东北大学 2007 年攻读硕士学位研究生试题

——自动控制原理（答案）

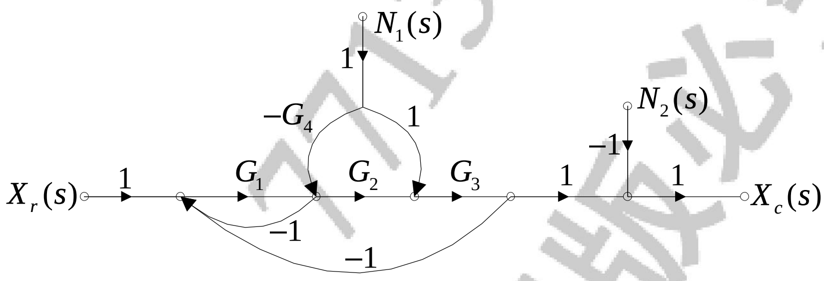
一、（10 分）

（1）线性系统的稳定性只与系统自身特性有关，即与系统的结构和参数有关。

（2）由于根轨迹表征的是闭环极点在 s 平面的，因此其依据是：系统闭环极点在 s 平面的分布决定了系统的特性。

二、（20 分）

解：画信号流图如图所示



系统回路有：$L_1=-G_1, L_2=-G_1G_2G_3$，**则** $\Delta=1+G_1+G_1G_2G_3$。

$\dfrac{X_c(s)}{X_r(s)}$：**令** $N_1(s)=N_2(s)=0$

前向通路有 $T_1=G_1G_2G_3$，$\Delta_1=1$，**由梅森公式得** $\dfrac{X_c(s)}{X_r(s)}=\dfrac{G_1G_2G_3}{1+G_1+G_1G_2G_3}$

$\dfrac{X_c(s)}{N_1(s)}$：**令** $X_r(s)=N_2(s)=0$

前向通路有 $T_1=G_3, T_2=-G_2G_3G_4$，$\Delta_1=1+G_1, \Delta_2=1$，**由梅森公式得** $\dfrac{X_c(s)}{N_1(s)}=\dfrac{G_3+G_1G_3-G_2G_3G_4}{1+G_1+G_1G_2G_3}$

$\dfrac{X_c(s)}{N_2(s)}$：**令** $X_r(s)=N_1(s)=0$

前向通路有 $T_1=-1$，$\Delta_1=\Delta$，**由梅森公式得** $\dfrac{X_c(s)}{N_2(s)}=\dfrac{-(1+G_1+G_1G_2G_3)}{1+G_1+G_1G_2G_3}=-1$

$\dfrac{E(s)}{X_r(s)}$：**由** $E(s)=X_r(s)-X_c(s)$ **知** $\dfrac{E(s)}{X_r(s)}=1-\dfrac{G_1G_2G_3}{1+G_1+G_1G_2G_3}=\dfrac{1+G_1}{1+G_1+G_1G_2G_3}$

$\dfrac{E(s)}{N_1(s)}$：**由** $E(s)=0-X_c(s)=-X_c(s)$ **知** $\dfrac{E(s)}{N_1(s)}=-\dfrac{X_c(s)}{N_1(s)}=\dfrac{G_2G_3G_4-G_3-G_1G_3}{1+G_1+G_1G_2G_3}$

三、（20 分）

解：系统开环传递函数为 $W_k(s)=\dfrac{K}{(Ts+1)(nTs+1)(n^2Ts+1)}$

则闭环特征方程为： $n^3T^3s^3+nT^2(1+n+n^2)s^2+T(1+n+n^2)s+K+1=0$ **，则系统稳定的充要条件为**

$$\begin{cases} K+1>0 \\ nT^3(1+n+n^2)>n^3T^3(K+1) \end{cases} \Rightarrow 0<K<\frac{(2+n+n^2)(1+n^2)}{n^2}$$

（1）当 $n=1$ **时，** $0<K<8$ **；当** $n=0.5$ **时，** $0<K<13.75$ **；当** $n=0.1$ **时，** $0<K<213.11$ **；当** $n=0.01$ **时，** $0<K<20103.01$ **；当** $n=0$ **时，** $K>0$ **。由此可知，时间常数越大，系统稳定性越差；时间常数越小系统稳定性越强。**

（2）该系统为 0 型系统。易知 $K_p=\lim\limits_{s\to 0}W_k(s)=K$ **，** $K_v=\lim\limits_{s\to 0}sW_k(s)=0$ **，** $K_a=\lim\limits_{s\to 0}s^2W_k(s)=0$ **。**

则系统静态位置误差为 $e_{ssp}=\dfrac{1}{K+1}$ **，静态速度误差和静态加速度误差为** $e_{ssv}=e_{ssa}=\infty$ **。**

四、（20 分）

解：由系统开环传递函数易知需绘制零度根轨迹

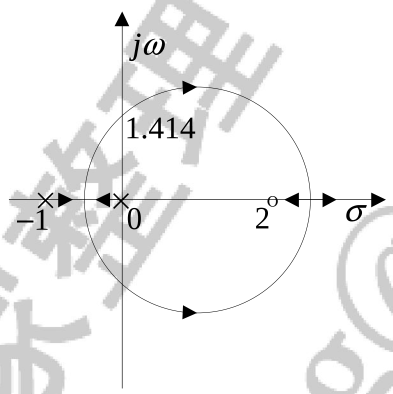
$$W_k(s)=\frac{K_k(1-0.5s)}{s(s+1)}=\frac{0.5K_k(2-s)}{s(s+1)}$$

开环零点： $-z_1=2$ **；开环极点：** $-p_1=0,-p_2=-1$ **；**

实轴上的根轨迹： $[2,+\infty]\cup[-1,0]$ **；分离点与会合点坐标：由方程** $(2s+1)(2-s)+s^2+s=0$ **确定，解得** $s_1=-0.45, s_2=4.45$ **；**

与虚轴的交点：由方程 $-\omega^2+j(1-0.5K_k)\omega+K_k=0$ **确定，解得** $\omega=1.414$ **。**

绘制零度根轨迹如图所示



由根轨迹易知系统稳定时， $0<K_k<2$ **。**

五、（20 分）

解：其开环传递函数为

$$W_k(s)=\frac{s-1}{(s-1)(s+1)}$$

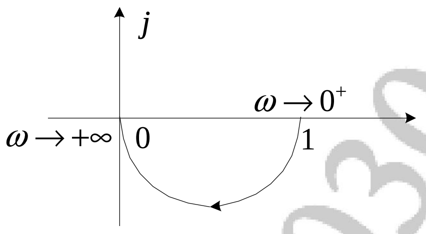
则其频率特性为

$$W_k(s)=\frac{j\omega-1}{(j\omega-1)(j\omega+1)}=\frac{1}{\omega^2+1}-j\frac{\omega}{\omega^2+1}\Rightarrow\begin{cases} A(\omega)=\left|W_k(j\omega)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{\omega^2+1}} \\ \varphi(\omega)=\angle W(j\omega)=-\arctan\omega \end{cases}$$

$\omega\to 0$ **时：** $A(\omega)=1$ **，** $\varphi(\omega)=0^\circ$

$\omega\to+\infty$ **时：** $A(\omega)=0$ **，** $\varphi(\omega)=90^\circ$

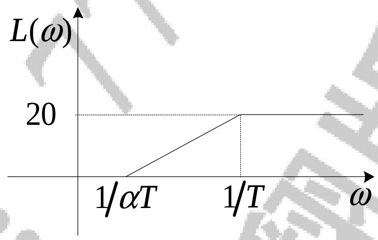
绘制开环幅相频率特性如图



由于系统开环传递函数包含一个s**平面右半平面极点，则根据奈奎斯特判据易知系统有**$Z=1-0=1$**个**s**平面右半平面极点，则系统不稳定。**

六、(20 **分**)

解：易知交接频率为$\omega_1=\dfrac{1}{\alpha T}$**，**$\omega_2=\dfrac{1}{T}$**，开环放大系数**$K=1$**，绘制** Bode **图如下**

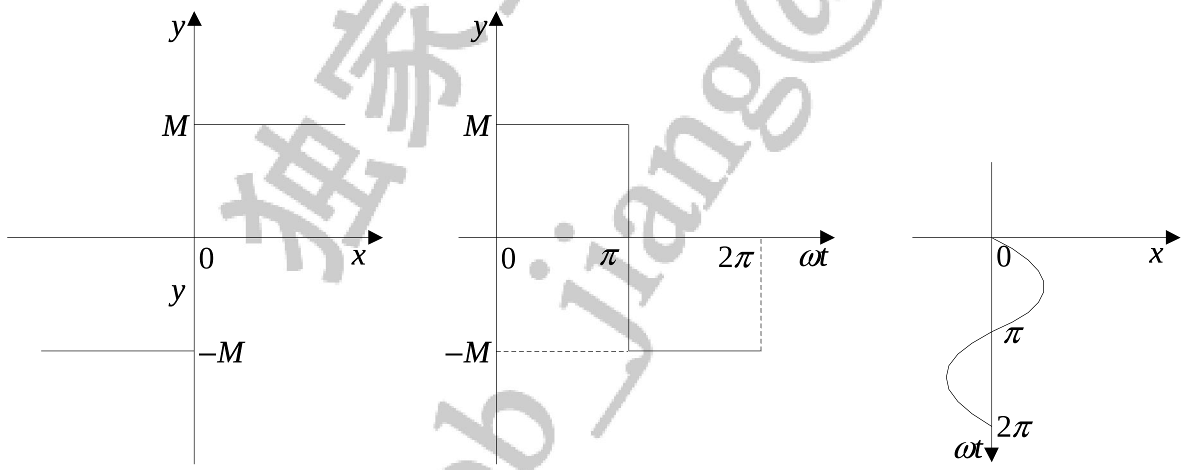


该环节属于串联超前校正环节，可以增大系统截止频率，提高带宽，从而提高响应速度，减小超调量，增大稳定裕度，增强系统稳定性，且不影响稳态误差，但会使系统高频抗噪能力减弱。

七、(20 **分**)

答：非线性系统的特点有：①非线性系统的稳定性除了与自身结构和参数有关外，很重要的一点是与系统起始偏离的大小密切相连；②非线性系统动态过程的形式与起始偏离或外作用有关，小偏离时单调变化，大偏离时很可能会出现振荡，且动态响应不能叠加；③非线性系统有可能发生自振。

解：继电器特性为$y(x)=\begin{cases}-M,(x<0)\\ M,\ (x>0)\end{cases}$**，如图**



令$y=B_1\sin\omega t+C_1\cos\omega t$**，**$x=A\sin\omega t$**，因为**$y(x)$**是奇对称函数，所以**$C_1=0$**，**$\varphi_1=0$**，而**

$$B_1=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}y(t)\sin\omega t d(\omega t)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}M\sin\omega t d(\omega t)=\frac{4M}{\pi}$$

则继电特性描述函数为

$$N(A)=\frac{B_1}{A}=\frac{4M}{\pi A}$$

八、（20 分）

解：令 $W_1(s)=\dfrac{2}{10s+1}$**，** $W_2(s)=\dfrac{1.2}{2s+1}$**，则**

$$W_1(z)=Z\left[\frac{2}{10s+1}\right]=\frac{z}{5(z-e^{-T/10})}，\quad W_2(z)=Z\left[\frac{1.2}{2s+1}\right]=\frac{0.6z}{z-e^{-T/2}}$$

$$W_1W_2(z)=Z\left[\frac{2.4}{(10s+1)(2s+1)}\right]=\frac{3z}{10(z-e^{-T/10})}-\frac{3z}{10(z-e^{-T/2})}=\frac{3(e^{-T/10}-e^{-T/2})}{10(z-e^{-T/10})(z-e^{-T/2})}$$

则对图（a），其脉冲传递函数为

$$W_B(z)=W_1(z)W_2(z)=\frac{3z^2}{25(z-e^{-T/10})(z-e^{-T/2})}$$

则对图（b），其脉冲传递函数为

$$W_B(z)=W_1W_2(z)=\frac{3(e^{-T/10}-e^{-T/2})}{10(z-e^{-T/10})(z-e^{-T/2})}$$