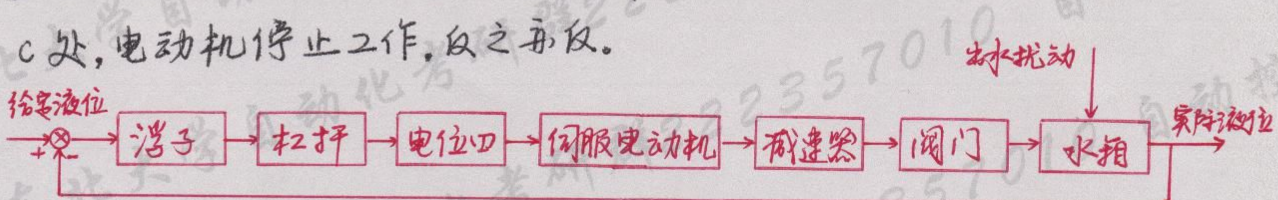
2010年自动控制原理答案

一

1. 控制系统的性能指标包括：稳定性、稳态性能和暂态性能。稳定性指当系统受到瞬时扰动作用时，使被控量偏离了原始的平衡状态而产生了偏差，当瞬时扰动消失后，如果经过反馈系统自身的调节可以回到原来的平衡状态则为稳定，否则不稳定。
稳态性能指当系统从一个稳态过渡到一个新的稳态，或系统受到扰动作用后又重新平衡，此时系统可能会出现偏差，这种偏差成为稳态误差，一个反馈系统的稳定性能即用稳态误差来表征。
暂态性能是指稳定的系统在单位阶跃函数作用下，动态过程随时间变化状况的系统的性能，通常用上升时间、调节时间和超调量来衡量系统暂态性能。
2. 当电位器电刷位于中点时，电动机不动，控制阀门有一定开度，使水箱流入水量和流出水量相等，从而液面保持在希望高度c处，一旦流入水量和流出水量发生变化，水箱液面也相应变化。如当液面升高，浮子位置升高，杠杆作用使电刷从中点位置下移，从而产生一定的控制电压，驱动电动机通过减速器控制阀门开度，使水箱的流量减少。此时，液面下降，浮子位置相应下沉直到电刷回到中点位置系统重新处于平衡状态，液面高度恢复c处，电动机停止工作，反之亦反。

图1.



二

由电路原理易知，

$U_1(s)-U_2(s)=U_{c1}(s)$

$I_2(s)=C_1sU_{c1}(s)$

$R_1I_1(s)=U_{c1}(s)+R_2I_2(s)$

$I_1(s)+I_2(s)=I(s)$

$I(s)=C_2sU_{c2}(s)$

$U_2(s)=U_{c2}(s)+R_2I_2(s)$

图2

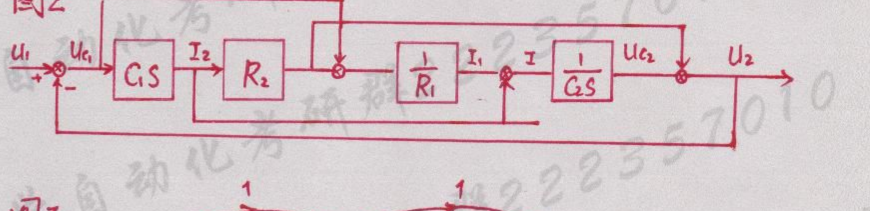
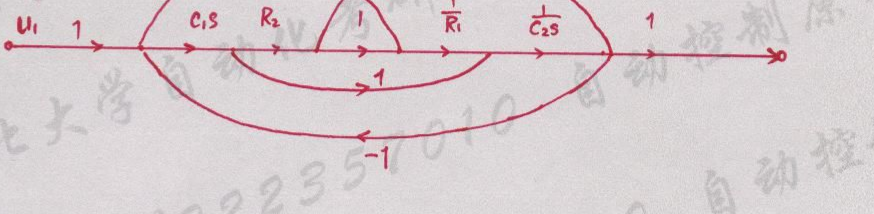


图3



由上式易得动态结构如图2示，并转化为信号流图如图3示。

由梅森增益公式得，

$$\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{R_1R_2C_1C_2s^2+(R_2C_1+R_1C_1)s+1}{R_1R_2C_1C_2s^2+(R_1C_2+R_2C_1+R_1C_1)s+1}$$

三

由控制系统结构图易知其等效开环传递函数为，

$$W_k(s)=\frac{K}{s(s+Ka+2)}$$

1. 当 $a=0$，$K=8$ 时，

$$W_k(s)=\frac{8}{s(s+2)} \Rightarrow \omega_n^2=8,\ 2\xi\omega_n=2 \Rightarrow \omega_n=2.828,\ \xi=0.354$$

输入 $r(t)=t$ 时，由静态速度误差系数，$K_v=\lim\limits_{s\to0} sW_k(s)=4$ 知稳态误差

$$e_{ssv}=K_v^{-1}=0.25$$

2. $\omega_n^2=K$，$2\xi\omega_n=Ka+2$，$K_v=4=\frac{K}{Ka+2}$，$\xi=0.7$ 解得 $K\approx31.36$，$a=0.186$。

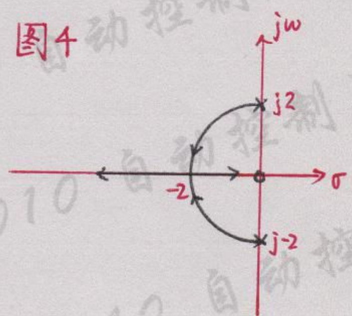
四

由控制系统结构图易知闭环特征方程为 $s^2+KK_hs+K=0$，$s=1\pm\sqrt{3}j$ 是闭环极点，则有 $s^2+2s+4=0$，解得 $K=4$，$K_h=0.5$。

当 $K=4$ 时，闭环特征方程 $s^2+4K_hs+4=0$，则等效开环传递函数为，

$$W_{eq}=\frac{4K_hs}{s^2+4}$$

图4



根迹图如图4示，其中，

开环零极点：$-z_1=0$，$-p_{1,2}=\pm j2$；

实轴上的根迹：$(-\infty,0]$；

分离点：$s=-2$。

五

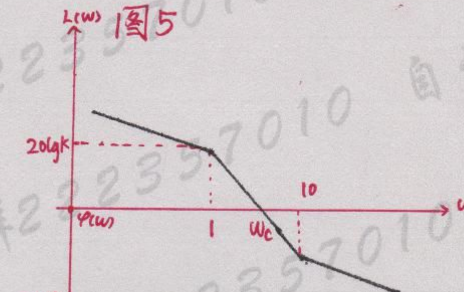


图5

PD 控制器传递函数为 $W_c(s)=K_p+K_ds$，

则系统开环传递函数为，

$$W_k(s)=\frac{K_p+K_ds}{s(s+1)}=\frac{K_p(K_d/K_p s+1)}{s(s+1)}$$

1. 当 $K_p=10$，$K_d=1$ 时，

$$W_k(s)=\frac{10(0.1s+1)}{s(s+1)}$$

则有，

$\varphi(\omega)=-90^\circ+\arctan 0.1\omega-\arctan\omega$，绘制开环对数频率特性如图5示。

由 $20\lg10-0=40\lg\omega_c \Rightarrow \omega_c=\sqrt{10}\approx3.16$，则相位裕度，$\gamma(\omega_c)=90^\circ+\text{arctg}\,0.316-\arctan3.16=35^\circ$

2. 由相位裕度

$$\gamma(\omega_c)=\left(90^\circ+\arctan\frac{K_d}{K_p}\omega_c-\arctan\omega_c\right)\Big|_{\omega_c=2}=50^\circ$$

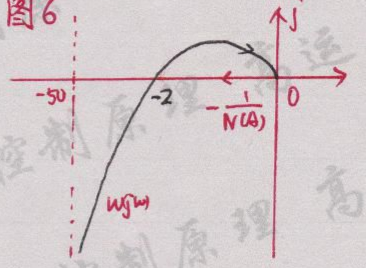
则 $K_d/K_p=0.2<1$ 得交接频率 $\omega_1=5$，则 $20\lg K_p-0=40\lg\omega_c$ 得 $K_p=\omega_c^2=25$，$K_d=5$。

六

$$W_K(s)=\frac{10}{s(s+1)(s+4)}$$ 得

$$W_K(j\omega)=-\frac{50}{(\omega^2+1)(16\omega^2+1)}+j\frac{10(4\omega^2-1)}{\omega(\omega^2+1)(16\omega^2+1)}$$

图6



又非线性环节负倒特性为

$$-\frac{1}{N(A)}=-\frac{1}{K+4M/\pi A}=-\frac{1}{0.5+4M/\pi A}$$

在ω平面做出开环幅相特性曲线及负倒特性曲线如图6示。易知 $W_K(j\omega)$ 曲线恒包围 $-\frac{1}{N(A)}$ 曲线，则系统不稳定。

七

由采样控制系统易知其脉冲传递函数为，

$$W_B(z)=\frac{W_K(z)}{1+W_K(z)},$$

$$W_K(z)=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s(s+a)}\right]=\frac{z-1}{z}\cdot\frac{z(1-e^{-a})}{a(z-1)(z-e^{-a})}=\frac{1-e^{-a}}{a(z-e^{-a})}\quad(T=1),$$

故有，

$$W_B(z)=\frac{(1-e^{-a})/a}{z-e^{-a}+(1-e^{-a})/a},$$

令 $k=(1-e^{-a})/a$，有

$$W_B(z)=\frac{k}{z+k-e^{-a}}$$

$$Y(z)=W_B(z)X(z)=\frac{kz}{(z-1)(z+k-e^{-a})}$$

$$Res[Y(z)z^{n-1}]|_{z=1}=\lim_{z\to1}\frac{kz^n}{z+k-e^{-a}}=\frac{k}{k+1-e^{-a}}$$

$$Res[Y(z)z^{n-1}]|_{z=-k+e^{-a}}=\lim_{z\to-k+e^{-a}}\frac{kz^n}{z-1}=\frac{k(e^{-a}-k)^n}{e^{-a}-k-1}$$

则 $$y(nT)=\frac{k}{k+1-e^{-a}}+\frac{k(e^{-a}-k)^n}{e^{-a}-k-1},\quad n=0,1$$

$$e^{-a}-k=e^{-a}-\frac{1-e^{-a}}{a}=\frac{e^{-a}(a+1)-1}{a}\quad(a>0\text{时}\ e^{-a}-k<1)$$

故 $$y(\infty)=\frac{k}{k+1-e^{-a}}=\frac{1}{a+1}=\frac{1}{3}$$

$a=2$