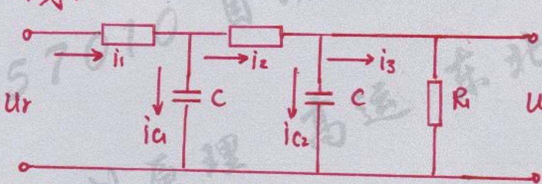
2003年自动控制原理答案

一

增大比例系数可以提高系统的快速度，减少闭环的稳态误差，降低系统的稳定性，加入滞后校正环节后，就是加入负相移和负幅值的斜率，与加大开环放大系数，减少稳态误差和稳定精度，同时中交频段，斜率不变。所以，稳态性能不变。

二

图1



$$u_r = iR + \left(\frac{C\,du_c}{dt} + \frac{u_c}{R_1}\right)R + u_c$$

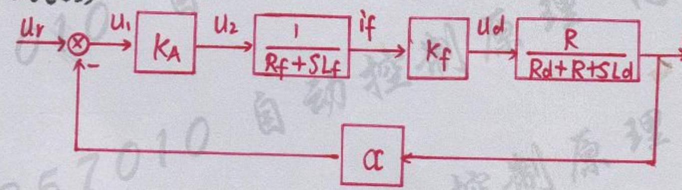
$$u_r = R^2C^2\frac{d^2u_c}{dt^2} + \left(3RC + \frac{R^2}{R_1}C\right)\frac{du_c}{dt} + \left(1+\frac{2R}{R_1}\right)u_c$$

三

对系统列出拉氏变换后方程为

$$\begin{cases} U_1(s) = U_r(s) - \dfrac{U_c(s)}{R}\cdot \alpha R = U_r(s) - \alpha U_c(s) \\ U_2(s) = KU_1(s) \\ \dfrac{U_2(s)}{R_f + sL_f} = I_f(s) \\ I_f(s)k_f = U_d(s) \\ U_d(s)\dfrac{R}{R+R_d+sL_d} = U_c(s) \end{cases}$$

图2



$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{K_A\dfrac{1}{R_f+sL_f}\cdot K_f\cdot\dfrac{R}{R+R_d+sL_d}}{1+\alpha K_A K_f\dfrac{1}{R_f+sL_f}\cdot\dfrac{R}{R+R_d+sL_d}} = \frac{K_A K_f R}{(R_f+sL_f)(R_d+R+sL_d)+\alpha K_A K_f R}$$

四

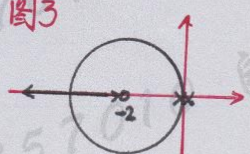
$$W_B(s) = \frac{\dfrac{k}{s^2}}{1+\dfrac{k}{s^2}(1+k_n s)} = \frac{k}{s^2+kk_n s+k}$$

由题意得 $s^2+kk_n s+k = (s+1+j\sqrt{3})(s+1-j\sqrt{3}) = s^2+2s+4$ 故 $k=4$，$k_n=\frac{1}{2}$。

以 $k_n=\frac{1}{2}$，k 为参量，$W_k(s) = \frac{k(1+0.5s)}{s^2} = \frac{2(s+2)}{s^2}$

绘制根迹如图3示。

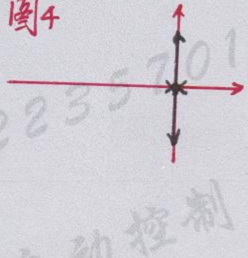
图3



当 $k_n=0$ 时（前立负反馈的情况）的根迹如图4示。

$W_{keq}(s) = \frac{k}{s^2}$。

图4



可见加入微分负反馈后，使根迹向左偏移，系统由临界稳定变为稳定（$k>0$），即稳定性增强。

五

法一 $E(s)=X_r(s)-X_c(s)=\frac{X_r(s)}{1+W_k(s)}=\frac{1}{1+W_k(s)}\cdot\frac{1}{s}$

由已知 $e(t)=1.2e^{-10t}-0.2e^{-60t}$ 得

$E(s)=\frac{1.2}{s+10}-\frac{0.2}{s+60}=\frac{s+70}{s^2+70s+600}$

故有

$W_k(s)=\frac{600}{s^2+70s}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s}$ 得 $\xi=1.43$，$\omega_n=24.5$

法二

由典型系统的暂态特性可知，当$\xi>1$时系统的特征根为$-(\xi\pm\sqrt{\xi^2-1})\omega_n$

误差时间函数 $e(t)=x_r(t)-x_c(t)$ 对应本题 $X_c(s)=\frac{\omega_n^2}{s(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)}$

所以 $x_c(t)=1-\frac{1}{2\sqrt{\xi^2-1}}\left(\frac{1}{\xi-\sqrt{\xi^2-1}}e^{-(\xi-\sqrt{\xi^2-1})\omega_n t}-\frac{1}{\xi+\sqrt{\xi^2-1}}e^{-(\xi+\sqrt{\xi^2-1})\omega_n t}\right)$

且 $x_c(t)=1$ 所以 $e(t)=1-x_c(t)=1.2e^{-10t}-0.2e^{-60t}$ 比较指数项系数得

$$\begin{cases}(\xi-\sqrt{\xi^2-1})\omega_n=10\\(\xi+\sqrt{\xi^2-1})\omega_n=60\end{cases}$$

解得 $\xi=1.43$，$\omega_n=24.5$。得 $W_k(s)=\frac{600}{s^2+70s}$。

系统的闭环传递函数 $W_B(s)=\frac{W_k(s)}{1+W_k(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=\frac{600}{s^2+70s+600}$

六

由图得 $W_B(s)=\frac{W_g(s)(1+W_c(s))}{1+W_g(s)}$，等效为没有前馈的单位反馈系统后，

应用 $W_B(s)=\frac{W_k'(s)}{1+W_k'(s)}$。

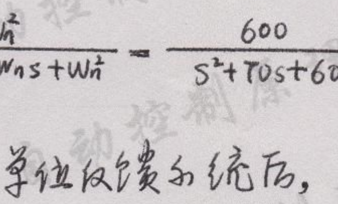
即 $W_k'(s)=\frac{W_B(s)}{1-W_B(s)}=\frac{W_g(s)(1+W_c(s))}{1-W_g(s)W_c(s)}=\frac{10as^2+10bs+10}{0.02s^3+(0.3-10a)s^2+(1-10b)s}$

系统Ⅱ型时应有 $\begin{cases}0.3-10a>0\\1-10b=0\end{cases}$ 解得 $a<0.03$，$b=0.1$。

按输入补偿的复合校正，不影响闭环的特征方程，所以不会影响系统的稳定性。

七

图5



$W(s)=\frac{1}{1+Ts}$

$W(j\omega)=\frac{1}{1+Tj\omega}=\frac{1-Tj\omega}{1+T^2\omega^2}=\frac{1}{1+T^2\omega^2}-j\frac{T\omega}{1+T^2\omega^2}$

$$\begin{cases}P(\omega)=\frac{1}{1+T^2\omega^2} & \omega\to0^+,\ P(\omega)=1,\ Q(\omega)=0\\Q(\omega)=\frac{-T\omega}{1+T^2\omega^2} & \omega\to\infty,\ P(\omega)=0,\ Q(\omega)=0\end{cases}$$

$P^2+Q^2=\frac{1}{1+T^2\omega^2}$ 即 $P^2-P+Q^2=0$，$(P-\frac{1}{2})^2+Q^2=(\frac{1}{2})^2$ 即证毕。

八

由图 $\omega_1=0.1$，$\omega_2=+1, -2, -1, -2$ 得 $W_K(s)=\frac{K(10s+1)}{s^2(s+1)}$。

当 ω 由 $0.1\to 1$ 变化 $\frac{1}{0.1}=10$ 倍频，$L(\omega)$ 斜率 -1，即 $L(0.1)=20$。

$20=20\lg K-20\lg 0.1^2$ 得 $K=0.1$。

所以，$W_KS=\frac{0.1(10s+1)}{s^2(s+1)}$。

九

$$G_K(z)=Z\left[\frac{K(1-e^{-s})}{s^2(s+1)}\right]=K(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1}\right]=K\frac{[T-1+e^{-T}]z^{-1}+(1-e^{-T}-Te^{-T})z^{-2}}{(1-z^{-1})(1-e^{-T}z^{-1})}$$

因为 $K=10$，$T=1s$。故，

$$G_K(z)=\frac{3.68z^{-1}+2.64z^{-2}}{1-3.68z^{-1}+0.368z^{-2}},\quad G_B(z)=\frac{3.68z^{-1}+2.64z^{-2}}{1+2.312z^{-1}+3.008z^{-2}}。$$

特征方程为 $z^2+2.312z+3.008=0$，

$z_{1,2}=\frac{-2.312\pm\sqrt{2.3^2-12.032}}{2}$，$|z|>1$，两个根在单位圆外，系统不稳定。

K为变量时，$G_K(z)=\frac{K(3.68z^{-1}+2.64z^{-2})}{1-3.68z^{-1}+0.368z^{-2}}$。

特征方程为 $z^2+(0.368K-1.368)z+0.264K+0.368=0$，

$z_{1,2}=\frac{1.368-0.368K\pm\sqrt{(0.368K-1.368)^2-4\times(0.264K+0.368)}}{2}$，根据系统稳定条件知，当 $|z_{1,2}|=1$ 时系统处于临界稳定状态。

$\Delta=b^2-4ac>0$ 时，$z=1$，$K=0$（舍）；$z=-1$，$K=21.5$。

$\Delta=b^2-4ac<0$ 时，$z_{1,2}=0.684-0.184K\pm j\frac{\sqrt{4\times(0.264K+0.368)-(0.368K-1.368)^2}}{2}$，

$|z|=1$，$K=2.4$。综上，临界放大系数 $K=2.4$ 或 $K=21.5$。

十

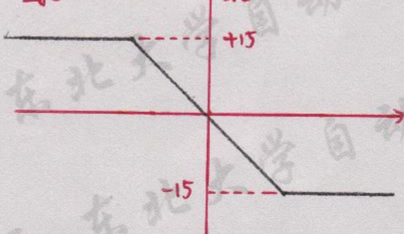


图6

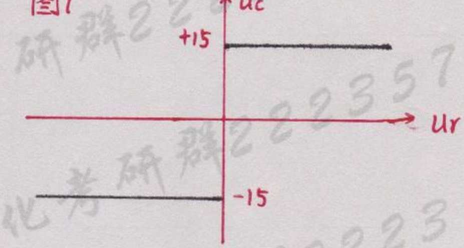


图7