计算机控制系统

第4章 数字控制器的模拟化设计方法

信息学院 · 谭树彬
tanshubin@ise.neu.edu.cn

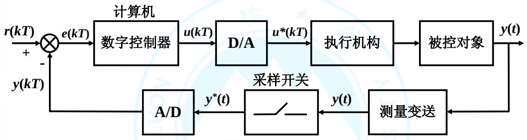
2012年6月

本章内容

- 设计基本原理
- 连续控制器的离散化方法
- 数字PID控制器
- Smith预估控制

4.2 设计基本原理

典型计算机控制系统的基本结构:



数字信号：$r(kT)$——给定输入，$y(kT)$——系统输出，

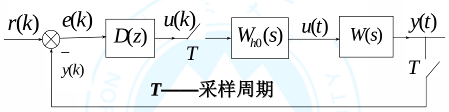
$e(kT)= r(kT)- y(kT)$——偏差信号，$u(kT)$——控制信号，；

模拟信号：$y(t)$——系统输出（被控制量）；

离散模拟信号：$y^*(t)$——被控量信号（时间散上离散，幅值上连续）；

量化模拟信号：$u^*(t)$——模拟控制信号（时间上连续、幅值上量化）。

数字控制系统的简化结构



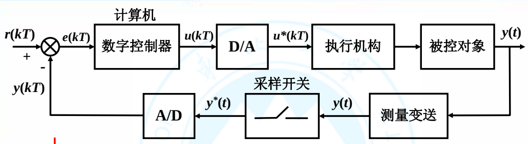
$D(z)$——离散部分的数字控制器； $e(k)$——离散偏差；

$u(k)$——离散控制量；$r(k)$——离散输入；$y(k)$——离散输出；

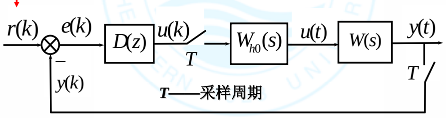
$W_{h0}(s)$——零阶保持器；$u(t)$——连续控制量。

$W(s)$——连续部分的被控对象； $y(t)$——连续输出。

数字控制系统的简化结构

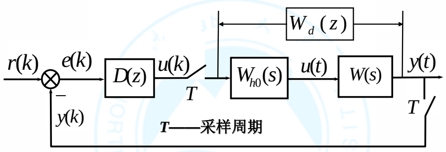


简化



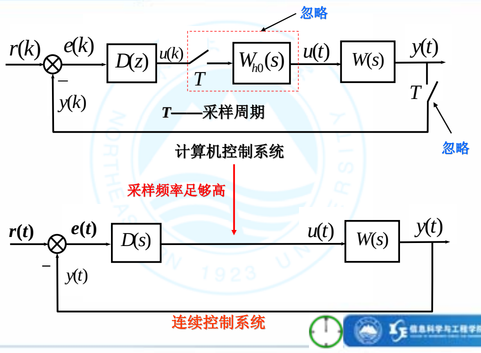
$D(z)$——离散部分的数字控制器；$W_{h0}(s)$——零阶保持器；
$W(s)$——连续部分的被控对象。

离散化设计方法：



离散化设计方法——把连续部分离散化，把整个系统变成离散化系统，直接设计数字控制器$D(z)$—直接设计方法

模拟化设计方法：



设计思想过程：

控制器设计思想：

连续系统设计方法 { 根轨迹法、频率特性法 —离散化变换→ 离散系统

—算法编程→ 控制器D(z)

把整个控制系统看成是模拟系统，利用模拟系统的理论和方法进行分析和设计，得到模拟控制器后再通过某种近似，将模拟控制器离散化为数字控制器，并由计算机来实现。

模拟化设计方法需考虑的问题：

为什么数字控制系统要用模拟化设计方法来设计？

——大部分控制对象是模拟的，连续系统的设计方法早已为人们所熟悉。

为什么数字控制系统可以用模拟化设计方法来设计？

——采样频率比系统的工作频率高得多时，采样、保持等所引起的附加影响非常小，甚至可以忽略。

核心问题是什么？

——模拟控制器的离散化，保证系统的稳定性，使数字控制器与模拟控制器在频率响应上相似 $D(z)|_{z=e^{j\omega T}} \approx D(s)|_{s=j\omega}$ 即尽量保持动态特性相同。

控制器离散化需满足的条件：

1、离散化处理过程中的前提是：模拟控制器稳定，离散控制器也稳定；

2、离散控制器应该尽量保持模拟控制器的动态性能，一般指离散控制器的的频率尽量接近模拟控制器的频率特性。

模拟化设计方法的特点（优缺点）：

（1）设计方法简单，易于掌握。

（2）采样频率要求高，硬件设备性能要求高。

（3）具有一定的近似性（如忽略了保持器）。

适用范围：

只适用于采样周期T较小的情况；否则，实际系统的性能与设计有较大偏差。

选取采样周期时应考虑的几个因素：

- 采样周期应远小于对象的扰动信号周期；
- 采样周期应远远小于对象时间常数；
- 考虑执行器的响应速度；
- 考虑对象所要求的调节品质；
- 考虑控制系统的性能价格比；
- 考虑计算机所承担的工作量。

零阶保持器的传递函数为： $H(s)=\dfrac{1-e^{-sT}}{s}$

其频率特性为：

$$W_{h0}(j\omega)=\frac{1-e^{-j\omega T}}{j\omega}=\frac{2e^{-j\omega T/2}(e^{j\omega T/2}-e^{-j\omega T/2})}{2j\omega}$$

$$=T\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}e^{-j\omega T/2}=T\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\angle-\frac{\omega T}{2}$$

对于小的采样周期，可把零阶保持器近似为：

$$W_{h0}(s)=\frac{1-e^{-sT}}{s}\approx\frac{1-1+sT-\frac{(sT)^2}{2}+\cdots}{s}=T(1-s\frac{T}{2}+\cdots)\approx Te^{-s\frac{T}{2}}$$

4.3 连续控制器的离散化方法

在一定条件下： $D(s)\Rightarrow D(z)$

1、*z* 变换法

2、差分变换法

3、双线性变换法

4、零极点匹配法

4.3 连续控制器的离散化方法

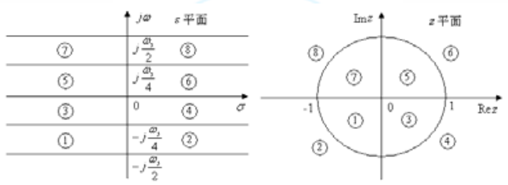
1、*z* 变换法

$D(s) \longleftrightarrow D(z)$

定义法

部分分式法

留数计算法



*s*平面上的极点与*z*平面的对应关系

优点：

（1）D(z)与D(s)的脉冲响应相同；

（2）D(s)稳定，则D(z)稳定。

缺点：

（1）D(s)与D(z)的频率特性不同，容易出现频率混叠现象；

（2）为防止混叠现象发生，需要提高采样频率，一般 ω_s 应至少大于D(s)带宽的10倍以上。

因此，实际很少使用该方法进行离散化处理。

2、差分变换法

(1) 后向差分变换法：

$$z^{-1}=e^{-Ts}=1-Ts+\frac{(Ts)^2}{2!}+\cdots$$

z 不是 s 的有理函数，不便处理。为此取级数前两项作为 z 与 s的近似关系：

$$z^{-1}\approx 1-Ts$$

由此得到： $s=\dfrac{1-z^{-1}}{T}$

在时域中，相当于用一阶后向差分近似一阶微分，即

$$\frac{de(t)}{dt}=\frac{e(k)-e(k-1)}{T}$$

$$s=\frac{1-z^{-1}}{T}$$

或 $z=\dfrac{1}{1-Ts}$

也称为后向矩形法。

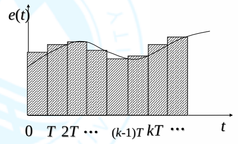


图4.4 后向差分变换与后向矩形积分

与 S 平面的稳定域对应关系：

S 平面的稳定域为：Re(s)<0

对应Z平面： $\mathrm{Re}\left(\frac{1-z^{-1}}{T}\right)=\mathrm{Re}\left(\frac{z-1}{zT}\right)<0$

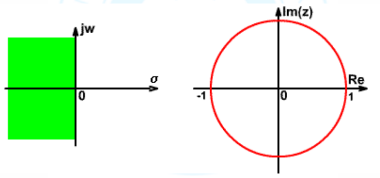
令 $z=\sigma+j\omega$

则 $\mathrm{Re}\left(\frac{\sigma+j\omega-1}{\sigma+j\omega}\right)<0$

即 $\mathrm{Re}\left(\frac{(\sigma+j\omega-1)(\sigma-j\omega)}{(\sigma+j\omega)(\sigma-j\omega)}\right)=\mathrm{Re}\left(\frac{\sigma^2-\sigma+\omega^2+j\omega}{\sigma^2+\omega^2}\right)=\frac{\sigma^2-\sigma+\omega^2}{\sigma^2+\omega^2}<0$

上式可以写成

$$\left[\sigma-\frac{1}{2}\right]^2+\omega^2<\left(\frac{1}{2}\right)^2$$



后向差分的特点：

（1）使用方便，而且不要求传递函数的因式分解；

（2）当*D(s)*是稳定的，转换后*D(z)*也是稳定的；

（3）不能保持*D(s)*脉冲响应和频率响应不畸变；

（4）是一种近似的变换方法。

例: 已知 $D(s)=\dfrac{20(s+4)}{s+10}$ ，***T*=0.015s，用后向差分法求*D(z)*及控制器的差分表达式。**

解： 用后向差分变换，$s=\dfrac{1-z^{-1}}{T}$ 代入***D(s)***，

$$D(z)=\frac{20\left(\frac{1-z^{-1}}{T}+4\right)}{\frac{1-z^{-1}}{T}+10}=\frac{20\left(1+4T-z^{-1}\right)}{1+10T-z^{-1}}=\frac{18.43-17.39z^{-1}}{1-0.87z^{-1}}$$

$$D(z)=\frac{U(z)}{E(z)}\qquad \left(1-0.87z^{-1}\right)U(z)=\left(18.43-17.39z^{-1}\right)E(z)$$

$$u(k)=0.87u(k-1)+18.43e(k)-17.39e(k-1)$$

2、差分变换法

(2) 前向差分变换法：

$$z = e^{Ts} = 1 + Ts + \frac{(Ts)^2}{2!} + \cdots$$

z 不是 s 的有理函数，不便处理。为此取级数前两项作为 z 与 s 的近似关系：

$$z \approx 1 + Ts$$

由此得到： $$s = \frac{z-1}{T}$$

在时域中，相当于用一阶前向差分近似一阶微分，即

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{e(k+1)-e(k)}{T}$$

$$s = \frac{z-1}{T}$$

或 $$z = 1 + Ts$$

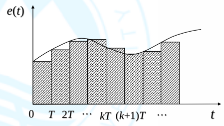


图4.6 前向差分变换与前向矩形积分

也称为前向矩形法。

与 S 平面的稳定域对应关系：

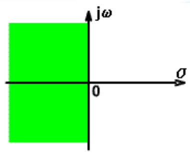
令 $z = \sigma + j\omega$　　根据 $s = \dfrac{z-1}{T}$

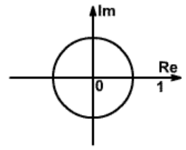
则 $$\mathrm{Re}\left(\frac{\sigma + j\omega - 1}{T}\right) < 0$$

即 $$\frac{\sigma - 1}{T} < 0$$

从而 $\sigma - 1 < 0$

$\sigma < 1$





前向差分的特点：

s平面左半平面的极点可能映射到z平面单位圆外，因而用这种方法所进行的z变换可能是不稳定的，实际应用中一般不采用此方法。

课堂练习：

模拟控制器传递函数为 $D(s) = \dfrac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$

采样周期为**T=0.1s**

分别采用前向差分和后向差分法求出数字控制器传递函数D(z)及差分形式的控制算法。

3、双线性变换法

$$z = e^{Ts} = \frac{e^{\frac{Ts}{2}}}{e^{-\frac{Ts}{2}}}$$

将其中的 $e^{\frac{Ts}{2}}$ 和 $e^{-\frac{Ts}{2}}$ 展开成Taylor级数，并取前两项近似，即

$$z = \frac{1 + \frac{Ts}{2}}{1 - \frac{Ts}{2}} = \frac{\frac{2}{T} + s}{\frac{2}{T} - s}$$

进而得到：

$$s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

于是有

$$D(z)=D(s)\big|_{s=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}}$$

也称为梯形近似法。

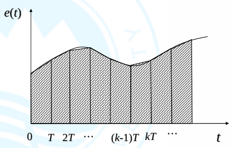
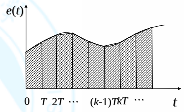


图4.8双线性变换与梯形积分

设积分控制规律为 $u(t)=\int_0^t e(t)dt$

两边求拉氏变换后可推导得出控制器为

$$D(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=\frac{1}{s}$$



当用梯形法求积分运算可得算式如下

$$u(k)=u(k-1)+\frac{T}{2}[e(k)+e(k-1)]$$

上式两边求Z变换后可推导得出数字控制器为

$$D(z)=\frac{U(z)}{E(z)}=\frac{1}{\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}}=D(s)\big|_{s=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}}$$

与 S 平面的稳定域对应关系：

S 平面的稳定域为：Re(s)<0

对应Z平面： $\mathrm{Re}\left(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\right)<0$ 即 $\mathrm{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)<0$

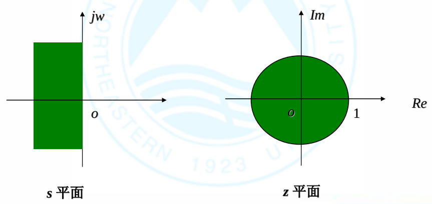
令 $z=\sigma+j\omega$

则 $\mathrm{Re}\left(\frac{\sigma+j\omega-1}{\sigma+j\omega+1}\right)<0$

即 $\mathrm{Re}\left(\frac{\sigma+j\omega-1}{\sigma+j\omega+1}\right)=\mathrm{Re}\left[\frac{\sigma^2-1+\omega^2+j2\omega}{(\sigma+1)^2+\omega^2}\right]<0$

上式可以写成

$$\sigma^2+\omega^2<1 \qquad (26)$$

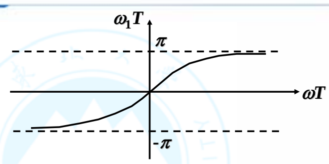


$s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ 把 $s=j\omega$ 和 $z=e^{j\omega_1 T}$ 代入：

$$j\omega=\frac{2}{T}\frac{e^{j\omega_1 T}-1}{e^{j\omega_1 T}+1}=\frac{2}{T}\frac{e^{j\frac{\omega_1 T}{2}}-e^{-j\frac{\omega_1 T}{2}}}{e^{j\frac{\omega_1 T}{2}}+e^{-j\frac{\omega_1 T}{2}}}=\frac{2}{T}\frac{2j\sin\frac{\omega_1 T}{2}}{2\cos\frac{\omega_1 T}{2}}=j\frac{2}{T}\tan\frac{\omega_1 T}{2}$$

$$\omega=\frac{2}{T}\tan\frac{\omega_1 T}{2} \qquad \omega_1=\frac{2}{T}\arctan\frac{\omega T}{2}$$

$$\omega_1=\frac{2}{T}\arctan\frac{\omega T}{2}$$

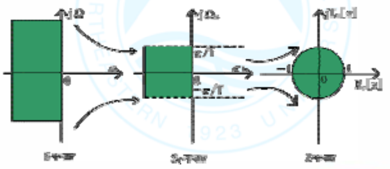


s平面和z平面的频率特性呈非线性关系， ω 由0→±∞ 时，$\omega_1 T$ 由0 → ± π，即 S 平面在 Z 平面的投影为 ±$j\,\pi/T$ ($\pm j\,\omega_s/2$)之间的狭带区域。

从S 平面上的点映射到Z 平面，实质上经过两次变换，
$s \to s_1 \to z$；

1) 将 S 平面压缩到 S_1平面的主频带内；

2) 将 S_1平面用 $z = e^{s_1 T}$ 映射到Z 平面，其值一一对应。



双线性变换的特点：

（1）将整个s左半平面变换为z平面单位圆内，因此没有频率混叠效应；

（2）$D(s)$稳定，则相应的$D(z)$也稳定；

（3）$D(z)$的频率响应在低频段与$D(s)$的频率响应相近，而在高频段相对于$D(s)$的频率响应有严重畸变；

（4）是一种近似的变换方法；

（5）适用于对象的分子和分母已展开成多项式的形式。

例： 已知 $D(s) = \dfrac{20(s+4)}{s+10}$ ，T=0.015s，用双线性变换法设计$D(z)$ 及控制器的差分方程。

解： 采用双线性变换，将 $s = \dfrac{2}{T}\dfrac{z-1}{z+1}$ 代入$D(z)$，并整理得

$$D(z) = \frac{20\left(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}+4\right)}{\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}+10} = \frac{20\left[(1+2T)+(2T-1)z^{-1}\right]}{(1+5T)+(5T-1)z^{-1}} = \frac{19.1-17.96z^{-1}}{1-0.86z^{-1}}$$

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{19.1-17.96z^{-1}}{1-0.86z^{-1}}$$

$$u(k) = 0.86u(k-1)+19.1e(k)-17.96e(k-1)$$

频率失真的校正—预畸变（差分法与此类似）

为防止频率失真，可对双线性变换进行修正，使$D(s)$和$D(z)$在所要求的频率上具有相同的频率特性。

设在 ω_0上，$D(s)$和$D(z)$频率特性相同，为此双线性变换改为

$$s_1 = \frac{2}{T}K\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \qquad K\text{为常数}$$

$$\text{设}s_1 = j\omega_0 \qquad z = e^{j\omega_0 T} \qquad j\omega_0 = \frac{2}{T}K\frac{1-e^{-j\omega_0 T}}{1+e^{-j\omega_0 T}}$$

$$K = \frac{T\omega_0}{2}\cdot ctg(\omega_0 T/2) = \frac{T}{2}\cdot\frac{\omega_0}{tg(\omega_0 T/2)}$$

$$s_1 = \frac{\omega_0}{tg(\omega_0 T/2)}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

$$s_1 = \frac{\omega_0}{tg(\omega_0 T/2)}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

上式实质在 $\omega = \omega_0$处，预先产生一个附加的失真$\omega_0/tg(\omega_0 T/2)$，结果在进行离散化后，在$\omega_0$ 处没有发生失真。

即： $D(j\omega_0) = D(e^{j\omega_0 T})$

例： 已知$D(s) = a/(s+a)$，使用预畸变的线性变换求$D(z)$。

解： 设希望在 $\omega = \omega_0$ 处使用双线性变换，且频率没有失真。

$$D(z)=\frac{a}{s+a}\Big|_{\omega_0}=\frac{a}{\dfrac{\omega_0}{\mathrm{tg}(\omega_0 T/2)}\cdot\dfrac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+a}$$

$$=\frac{a\dfrac{\mathrm{tg}(\omega_0 T/2)}{\omega_0}}{\dfrac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+\dfrac{\mathrm{tg}(\omega_0 T/2)a}{\omega_0}}$$

检验：

$$D(s)\big|_{s=j\omega_0}=D(j\omega_0)=\frac{a}{j\omega_0+a}$$

$$D(z)\big|_{z=e^{sT}}=D(e^{j\omega_0 T})=\frac{a}{\dfrac{\omega_0}{\mathrm{tg}(\omega_0 T/2)}\cdot\dfrac{1-e^{-j\omega_0 T}}{1+e^{-j\omega_0 T}}+a}$$

$$=\frac{a}{\dfrac{\omega_0}{\mathrm{tg}(\omega_0 T/2)}\cdot j\,\mathrm{tg}(\omega_0 T/2)+a}$$

$$=\frac{a}{j\omega_0+a}$$

在$\omega=\omega_0$处，$D(s)=D(z)$

课堂练习：

模拟控制器为 $D(s)=\dfrac{5(s+2)}{s+8}$

采样周期为 T=0.1s

试用双线性变换法进行离散化求得数字控制器D(z)及其数字控制算法。

4、零极点匹配法

通过*Z* 变换直接把控制器在*S* 平面上的零极点映射到*Z* 平面上，则 D(s)稳定，D(z)也稳定。

当*D(s)*的极点数比零点数多时，缺少的零点可视作在无穷远处存在零点，可用*Z*平面上的 *z* =-1的零点匹配，则*D(z)*的分母和分子的阶次总是相等的，

要求：*D(z)* 与*D(s)* 在稳态时具有相同的增益。

为什么无穷远处存在零点，可以用*Z*平面上的 *z* =-1的零点匹配？

由双线性变化 $s=\dfrac{2}{T}\dfrac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ 得到：$z=\dfrac{2/T+s}{2/T-s}$

于是有 $s=j\omega$ 时，有 $z=\dfrac{2/T+j\omega}{2/T-j\omega}$

当 ω=0时，z=1；

当 $\omega=\infty$时（相当于无穷远零点），z=-1；

◆ **D(s)以零极点的形式出现**

$$D(s)=\frac{K_s(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)}，\text{其中 } n\ge m$$

◆ **用零极点匹配法设计D(z)** $(s+a)\rightarrow(1-e^{-aT}z^{-1})$

$$D(z)=\frac{K_z(1-e^{-z_1T}z^{-1})(1-e^{-z_2T}z^{-1})\cdots(1-e^{-z_mT}z^{-1})(1+z^{-1})^{n-m}}{(1-e^{-p_1T}z^{-1})(1-e^{-p_2T}z^{-1})\cdots(1-e^{-p_nT}z^{-1})}$$

K_z 的选择要使得 $D(s)$ 与 $D(z)$ 在稳态时具有相同的增益

$$D(s)\big|_{s=0}=D(z)\big|_{z=1}$$

零极点匹配的特点：

（1） $D(s)$稳定，则相应的$D(z)$也稳定；

（2）当D(s)分子阶次比分母阶次低时，在D(z)分子上匹配(z+1)的因子，可获得双线性变换的效果，即可防止频率混叠效应；

（3）不能保证$D(z)$的频率响应不畸变；

（4）是一种近似的变换方法；

（5）适用于对象的分子和分母以零极点的形式出现。

例：已知 $D(s)=\dfrac{20(s+4)}{s+10}$，$T$=0.015s，用零极点匹配法设计$D(z)$ 及控制器差分方程。

解：$D(z)=\dfrac{K_z\left(1-e^{-4T}z^{-1}\right)}{\left(1-e^{-10T}z^{-1}\right)}=\dfrac{K_z\left(1-e^{-4\times0.015}z^{-1}\right)}{1-e^{-10\times0.015}z^{-1}}=\dfrac{K_z\left(1-0.94z^{-1}\right)}{1-0.86z^{-1}}$

求K_z $\left.\dfrac{20(s+4)}{s+10}\right|_{s=0}=\left.\dfrac{K_z\left(1-0.94z^{-1}\right)}{1-0.86z^{-1}}\right|_{z=1}$ K_z=18.67

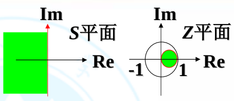
$$D(z)=\frac{18.67\left(1-0.94z^{-1}\right)}{1-0.86z^{-1}}$$

控制器的差分方程 $u(k)=0.86u(k-1)+18.67e(k)-17.55e(k-1)$

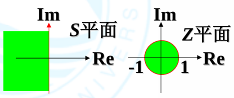
双线性变换法 $u(k)=0.86u(k-1)+19.1e(k)-17.96e(k-1)$

几种变换方法的比较

- 后向差分变换法
- 双线性变换法
- 零极点匹配法



后向差分变换



双线性变换

- ◆ 稳定性
- ◆ 复杂程度、适用形式
- ◆ 频率特性
- ◆ 综合效果

4.3 数字PID控制算法

PID——比例(Proportional) 积分(Integral) 微分(Differential)， PID控制算法——控制器的输出与输入是比例-积分-微分的关系。

PID控制算法问世至今已有近70年历史，它以结构简单、稳定性好、工作可靠、调整方便而成为工业控制领域应用最为广泛的核心控制器算法和控制技术。

PID控制算法为什么长盛不衰？

主要内容：

- ◆ PID控制算法
- ◆ 数字PID的工程化改进
- ◆ 数字PID参数对系统性能的影响
- ◆ 数字PID控制算法的参数整定方法

1、PID控制算法

—— 连续PID控制算法

$$u(t)=K_p\left[e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt}\right]$$

$u(t)$——控制器的输出；$e(t)$——控制器的输入；

K_p——比例系数；

T_i——积分时间常数；

T_d——微分时间常数。

比例（P）控制器： $u(t)=K_pe(t)$

PI控制器：$u(t)=K_p\left[e(t)+\dfrac{1}{T_i}\int e(t)dt\right]$

1、PID控制算法

——数字PID控制算法

（1）位置式PID算法

对模拟式PID算法离散化(后向差分法)，设：

$$u(t)\approx u(k),\quad e(t)=e(k)\quad \int_0^t e(t)dt=T\sum_{j=1}^{k}e(j),\quad \frac{\mathrm{de(t)}}{\mathrm{dt}}=\frac{e(k)-e(k-1)}{T}$$

则 $$u(k)=K_p\left\{e(k)+\frac{T}{T_i}\sum_{j=0}^{k}e(j)+\frac{T_d}{T}\left[e(k)-e(k-1)\right]\right\}$$

$$=K_pe(k)+K_i\sum_{j=1}^{k}e(j)+K_d\left[e(k)-e(k-1)\right]$$

——位置式PID算法——表示执行机构应该达到的位置

$K_i=K_p\dfrac{T}{T_i}$——积分系数； $K_d=K_p\dfrac{T_d}{T}$——微分系数

位置式PID算法特点：

容易产生积分饱和，并且不利于手动/自动的切换。

适用于：

执行机构没有积分性质的被控对象。

（2）增量式PID算法

由位置式PID算法：

$$u(k)=K_pe(k)+K_i\sum_{j=1}^{k}e(j)+K_d\left[e(k)-e(k-1)\right]$$

$$u(k-1)=K_pe(k-1)+K_i\sum_{j=1}^{k-1}e(j)+K_d\left[e(k-1)-e(k-2)\right]$$

得：$$\Delta u(k)=u(k)-u(k-1)$$
$$=K_p[e(k)-e(k-1)]+K_ie(k)+K_d[e(k)-2e(k-1)+e(k-2)]$$

——增量式PID算法——表示执行机构的调节增量（*k*时刻比*k*-1时刻的调节增量）

增量式PID算法特点：

改善积分饱和，手动/自动切换冲击小，系统动态性能得到改善。

适用于：

执行机构带有积分性质的被控对象。

两种PID算法的关系：

$$u(k)=u(k-1)+\Delta u(k)$$
$$=u(k-1)+K_p[e(k)-e(k-1)]+K_ie(k)+K_d[e(k)-2e(k-1)+e(k-2)]$$

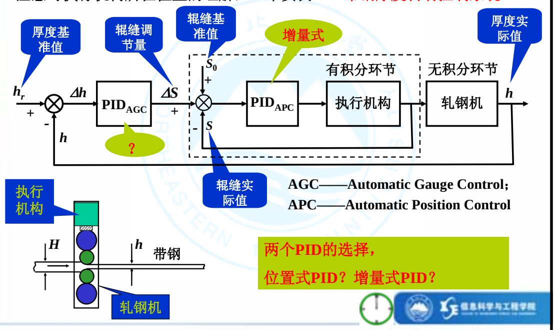
——用增量式PID表示的位置式PID算法

注意：位置式PID算法和增量式PID算法是PID算法的两种表现形式，选择何种形式必须考虑执行机构的特性，如果执行机构带有积分性质，则选择增量式；若执行机构没有积分性质，则选择位置式。

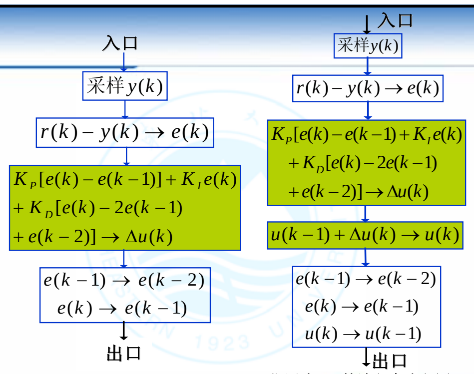
注意对执行机构所在位置的理解，一个实例：

两种PID算法的关系：

注意对执行机构所在位置的理解，一个实例——带钢厚度自动控制系统

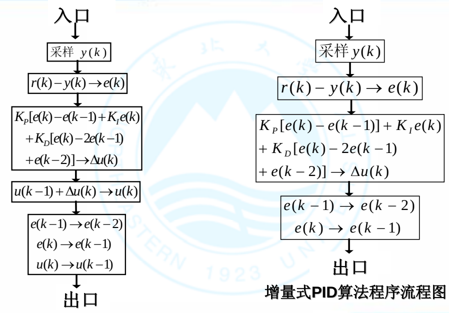


两种PID算法的程序流程图



增量式PID算法程序流程图

位置式PID算法程序流程图



位置式PID算法程序流程图

增量式PID算法程序流程图

课堂练习：

系统校正装置为PID， $D(s)=\dfrac{2(5s+1)(4s+1)}{5s}$

求其位置式和增量式PID控制算法

2、数字PID控制算法的工程化改进

(1) 积分分离PID控制算法

(2) 带有死区的PID控制算法

(3) 不完全微分PID控制算法

(4) 微分先行PID控制算法

（2.1）积分分离控制算法

（1）积分饱和的原因及影响

- 控制系统在开工、停工或大幅度改变给定值时，系统会出现较大的偏差，不可能在短时间内消除，经过PID算法中积分项的累积后，可能会使控制作用 u(k) 很大，甚至甚至超过执行机构由机械或物理性能所确定的极限，即控制量达到了饱和。

- 当控制量达到饱和后，闭环控制系统相当于被断开，积分器输出可能达到非常大的数值。当误差最终被减小下来时，积分可能已经变得相当大，以至于要花相当长的时间，积分才能回到正常值。

- 积分饱和使控制量不能根据被控量的误差，按控制算法进行调节，从而影响控制效果，其中最明显的结果是：系统超调增大，响应延迟。

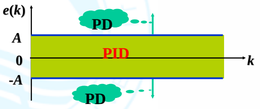
- 积分分离算法的思想是在e(k)较大时，取消积分作用；而在e(k)较小时将积分作用投入。

（2）算法公式：

$$u(k)=K_p e(kT)+K_l K_i \sum_{j=1}^{k} e(j)+K_d[e(k)-e(k-1)]$$

K_l —— 逻辑系数　　A——预先设定的门限值

$$K_l=\begin{cases}1---|e(j)| & \le A \\ 0---|e(j)| & > A\end{cases}$$



当偏差绝对值 ≥A 时，积分不起作用—PD控制

当偏差绝对值 < A 时， 积分起作用 —PID控制

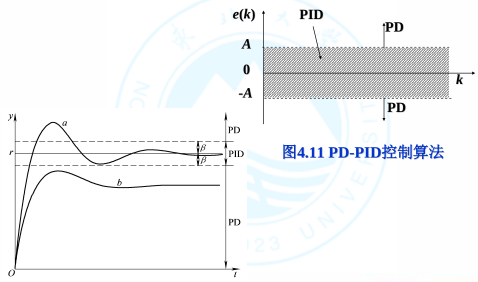
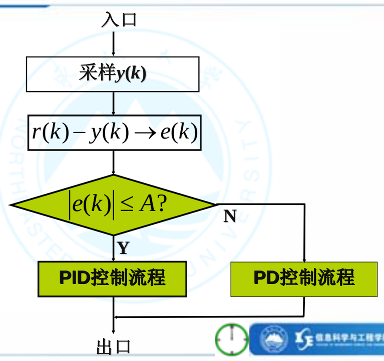


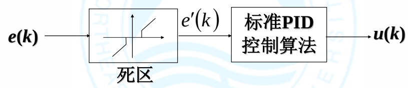
图4.11 PD-PID控制算法

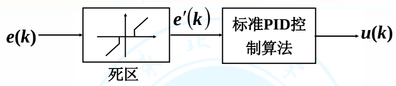
程序流程图



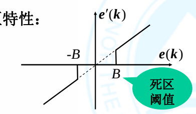
（2.2）带有死区的PID控制算法

在要求控制作用少变动的场合，常采用带死区的PID控制，实际上是一个非线性系统。如下所示：





死区特性：



死区算法：

$$e'(k)=\begin{cases}e(k) & |e(k)|>B \\ 0 & |e(k)|\le B\end{cases}$$

带死区的增量式PID控制算法：

$$\Delta u(k)=K_p[e'(k)-e'(k-1)]+K_i e'(k)+K_d[e'(k)-2e'(k-1)+e'(k-2)]$$

带死区的位置式PID控制算法：

$$u(k)=u(k-1)+\Delta u(k)$$

（2.3）不完全微分控制算法

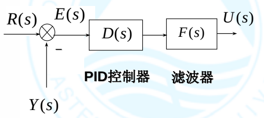
（1）对微分项进行改进的原因

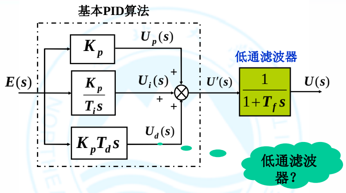
- 理想微分控制作用对于幅值变化快的强扰动反应过快，而工业执行机构动作速度相对比较缓慢，不能及时响应微分控制作用，因而不能充分发挥微分控制改善系统动态性能的作用。

- 理想微分控制对偏差信号中夹杂的噪声干扰十分敏感，即使噪声干扰的幅值很小，只要它的频率较高，经理想微分后，就会产生较大的噪声输出，影响控制精度。

（2）改进方法：

在理想微分项或整个PID控制器前面或后面串接一个低通滤波器。





低通滤波器的微分方程：$T_f \frac{du(t)}{dt} + u(t) = u'(t)$

图4.16 不完全微分PID控制算法

低通滤波器的微分方程为：$T_f \frac{du(t)}{dt} + u(t) = u'(t)$

后向差分代替并整理得到

$$u(k) = \frac{T_f}{T_f + T} u(k-1) + \frac{T}{T_f + T} u'(k)$$

设 $\alpha = \frac{T_f}{T_f + T}$ 则不完全微分位置式PID控制算法为：

$$u(k) = \alpha u(k-1) + (1-\alpha) u'(k)$$

其中：

$$u'(k) = u_p(k) + u_i(k) + u_d(k)$$
$$= K_p e(k) + K_i \sum_{j=1}^{k} e(j) + K_d \left[e(k) - e(k-1) \right]$$

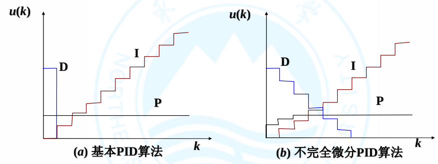


图4.17 不完全微分PID的微分作用示意图

不完全微分PID控制算法增量形式为：

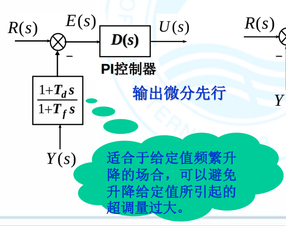
$$\Delta u(k) = \alpha \Delta u(k-1) + (1-\alpha) \Delta u'(k)$$

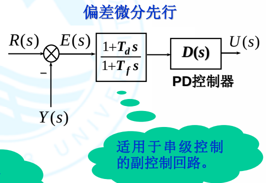
其中：

$$\Delta u'(k) = K_p \left[e(k) - e(k-1) \right] + K_i e(k) + K_d \left[e(k) - 2e(k-1) + e(k-2) \right]$$

（2.4）微分先行控制算法

基本上属于不完全微分控制算法，但是强调的是微分环节的先行位置。在整个PID控制器前面或后面串接一个低通滤波器，或者在反馈通道串联一个低通滤波器，实现微分先行。





对于（b）结构：

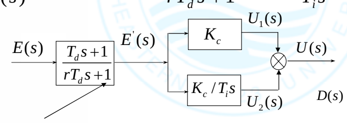
$$F(s)=\frac{1}{T_0 s+1}$$

控制器为PID控制器

$$D(s)=\frac{K_c(T_i s+1)(T_d s+1)}{T_i s}=K_P(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)}=F(s)D(s)=\frac{T_d s+1}{rT_d s+1}K_c[1+\frac{1}{T_i s}] \quad T_0=rT_d, r<1$$

K_c—频域比例系数



微分先行

结构（a）

3、数字PID参数对系统性能的影响

(1) 比例系数K_p对系统性能的影响

静态性能：在系统稳定的情况下，K_p增加，稳态误差减小，提高控制精度；

动态性能：K_p增加，系统反应速度加快；K_p偏大，振荡次数增多，调节时间加长；K_p过大，系统趋于不稳定。

(2) 积分系数 K_i 对系统性能的影响

静态性能：积分控制能消除系统静差，但若K_i太小，积分作用太弱，以致不能消除静差；

动态性能：K_i太大，系统将不稳定，K_i太小，对系统性能影响减小。

(3) 微分系数K_d对系统性能的影响

动态性能：合适的K_d，超调量减小，调节时间缩短，允许加大比例控制；K_d 过大或过小都会适得其反。

4、数字PID调节器参数的整定方法

（1）扩充临界比例度法

（2）扩充响应曲线法（过渡过程响应法）

（3）归一参数整定法

（4）试凑法

（4.1）扩充临界比例度法

（1）选择一个合适的采样周期T。按照采样定理或工程经验选择采样周期，例如，如果被控过程有纯滞后时，可选取滞后时间的1/10为采样周期T；

（2）只投入比例控制，给定输入为单位阶跃信号，逐渐加大比例系数K_p，使控制系统出现临界振荡，

由临界振荡曲线求得相应的临界振荡周期T_u，

此时的比例系数K_p为临界振荡增益K_u；

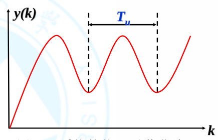


图4.19 系统的临界震荡曲线

（3）选择控制度——数字控制相对模拟控制的效果

$$控制度=\frac{\left[\min\int_0^\infty e^2(t)dt\right]_D}{\left[\min\int_0^\infty e^2(t)dt\right]_A}$$

◆当控制度=1.05，数字控制与模拟控制效果相当；

◆控制度=2，数字控制比模拟控制效果差一倍。

（4）根据控制度查表求T、K_p、T_i和T_d值。

控制度	控制规律	T/T_u	K_p/K_u	T_i/T_u	T_d/T_u
1.05	PI	0.03	0.53	0.88	—
	PID	0.014	0.63	0.49	0.14
1.20	PI	0.05	0.49	0.91	—
	PID	0.043	0.47	0.47	0.16
1.50	PI	0.14	0.42	0.99	—
	PID	0.09	0.34	0.43	0.20
2.00	PI	0.22	0.36	1.05	—
	PID	0.16	0.27	0.40	0.22
模拟控制器	PI	—	0.57	0.83	—
	PID	—	0.70	0.50	0.13

（5）按照求得的整定参数，系统投入运行，观察控制效果，再适当调整参数，直到获得满意的控制效果。

（4.2）扩充响应曲线法（过渡过程响应法）

（1）断开数字调节器，将一个单位阶跃信号作为控制信号加到被控对象，记录响应曲线；

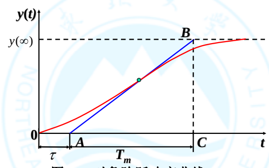


图4.20 对象阶跃响应曲线

（2）在曲线最大斜率处作切线，求得滞后时间 τ、被控对象的时间常数T_m：

$$\tau=0A \ , \ T_m=AC$$

（3）选择控制度；

（4.3）参数归一整定法

概念：简化扩充临界比例法，只需整定一个参数，因此称为归一参数整定法

思想：根据经验数据，对多变量、相互耦合较强的系数，人为地设定“约束条件”，以减少变量的个数，达到减少整定参数数目，简易、快速调节参数的目的

方法：设 T_u为纯比例作用下的临界振荡周期，

可令$T=0.1T_u$； $T_i=0.5T_u$； $T_d=0.125T_u$，

则：只需整定Kp，观察效果，直到满意为止。

$$\Delta u(k)=K_p\left[2.45e(k)-3.5e(k-1)+1.25e(k-2)\right]$$

——简化的扩充临界比例法

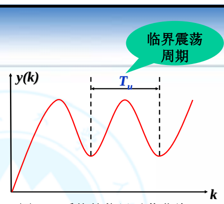


图4.19 系统的临界震荡曲线

增量式PID：

$$\Delta u(k)=K_p\left\{\left[e(k)-e(k-1)\right]+\frac{T}{T_i}e(k)+\frac{T_d}{T}\left[e(k)-2e(k-1)+e(k-2)\right]\right\}$$

为减少PID参数的数目，根据大量的实际经验，设定约束条件，如

$T\approx0.1T_u$； $T_i\approx0.5T_u$； $T_d\approx0.125T_u$

则 $\Delta u(k)=K_p\left[2.45e(k)-3.5e(k-1)+1.25e(k-2)\right]$

——只需整定K_p——参数归一。可试凑K_p，直到满意为止。

（4.4）试凑法

——根据PID各个参数变化对系统性能的影响，按照先比例、后积分、再微分的步骤进行整定

（1）只采用比例控制，K_p由小变大，若响应时间、超调、静差已达到要求，只采用比例调节即可；

（2）若静差不满足，则加入积分控制，将K_p减小，例如取$0.8K_p$代替K_p，T_i由大到小，反复修改K_p和T_i值，力争在消除静差的前提下，得到满意的响应过程；

（3）若动特性不满足设计要求（超调量过大或调节时间过长），则加入微分控制，T_d由小到大，同时改变K_p和T_i值，直到得到满意的控制效果——找出一组最佳调节参数。

注意，各种PID参数整定方法的最后一步，都具有是凑思想，所以明确各个参数对系统性能的影响至关重要！

（4.5）其他方法

- ◆ 典型系统工程设计法；
- ◆ 特定对象经验法；
- ◆ ……

PID常用口诀

- ◆ 整定参数寻最佳，从小到大逐步查；
- ◆ 先调比例后积分，微分作用最后加；
- ◆ 曲线震荡很频繁，比例刻度要放大；
- ◆ 曲线漂浮波动大，比例刻度要拉小；
- ◆ 曲线偏离回复慢，积分时间往小降；
- ◆ 曲线波动周期长，积分时间要加长；
- ◆ 曲线振荡频率快，先把微分降下来；
- ◆ 动差大来波动慢，微分时间应加长。

4.4 Smith预估控制

1、纯滞后问题的提出

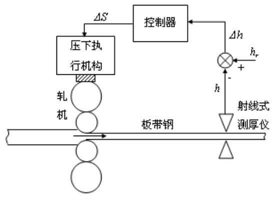
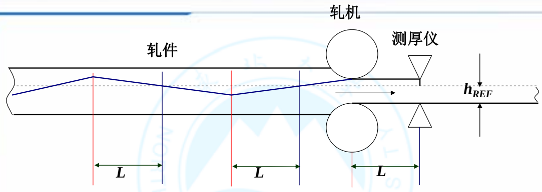


图 4.21 测厚仪式带钢厚度控制系统原理图



测厚仪式厚度自动控制系统的不稳定现象

$\tau/T_m \geq 0.3$ ——具有大滞后或大迟延的工艺过程

$\tau/T_m \geq 0.3$ ——采用常规的PID控制会使系统稳定性变差，甚至产生振荡

τ ——纯滞后时间

T_m——对象的主导时间常数

2、Smith预估控制设计原理

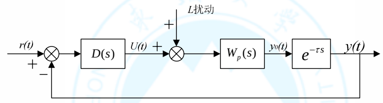


图4.23 有纯滞后环节的常规反馈控制系统

系统的闭环传递函数为：

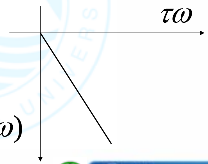
$$W_B(s)=\frac{D(s)W_p(s)e^{-\tau s}}{1+D(s)W_p(s)e^{-\tau s}}$$

系统特征方程为：

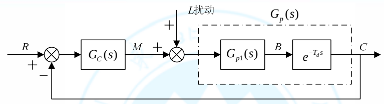
$$1+D(s)W_p(s)e^{-\tau s}=0$$

时滞环节的相频特性为：

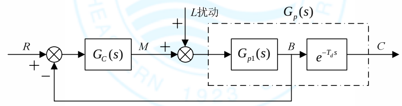
$$\angle e^{j\tau\omega}=-\tau\omega$$



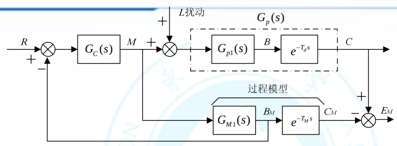
因此，系统纯滞后大时，系统性能变差，甚至不稳定。



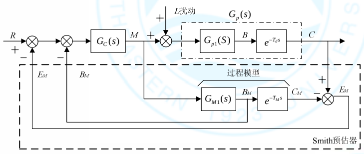
带有纯滞后的控制系统



反馈回路的期望配置



初步的Smith预估控制策略



完整的Smith预估控制策略

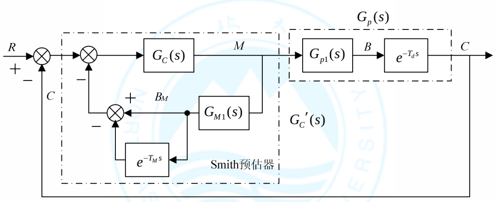


图4.25 等效的Smith预估控制方案

Smith预估器的传递函数为：

$$D'(s)=\frac{Y'(s)}{U(s)}=W_{m1}(s)(1-e^{-\tau_m s})$$

系统闭环传递函数为：

$$W_B(s)=\frac{D(s)W_p(s)e^{-\tau s}}{1+D(s)W_{m1}(s)+D(s)W_p(s)e^{-\tau s}-D(s)W_{m1}(s)e^{-\tau_m s}}$$

系统特征方程为：

$$1+D(s)W_{m1}(s)+D(s)W_p(s)e^{-\tau s}-D(s)W_{m1}(s)e^{-\tau_m s}=0$$

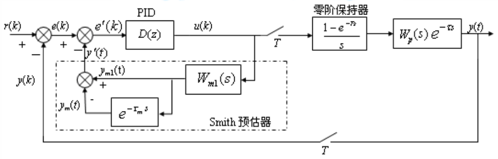
若 $W_{m1}(s)=W_p(s)$ $\quad \tau_m=\tau$

系统特征方程变为：

$$1+D(s)W_p(s)=0$$

特征方程中无时滞环节存在。

3、数字Smith预估控制系统的设计

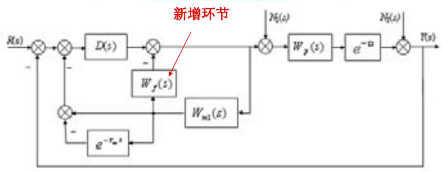


整个控制器模型为：

$$D_{all}=\frac{U(z)}{E(z)}=\frac{D(z)}{1+D(z)D'(z)}$$

4、Smith预估控制算法的工程化改进

（1）Smith预估器的完全抗干扰改进



假设建立的对象模型是准确的，并且

$$W_{m1}(s)=W_p(s) \qquad \tau_m=\tau$$

对于干扰信号 $N_1(s)$

$$\frac{Y(s)}{N_1(s)}=\frac{\left[1+W_p(s)W_f(s)+W_p(s)D(s)(1-e^{-\tau s})\right]W_p(s)e^{-\tau s}}{1+W_p(s)W_f(s)+W_p(s)D(s)}$$

为了使系统能完全抗干扰，使得

$$1+W_p(s)W_f(s)+W_p(s)D(s)(1-e^{-\tau s})=0$$

即 $$W_f(s)=\frac{W_p(s)D(s)(e^{-\tau s}-1)-1}{W_p(s)}$$

此时，对于 $$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{D(s)W_p(s)e^{-\tau s}}{1+W_p(s)W_f(s)+D(s)W_p(s)}$$

有 $$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{D(s)W_p(s)e^{-\tau s}}{D(s)W_p(s)e^{-\tau s}}=1$$

可以实现完全跟踪或完全无偏差控制。

对干扰信号 $N_2(s)$

$$\frac{Y(s)}{N_2(s)}=\frac{1+W_p(s)W_f(s)+W_p(s)D(s)(1-e^{-\tau s})}{1+W_p(s)W_f(s)+W_p(s)D(s)}$$

为了使系统能完全抗干扰，使得

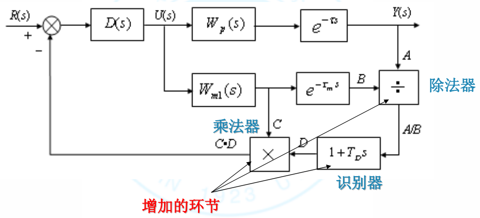
$$1+W_p(s)W_f(s)+W_p(s)D(s)(1-e^{-\tau s})=0$$

即 $$W_f(s)=\frac{W_p(s)D(s)(e^{-\tau s}-1)-1}{W_p(s)}$$

与消除干扰信号$N_1(s)$时的$W_f(s)$相同。

（2）增益自适应Smith预估补偿控制

解决对象参数变化的问题。



作用：根据预估补偿模型和过程输出信号之间的比值来提供一个自动校正预估器增益的信号。

当 $W_{m0}(s)=W_{p0}(s)$， $\tau_m=\tau$ 时，有

除法器的输出为： $A/B=K_{p0}/K_m=1$

识别器的输出为： $D=1$

乘法器的输出为： $C\cdot D=U(s)W_{m1}(s)=U(s)W_p(s)$

此时该控制方案表现为理想的Smith预估补偿控制。

过程模型增益由 K_{p0} 变化为 $K_p=K_{p0}+\Delta K_p$

除法器的输出为： $A/B=\dfrac{K_{p0}+\Delta K_p}{K_m}=\dfrac{K_{p0}+\Delta K_p}{K_{p0}}$

识别器的输出为： $D=\dfrac{K_{p0}+\Delta K_p}{K_{p0}}$

乘法器的输出为：

$$C\cdot D=U(s)W_{m1}(s)\frac{K_{p0}+\Delta K_p}{K_{p0}}=U(s)K_mW_{m0}(s)\frac{K_{p0}+\Delta K_p}{K_{p0}}$$
$$=U(s)(K_{p0}+\Delta K_p)W_{m0}(s)=U(s)W_p(s)$$

从反馈信号来看，预估模型增益自适应地随着过程模型增益的变化而变化，达到了增益自适应Smith预估补偿控制的目的。

·本章结束·