—

2018 ～2019 学年第 二 学期

《 微积分（一）》课程考试试卷(A 卷)

一. 单项选择题（每小题 3 分，6 个小题共 18 分，将结果涂在答题卡上。）

1. 设 $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ 都是微分方程 $y''+a(x)y'+b(x)y=x^2$ 的解，则以下函数中也是该微分方程的解的是【 】.

A. $y_1+y_2+y_3$　　B. $\frac{3}{2}y_1-y_2+\frac{1}{2}y_3$　　C. y_1-y_2　　D. $2y_3$

2. 以下函数在原点可微的是【 】.

A. $z=x^2+y^2$　　B. $z=\sqrt{x^2+y^2}$　　C. $z=|x-y|$　　D. $z=\sqrt{|xy|}$

3. 设 $F(x,y)=0$ 是一条平面光滑曲线，则以下说法中正确的是【 】.

A. $\{F_x,\ F_y\}$ 是该曲线的切矢量　　B. $\{F_y,\ F_x\}$ 是该曲线的法矢量

C. $\{-F_y,\ F_x\}$ 是该曲线的切矢量　　D. $\{-F_x,\ F_y\}$ 是该曲线的法矢量

4. 设平面区域 D 由 $x^2+y^2\le 1$ 表示，区域 D_1 是 D 在第一象限的部分，则 $\iint\limits_D (xy+\cos x\sin y)d\sigma=$【 】.

A. 0　　B. $4\iint\limits_{D_1} xyd\sigma$　　C. $4\iint\limits_{D_1}\cos x\sin yd\sigma$　　D. $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)d\sigma$

5. 设区域 Ω 由 $z=x^2+y^2$ 与 $z=1$ 围成，$I=\iiint\limits_{\Omega} f(z)dxdydz$，则以下表达式***错误*** 的是【 】.

A. $I=\pi\int_0^1 zf(z)dz$　　B. $I=2\pi\int_0^1 rdr\int_{r^2}^1 f(z)dz$

C. $I=\int_{-1}^1 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int_{x^2+y^2}^1 f(z)dz$　　D. $I=2\pi\int_0^1 f(z)dz\int_0^z rdr$

6. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$ 收敛，则以下说法中正确的是【 】.

A. $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$ 收敛　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}a_na_{n+1}$ 收敛　　C. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 收敛

二. 填空题（每小题 4 分，4 个小题共 16 分，将计算结果写在答题卡上。）

7. 微分方程 $y''+2y'+y=x+2$ 的通解为 ______ .

8. 设 $z=f(x^2+y^2,xy)$，f 有连续偏导数，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$ ______ .

—

9. 设 $f(x,y,z)=x+y^3+z^5$, 则 $\mathbf{div\ grad}\ f=$______ .

10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n3^n}=$ ______ .

三. 基本计算题（每小题 7 分，6 个小题共 42 分，必须写出主要计算过程。）

11. 求点 $A(1,2,3)$ 到直线 $L:\dfrac{x-6}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-6}{-2}$ 的距离.

12. 设方程组 $\begin{cases} x^2-2x+y^2+\ln z+z^3=1, \\ x+y+z=1 \end{cases}$ 在包含点 $(0,0,1)$ 的一个邻域上确定隐函数 $y=y(x),z=z(x)$, 求 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0},\left.\dfrac{dz}{dx}\right|_{x=0}$.

13. 求函数 $f(x,y)=4x+2xy-x^2-3y^2$ 的极值.

14. 求 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)dxdydz$，其中 Ω 是平面 $x+y+z=1$ 与三坐标面所围成的四面体.

15. 求曲线积分 $I=\int_L(2xy-y^2\cos x)dx+(x^2-2y\sin x)dy$，其中曲线 L 沿抛物线 $y=\pi x-x^2+1$ 从 $A(0,1)$ 到 $B(\pi,1)$.

16. 判别级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2+(-3)^n}{(2n-1)!!}$ 的敛散性，若收敛指出是绝对收敛还是条件收敛，说明你的理由.

四. 应用题（每小题 7 分，2 个小题共 14 分，必须写出主要过程。）

17. 求曲面 $z=x^2+y^2,0\le z\le 2$ 的面积.

18. 计算曲面积分 $I=\oiint\limits_S 3xzdydz+yzdzdx-z^2dxdy$，其中 S 是曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 所围立体的表面外侧.

五. 综合题（每小题 5 分，2 个小题共 10 分，必须写出主要过程。）

19. 设 L 是圆周曲线 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$（取正向），$f(x)$ 为正值连续函数.证明:

$$\oint_L xf(y)dy-\frac{y}{f(x)}dx\ge 2\pi .$$

20. 证明：当 $-\pi<x<\pi$ 时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}\sin nx}{n}=\dfrac{x}{2}$.