$$

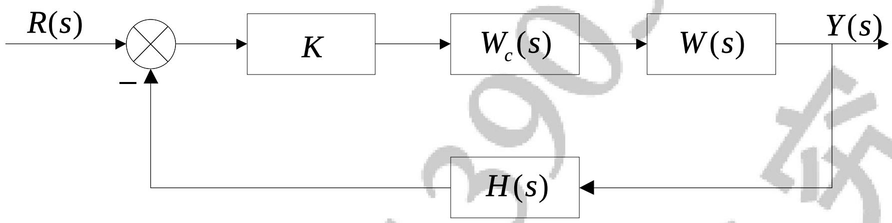
开环幅相频率特性如图



五、（20 **分**）

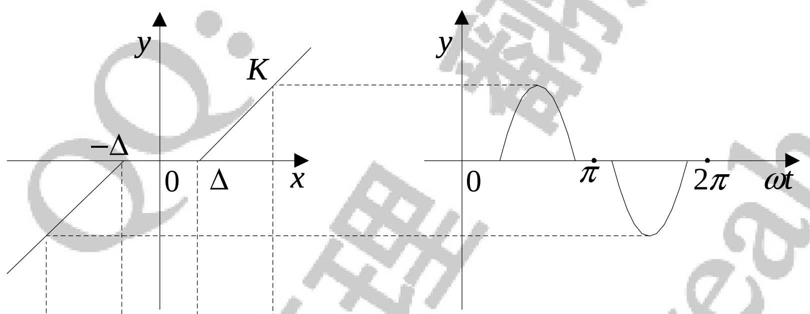
解：PID **串联校正器的传递函数为** $W_c(s)=K_1+\frac{K_2}{s}+K_3 s$ **，属于滞后-超前校正；**PI **串联校正器的传递函数为** $W_c(s)=K_1+\frac{K_2}{s}$ **，属于滞后校正。**

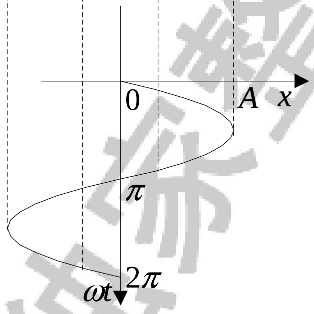
六、（30 **分**）



放大环节： K **，将偏差信号放大，处理为可参与的电压或其他量；**
校正环节： $W_c(s)$ **，改善被控制量的稳态和暂态性能；**
被控对象：要进行控制的设备或过程；
检测装置： $H(s)$ **，检测被控制量，一般要求检测装置的测量精度高，反应灵敏。**

死区特性及其在正弦函数输入时的输出波形：





$$y=\begin{cases}K(x-\Delta),\ x\ge\Delta\\0,\ |x|<\Delta\\K(x-\Delta),\ x\ge\Delta\end{cases}$$

由于 y **为奇对称函数，则** $C_1=0$ **，** $\varphi_1=0$ **，且**

$$B_1=\frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}y(t)\sin\omega t d(\omega t)=\frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}KA\sin^2\omega t d(\omega t)=\frac{2KA}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{\Delta}{A}+\frac{\Delta}{A}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta}{A}\right)^2}\right)$$

则描述函数为

$$N(A)=\frac{B_1}{A}=\frac{2K}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{\Delta}{A}+\frac{\Delta}{A}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta}{A}\right)^2}\right)$$

七、（20 **分**）

解：（1）**设** $\mathrm{Z}[x_r(k)]=X_r(z)=\frac{z}{z-a},\ \mathrm{Z}[x_c(k)]=X_c(z)$ **，则** $\mathrm{Z}[x_c(k+1)]=zX_c(z)-zX_c(0)=zX_c(z)$

对 $x_c(k+1)-bx_c(k)=x_r(k)$ **两边取** Z **变换，得**

$$(z-b)X_c(z)=X_r(z)\Rightarrow X_c(z)=\frac{1}{z-b}X_r(z)=\frac{z}{(z-b)(z-a)}$$

则 $X_c(z)z^{k-1}$ **在** $z=a$ **处的留数为** $\mathrm{Res}\left[\frac{z}{(z-b)(z-a)}\right]\Bigg|_{z=a}=\frac{a^k}{a-b}$**，** $X_c(z)z^{k-1}$ **在** $z=b$ **处的留数为** $\mathrm{Res}\left[\frac{z}{(z-b)(z-a)}\right]\Bigg|_{z=b}=\frac{b^k}{b-a}$。

所以 $x_c(k)=\frac{a^k}{a-b}+\frac{b^k}{b-a}=a^{k-1}+ba^{k-2}+\cdots+b^{k-2}a+b^{k-1}$

（2）极点在Z平面上的不同位置时的输出响应图