东北大学 2008 年攻读硕士学位研究生试题
——自动控制原理（答案）

一、（1）一般的控制系统，当给定量突然增加时，输出量的暂态过程有

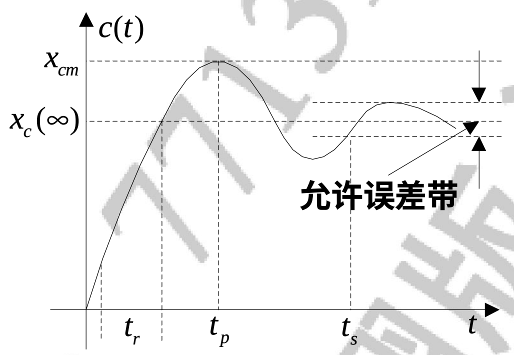
①单调过程：系统响应单调变化，缓慢达到新的稳态值。

②衰减振荡过程：系统响应变化很快，产生超调，经过几次振荡后达到新的稳态值。

③持续振荡过程：系统响应持续振荡，始终不能达到稳定的工作状态。

④发散振荡过程：系统响应发散振荡，不能达到所要求的稳态。

（2）以典型二阶系统为例，系统处于衰减振荡过程时，阻尼比 $0<\xi<1$

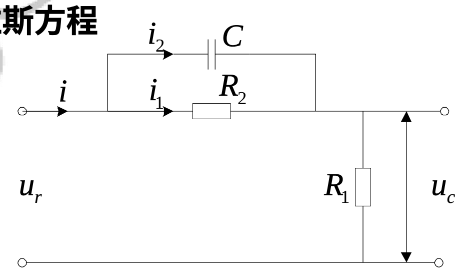


如图，暂态性能指标为：

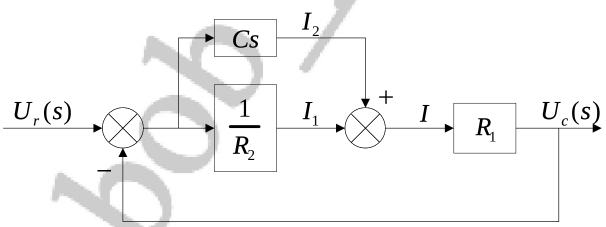
①上升时间 t_r **，系统输出量第一次达到稳态值时的时间。（**$t_r=\dfrac{\pi-\arccos\xi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$**）；②超调量** $\sigma\%$ **：系统输出量最大值与稳态值的相对误差。（**$\sigma\%=\dfrac{x_c(t_m)-x_c(\infty)}{x_c(\infty)}\times100\%$**）；③调节时间** t_s **：系统输出量进入并一直保持在稳态值附近的允许误差带所需要的时间。（**$t_s=\dfrac{3}{\xi\omega_n}$ **或** $\dfrac{4}{\xi\omega_n}$**）；④振荡次数** μ **：系统输出量在调节时间内，在稳态值附近上下波动的次数。**

二、解：如图无源网络，由复频域基尔霍夫定律易得如下拉普拉斯方程

$$\begin{cases}I(s)=I_1(s)+I_2(s)\\ I_1(s)R_2=U_r(s)-U_c(s)\\ I_2(s)=Cs(U_r(s)-U_c(s))\\ I(s)R_1=U_c(s)\end{cases}$$



绘制其结构图为



$\Rightarrow$ **传递函数为** $\dfrac{U_c(s)}{U_r(s)}=\dfrac{R_1R_2Cs+R_1}{R_1R_2Cs+R_1+R_2}$

三、(1)减小稳态误差的措施有

①增加系统型别，但一般不超过 II 型；②增大开环放大系数，但一般不宜过大；③采用复合控制，按输入或扰动补偿；④采用滞后校正，可使在相对稳定性不变的情况下减小稳态误差。

(2)解：由单位反馈控制系统开环传递函数

$$W_k(s)=\frac{K_k}{s(\tau s+1)}=\frac{K_k/\tau}{s(s+1/\tau)}$$

易知其静态速度误差系数为 $K_v=\lim\limits_{s\to 0}sW_k(s)=K_k$ **，且**

$$\begin{cases}\omega_n^2=K_k/\tau\\2\xi\omega_n=1/\tau\end{cases}$$

由稳态误差 $e(\infty)=1/K_k\le 0.02\Rightarrow K_k\ge 50$ **；**

由超调量 $\sigma\%=e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\times 100\%\le 30\%\Rightarrow \xi\ge 0.36$ **；**

由调节时间 $t_s(\pm 5\%)=\dfrac{3}{\xi\omega_n}\le 0.3\Rightarrow \xi\omega_n\ge 10$ **。**

结合上述式子条件，不妨取 $K_k=50,\xi=0.5,\omega_n=50,\tau=0.02$ **，显然满足系统要求。**

四、解：由开环传递函数

$$W_k(s)=\frac{K_g(0.1s+1)}{s(s+1)(0.25s+1)^2}=\frac{1.6K_g(s+10)}{s(s+1)(s+4)^2}$$

$\Rightarrow$ **开环极点：** $-p_1=0,-p_2=-1,-p_{3,4}=-4$

开环零点： $-z_1=-10$

实轴上的根轨迹区间： $[-1,0]\cup[-\infty,-10]$

渐近线： $\sigma_a=\dfrac{-9+10}{3}=\dfrac{1}{3},\varphi_a=\pm\dfrac{\pi}{3},\pi$

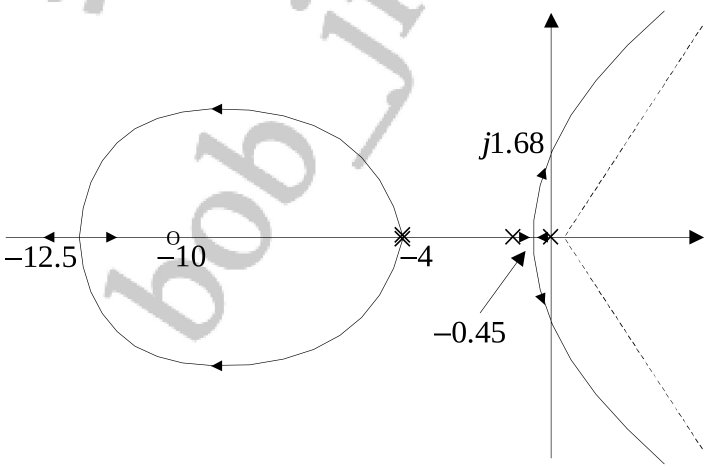
分离点的确定：

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d+1}+\frac{1}{d+4}=\frac{1}{d+10}\Rightarrow 3d^3+46d^2+110d+40=0$$

用试探法求得 $d_1\approx -0.375,d_2=-11.375$

与虚轴交点：将 $s=j\omega$ **代入** $s(s+1)(s+4)^2+1.6K_g(s+10)=0$ **，求得** $\omega\approx 1.53$

作出根轨迹草图如图所示



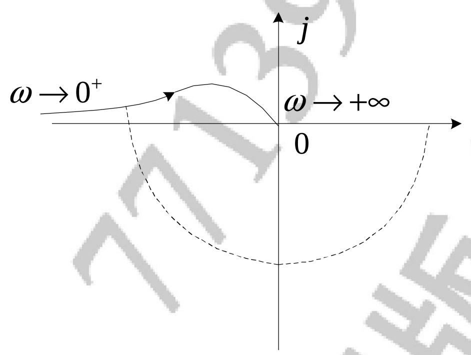
五、解：由开环传递函数

$$W_k(s)=\frac{2.5}{s^2(0.1s+1)}$$

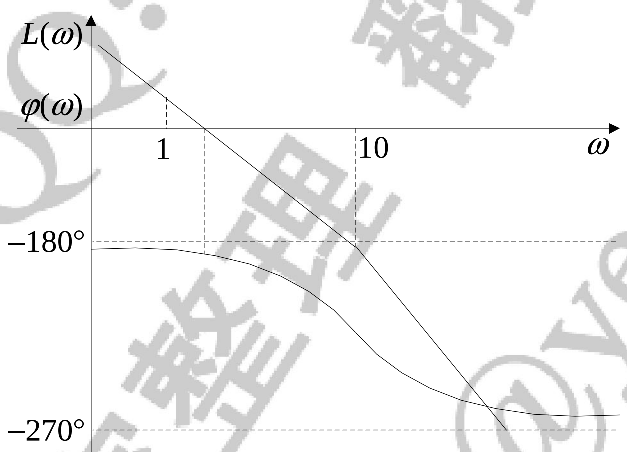
知其频率特性为

$$W_k(j\omega)=\frac{2.5}{-\omega^2(-j0.1\omega+1)}=-\frac{2.5}{\omega^2(0.01\omega^2+1)}+j\frac{2.5}{\omega(0.01\omega^2+1)}$$

幅相频率特性如图



对数频率特性如图



根据对数幅频特性易知 $\gamma(\omega_c)<0$**，显然系统不稳定。**

六、解：（1）PI **调节器的传递函数为**

$$W_c(s)=K_p+\frac{K_i}{s}$$

则校正后开环传递函数为

$$W_k(s)=W(s)W_c(s)=\frac{K_k(K_ps+K_i)}{s^2(Ts+1)}$$

（2）**加入串联校正环节** PI **调节器后，对系统性能的改善作用为**

①提高了系统的型别，减小稳态误差；②增加的开环零点（负实数）可以缓和控制器极点对系统稳定性及动态过程产生的不利影响；③只要积分常数 K_i **足够大，**PI **控制器对稳定性的不利影响可大为减弱，在控制工程中，**PI **控制器主要用来改善稳态性能。**

七、解：如图（1**），在交点附近，当振幅增大时，幅相曲线不包含** $-1/N$**，则系统稳定，促使振幅减小；当振幅减小时，幅相曲线包含** $-1/N$**，系统不稳定，使振幅增大。则交点为自振点。**

图（2**）（**3**）（**4**）类似分析。**

八、证明：由结构图易知

$$\begin{cases} E(s) = R(s) - C^*(s)H(s) \\ C(s) = E(s)G(s) \end{cases}$$

$$\Rightarrow C(s) = R(s)G(s) - C^*(s)H(s)G(s)$$

两边取离散信号得 $C^*(s) = \left[R(s)G(s)\right]^* - C^*(s)\left[H(s)G(s)\right]^*$**，即**

$$C(z) = RG(z) - C(z)HG(z)$$

$$\Rightarrow C(z) = \frac{RG(z)}{1 + HG(z)}$$

得证。