东北大学 2009 年攻读硕士学位研究生试题

——自动控制原理（答案）

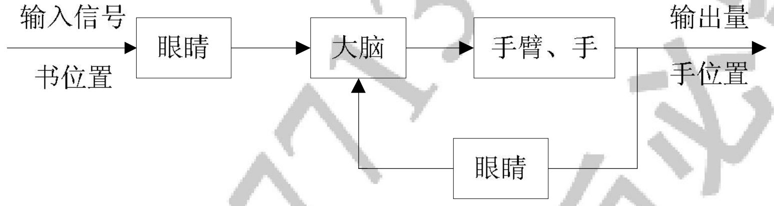
一、（10 **分**）

解：工作过程

①人用眼睛连续目测人手相对于书的位置，并将这个信息送入大脑；

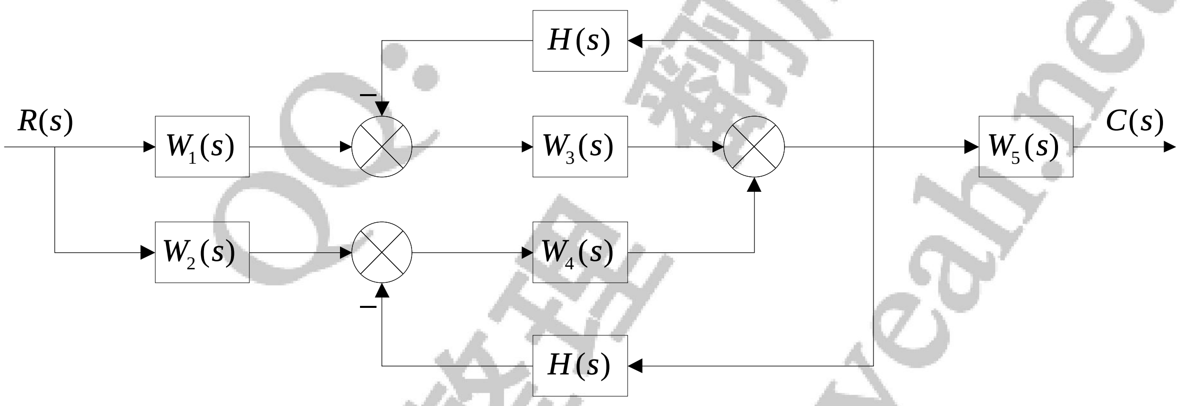
②由大脑判断手与书之间的距离，并产生偏差信号，并根据大小发出控制手臂移动的命令，逐渐使手与书之间的距离减小；

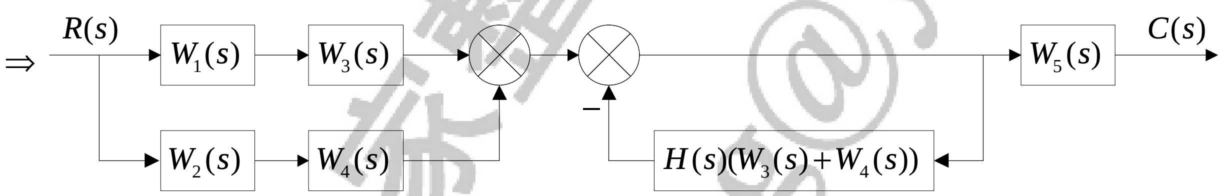
③只要偏差信号存在，上述过程便反复进行，直到偏差减小到零，手便取到了书。

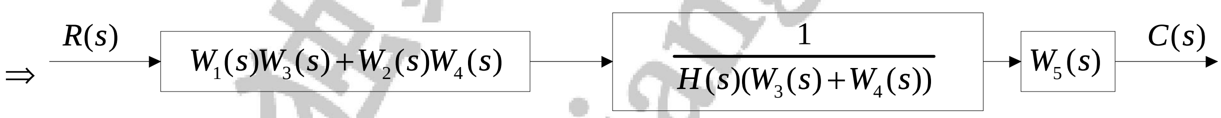


二、（20 **分**）

解：结构图化简如下







则传递函数为

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{W_5(s)(W_1(s)W_3(s)+W_2(s)W_4(s))}{1+H(s)(W_3(s)+W_4(s))}$$

三、（20 **分**）

解：（1）**二阶工程最佳系统要求为** $\xi=1/\sqrt{2}\approx 0.707$ **，则最大超调量为**

$$\sigma\%=e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\times 100\%\approx 4.3\%$$

令时间常数

$$T=\frac{1}{2\xi\omega_n}=\frac{1}{\sqrt{2}\omega_n}$$

则上升时间为 $t_r=\dfrac{\pi-\arccos\xi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}\approx 4.7T$ **，调节时间为** $t_s=\dfrac{4}{\xi\omega_n}=8\%(\pm2\%)$ **，** $t_s=\dfrac{4}{\xi\omega_n}=6\%(\pm5\%)$ **。**

（2）由改善后的系统结构图易知其等效开环传递函数为

$$W_k(s)=\frac{4}{s(s+4\tau+1)}\Rightarrow\begin{cases}\omega_n^2=4\\2\xi\omega_n=4\tau+1\end{cases}\Rightarrow\tau=\frac{4\xi-1}{4}$$

取 $\xi=0.707$ **显然满足** $\sigma\%=e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\times100\%=4.3\%<5\%$ **，则** $\tau=0.457$ **。**

四、（20 分）

解：（1）开环传递函数

$$W_k(s)=\frac{K_g}{(s+16)(s^2+2s+2)}$$

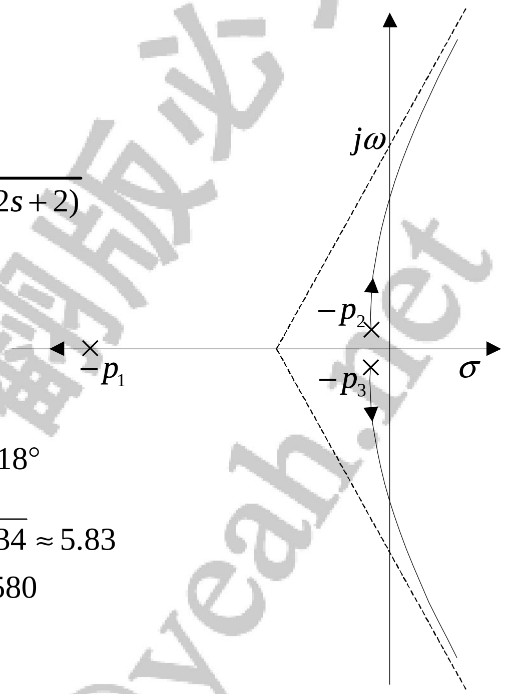
开环极点： $-p_1=-16,-p_{2,3}=-1\pm j$ **；**

实轴上的根轨迹： $(-\infty,-16]$

渐近线： $-\sigma_k=\dfrac{-16-2}{3}=-6,\varphi=\pm\dfrac{\pi}{3},\pi$

出射角： $\beta_{sc1}=180^\circ-(90^\circ+\arctan\dfrac{1}{15})\approx86.18^\circ,\beta_{sc2}=-86.18^\circ$

与虚轴交点： $(j\omega+16)(-\omega^2+j2\omega+2)+K_g=0\Rightarrow\begin{cases}\omega=\sqrt{34}\approx5.83\\K_g=580\end{cases}$



根轨迹草图如又图所示。

（2）设闭环极点为

$$s_{1,2}=-\xi\omega_n\pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}=0.5\omega_n\pm j\omega_n\frac{\sqrt{3}}{2}$$

设另一极点为 $s=-a$ **，则** $(s+a)(s^2+\omega_n s+\omega_n^2)=0$

$$\Rightarrow\begin{cases}s^3+(a+\omega_n)s^2+(a\omega_n+\omega_n^2)s+a\omega_n^2=0\\s^3+18s^2+34s+32+K_g=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+\omega_n=18\\(a+\omega_n)\omega_n=34\\a\omega_n^2=32+K_g\end{cases}=\begin{cases}\omega_n=1.89\\a=16.11\\K_g=25.54\end{cases}$$

即闭环主导极点取 $\xi=0.5$ **时，** $K_g=25.54$ **。**

五、（20 分）

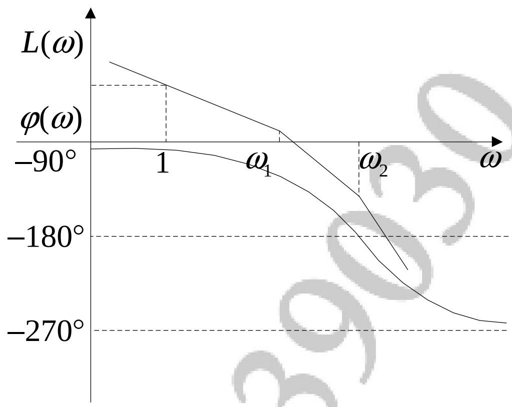
解：开环传递函数

$$W_k(s)=\frac{6}{s(0.25s+1)(0.06s+1)}$$

I **型系统起始斜率为** -20dB/dec **；**

交接频率 $\omega_1=4$ **，斜率下降** 20dB/dec **；** $\omega_2=50/3$ **，斜率下降** 20dB/dec **。**

绘制 Bode **图如下图**



$L(1)=20\lg 6\approx 15.56\text{dB}$ **；** $\varphi(\omega)=-90°-\arctan 0.25\omega-\arctan 0.06\omega$

由

$$\begin{cases}20\lg 6-L(4)=20\lg 4\\ L(4)-0=40\lg(\omega_c/4)\end{cases}\Rightarrow \omega_c^2=24\Rightarrow \omega_c=4.90$$

$$\therefore \gamma(\omega_c)=90°-\arctan 0.25\omega_c-\arctan 0.06\omega_c=22.84°$$

令 $\varphi(\omega_j)=-90°-\arctan 0.25\omega_j-\arctan 0.06\omega_j=-180°$ **，解得相位截止频率为** $\omega_j=10\sqrt{6}/3$ **，则**

$$\left|W_k(j\omega_j)\right|=\left.\frac{6}{\omega_j\sqrt{\omega_j^2/16+1}\sqrt{9\omega_j^2/2500+1}}\right|_{\omega_j=10\sqrt{6}/3}\approx 0.019$$

$$\Rightarrow \textbf{增益裕度为}\ \text{GM}=-20\lg\left|W_k(j\omega_j)\right|\approx 34.29\text{dB}>0$$

显然系统稳定。

六、(20 分)

解：串联超前校正

$$W_c(s)=\frac{Ts+1}{\frac{1}{\gamma_d}Ts+1}$$

作用：①在 ω_c 附近使对数幅频特性斜率减小，增大相位裕度和增益裕度，提高稳定性；②增加带宽，提高系统响应速度；③单位阶跃响应超调量减小；④改变中频段不影响稳态误差。

使用范围：①在靠近 ω_c 处随 ω 增大相位滞后缓慢增加的情况；②系统要求有较大的带宽和较快的动态响应；③高频干扰不是主要问题。

七、(20 分)

解：(1) 描述函数法分析非线性系统的基本思想是：当系统满足一定的假设条件时，系统中非线性环节在正弦信号作用下的输出可用一次谐波分量来近似，由此导出非线性环节的近似等效频率特性，即描述函数。这时非线性系统就近似等效为一个线性系统，并可应用线性系统理论中的频率法对系统进行频域分析。

(2) $y(t)$ **为单值奇对称函数，则** $Y_0=C_1=0$ **，当输入为** $X(t)=A\sin\omega t$ **时**

$$B_1=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}M\sin\omega t d(\omega t)=\frac{4M}{\pi}$$

则描述函数为

$$N(A)=\frac{B_1}{A}=\frac{4M}{\pi A}$$

八、（20 分）

解：易知输出量的 Z 变换为

$$X_c(z)=\frac{W_k(z)}{1+W_k(z)}X_r(z)$$

其中

$$X_r(z)=\frac{z}{z-1}\text{，}W_k(z)=Z\left[\frac{K}{s(s+1)}\right]=\frac{z(1-e^{-1})}{(z-1)(z-e^{-1})},\ (K=1,T=1)$$

则

$$X_c(z)=\frac{(1-e^{-1})z^2}{(z-1)[(z-1)(z-e^{-1})+(1-e^{-1})z]}\approx\frac{0.632z^2}{z^3-1.736z^2+1.104z-0.368}$$
$$=0.632z^{-1}+1.097z^{-2}+1.205z^{-3}+\cdots$$

求 Z 反变换得系统的单位阶跃响应为

$$x_c^*(t)=0.632\delta(t-T)+1.097\delta(t-2T)+1.205\delta(t-3T)+\cdots$$