

1. 有自然数 $a_1, a_2, \dots, a_{2000}$, 证明一定存在 $0 < i < j \leq 2000$, 使得 $2000 \mid (a_{i+1} + a_{i+2} + \dots + a_j)$.
2. (1) 求 1400 的正整数因子个数.
(2) 求 $\{6 \cdot a, 5 \cdot b, 4 \cdot c, 3 \cdot d\}$ 满足 d 不相邻的全排列数.
3. (1) $S = \{1, 2, 3, 4\}$ 的一个区组设计为 $\beta = \{B_1, B_2, B_3, B_4\}$, $B_1 = \{1, 2, 3\}$, $B_2 = \{1, 2, 4\}$, $B_3 = \{1, 3, 4\}$, $B_4 = \{2, 3, 4\}$. 选定 B_1 , 给出导出设计和剩余设计.
(2) 题目给出了 $ST(1), ST(3), ST(7)$ (也许还给了其他的干扰项), 构造 $ST(21)$, 对于每种情况请给出示例.
4. (1) 求出使用 5 个奇数 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 组成的 n 位字符串, 要求 1, 3 均出现偶数次.
(2) 求出 $3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = n$ 的非负整数解的生成函数 h_n .
5. (1) 给 a_1, a_6 安排 b_1, b_6 的工作, 其中 a_1 不做 b_1b_2 , a_2 不做 b_1b_2 , a_3 不做 b_3 , a_4 不做 b_3b_4 , a_5 不做 b_4b_5 , a_6 不做 b_6 . 有多少种安排方法.
(2) 求 $\{5 \cdot a, 5 \cdot b, \infty \cdot c\}$ 的 11 组合数, 其中 a 至少有 1 个.
6. 用 0-9 和 $+, -, \times, \div$ 四种符号组合 n 位算式字符串方法有 a_n , 0 可以作为除数可以作为多位数字开头 (即把 0 当作正常的 1-9 的常规数字考虑), 求 a_n .
7. (1) 用 16 块正方形瓷砖组成 4×4 的正方形, 对每个瓷砖涂 3 种颜色, 求最后得到不同的图形样式数.
(2) 求出 4 个方块 r 色, 4 个方块 g 色, 8 个方块 b 色的不同的图形样式数量.