

## 附录 A

表 A1 同步机惯性与虚拟惯性区别

Tab.A1 Differences between synchronous inertia and virtual inertia

区别	同步机惯性	储能虚拟惯性
惯性连续性	固定且不可变更，与机组运行状态相关	连续且可设计
惯性响应延时	瞬时动作不存在延时	因测量环节与一阶惯性环节存在一定延时
惯性响应能量来源	同步发电机转子动能	储能装置中的电能
惯性与输出功率耦合	满足发电机最小发电功率	储能需预留一定的放电功率

表 A2 同步机 PFR 与储能 PFR 区别

Tab.A2 Differences between synchronous generator PFR and energy storage PFR

区别	同步机 PFR	储能 PFR
响应延时	不大于 3s	不大于 0.5s
完全响应时间	10-20s	不大于 2s
与输出功率耦合	不得超过调速器相应限幅	理论上为全功率范围调节，但一般设有一定限幅

表 A3 各类资源在频率响应过程中的作用阶段

Tab.A3 The role of each type of resource in the frequency response process stages

资源类型	第 1 阶段	第 2 阶段
同步机惯性	扰动瞬间提供惯性支撑功率用于缓解初始 RoCoF	提供惯性支撑功率直至频率最低点时刻
储能虚拟惯性	受 $T_B$ 延时影响不起作用	$T_B$ 延时之后提供惯性支撑功率直至频率最低点时刻
储能 PFR	受调频死区与动作延时影响不起作用	经过 $T_{del1}$ 延时提供频率响应功率，直至频率稳定
同步机 PFR	受调频死区与动作延时影响不起作用	经过 $T_{del2}$ 延时提供频率响应功率，直至频率稳定

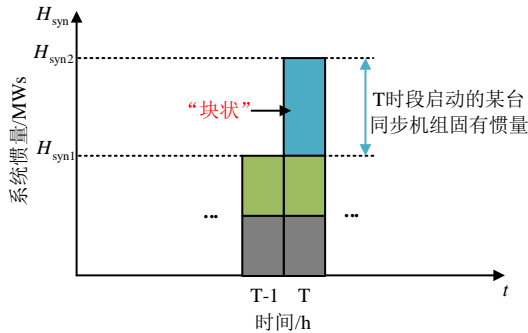


图 A1 同步机惯性“块状”特性

Fig. A1 Synchronous inertia's "lumpy" characteristic

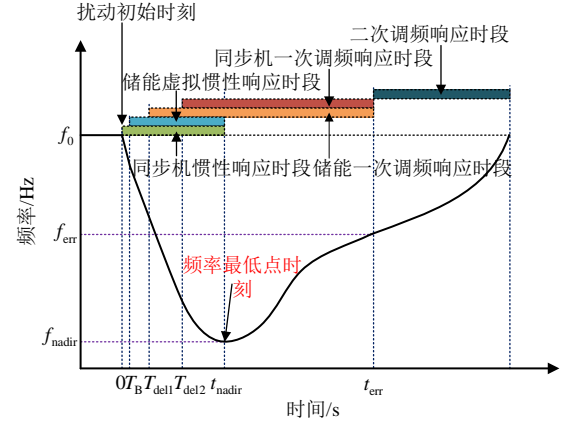


图 A2 动态频率响应过程中的响应时段划分

Fig. A2 Response time division in the dynamic frequency response process

## 附录 B

下述介绍基于两阶段响应过程的频率最低点约束推导过程。假设储能虚拟惯性与同步机惯性等同，忽略  $T_B$  延时，将式(7)等效写成：

$$\frac{d\Delta f}{dt} = \frac{f_0}{2(H_{syn} + H_{synt})} \left( \sum_{i=1}^{N_s} \Delta P_i^{PFR} + \sum_{e=1}^{N_e} \Delta P_e^{PFR} - P_{loss} \right) \quad (B1)$$

其中虚拟惯量表示为：

$$H_{synt} = \sum_{e=1}^{N_e} H_e^c P_{e,max}^{dis} \quad (B2)$$

式中， $H_e^c$  为储能虚拟惯性时间常数； $P_{e,max}^{dis}$  为储能最大放电功率。

假设  $t_{nadir}$  为频率最低点时刻，基于储能与同步机 PFR 爬坡模型，对式(B1)两边做积分，得到频率最低点表达式为：

$$\Delta f(t_{nadir}) = \frac{f_0}{2(H_{syn} + H_{synt})} \left[ \frac{P_g^{PFR} (t_{nadir} - 2T_{del2})^2}{2T_2} + \right. \quad (B3)$$

$$\left. P_s^{PFR} (t_{nadir} - T_{del1} - \frac{T_1}{2}) - P_{loss} t_{nadir} \right] \quad (B4)$$

$$P_s^{PFR} = \sum_{e=1}^{N_e} P_e^{PFR} \quad (B5)$$

$$P_g^{PFR} = \sum_{i=1}^{N_g} P_i^{PFR} \quad (B6)$$

式中， $\Delta f(t_{nadir})$  为频率最低点； $\Delta f_{max}$  为系统规定允许的最大频率偏差； $P_s^{PFR}$ 、 $P_g^{PFR}$  分别为储能与同步机 PFR 总容量。

由于储能 PFR 可以在百毫秒进行响应，频率将在同步机 PFR 启动之后到达最低点(同步发电机增发功率后才能够完全弥补功率缺额)，即频率最低点落在图 1 的  $t \in [T_{del2}, T_{del2} + T_2]$  中。因此，频率最低点时刻  $t_{nadir}$  满足：

$$t_{nadir} = \frac{(P_{loss} - P_s^{PFR})}{\frac{P_g^{PFR}}{T_2}} + T_{del2} \quad (B7)$$

将式(B7)带入到式(B3)中，得到频率最低点表达式为：

$$\Delta f(t_{\text{nadir}}) = \frac{f_0}{2(H_{\text{syn}} + H_{\text{synt}})} \left[ \frac{-T_2(P_s^{\text{PFR}} - P_{\text{loss}})^2}{2P_g^{\text{PFR}}} - P_{\text{loss}} T_{\text{del2}} + P_s^{\text{PFR}} (T_{\text{del2}} - T_{\text{del1}} - \frac{T_1}{2}) \right] \quad (\text{B8})$$

将式(B8)带入到式(B4)中, 并进行等效变换, 得到频率最低点约束为:

$$H_{\text{syn}} + H_{\text{synt}} \geq \frac{f_0}{2\Delta f_{\text{max}}} \left[ \frac{T_2(P_s^{\text{PFR}} - P_{\text{loss}})^2}{2P_g^{\text{PFR}}} + P_{\text{loss}} T_{\text{del2}} - P_s^{\text{PFR}} (T_{\text{del2}} - T_{\text{del1}} - \frac{T_1}{2}) \right] \quad (\text{B9})$$

因储能虚拟惯性存在  $T_B$  延时, 式(B9)是不考虑延时所得到的, 即不符合式(6)与式(7)分段的要求。由于第 1 阶段仅由同步机惯性起频率支撑作用, 可以将该阶段的频率跌落分量  $T_B f_0 P_{\text{loss}} / 2H_{\text{syn}}$  作为已知条件纳入到第 2 阶段频率响应过程中。第 2 阶段由同步机惯性和虚拟惯性共同作用, 因频率最低点落在  $T_B$  之后, 在纳入  $T_B f_0 P_{\text{loss}} / 2H_{\text{syn}}$  频率跌落分量后, 可以将频率最低点约束适当转化为符合式(B9)的形式, 从而得到考虑储能虚拟惯性延时的频率最低点约束, 其转化示意图如图 B1 所示。为进行等效转化, 需对式(B9)中的  $\Delta f_{\text{max}}$ 、 $T_{\text{del1}}$  与  $T_{\text{del2}}$  进行修正, 得到:

$$\Delta f'_{\text{max}} = \Delta f_{\text{max}} - T_B \frac{f_0 P_{\text{loss}}}{2H_{\text{syn}}} \quad (\text{B10})$$

$$T'_{\text{del1}} = T_{\text{del1}} - T_B \quad (\text{B11})$$

$$T'_{\text{del2}} = T_{\text{del2}} - T_B \quad (\text{B12})$$

式中,  $\Delta f'_{\text{max}}$  为考虑虚拟惯性  $T_B$  延时后, 系统在第 2 阶段的等效最大频率偏差;  $T'_{\text{del1}}$ 、 $T'_{\text{del2}}$  分别为考虑虚拟惯性  $T_B$  延时后, 储能与同步机 PFR 在第 2 阶段的等效延迟时间。

将式(B10)、(B11)与(B12)替换原式(B9)中的  $\Delta f_{\text{max}}$ 、 $T_{\text{del1}}$  与  $T_{\text{del2}}$ , 得到考虑  $T_B$  延时的频率最低点约束为:

$$H_{\text{syn}} + H_{\text{synt}} \geq \frac{f_0}{2(\Delta f'_{\text{max}} - T_B \frac{f_0 P_{\text{loss}}}{2H_{\text{syn}}})} \left[ \frac{T_2(P_s^{\text{PFR}} - P_{\text{loss}})^2}{2P_g^{\text{PFR}}} - P_{\text{loss}} T'_{\text{del2}} - P_s^{\text{PFR}} (T'_{\text{del2}} - T'_{\text{del1}} - \frac{T_1}{2}) \right] \quad (\text{B13})$$

将式(B13)化简得到频率最低点约束式(11):

$$H_{\text{syn}} + H_{\text{synt}} \geq \frac{f_0}{2\Delta f_{\text{max}}} \left[ \frac{T_2(P_s^{\text{PFR}} - P_{\text{loss}})^2}{2P_g^{\text{PFR}}} + P_{\text{loss}} T'_{\text{del2}} - P_s^{\text{PFR}} (T'_{\text{del2}} - T'_{\text{del1}} - \frac{T_1}{2}) + T_B P_{\text{loss}} + \frac{T_B P_{\text{loss}} H_{\text{synt}}}{H_{\text{syn}}} \right] \quad (11)$$

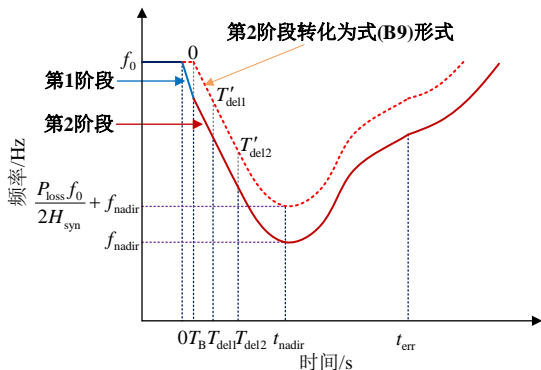


图 B1 第 2 阶段频率动态响应等效转化示意图

Fig. B1 Equivalent transformation diagram of the frequency dynamic response of the second stage

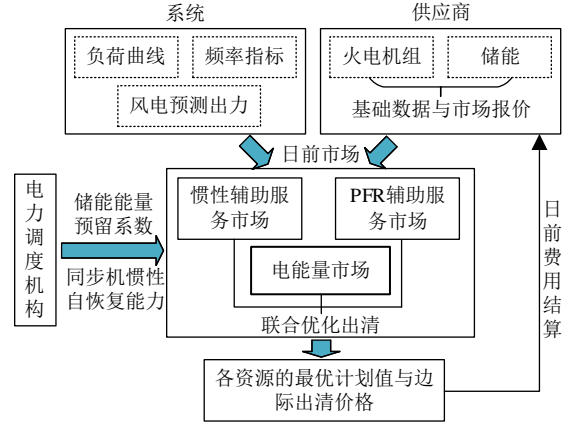


图 B2 计及惯性与 PFR 的联合市场出清过程

Fig. B2 The combined market clearing process of considering inertia and PFR

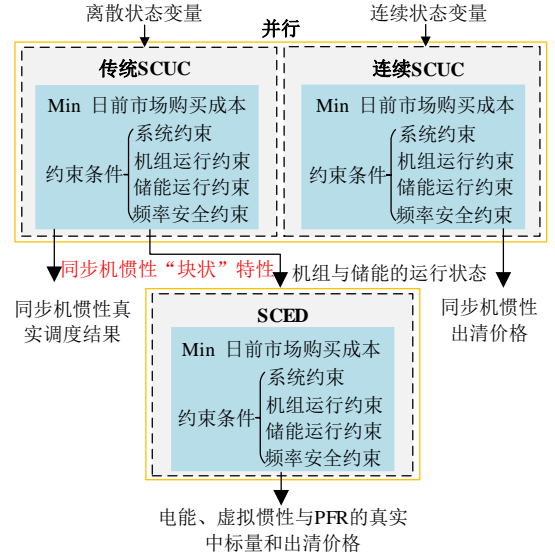


图 B3 考虑同步机惯性“块状”特性的出清模型

Fig. B3 Clearing model of considering synchronous inertia's "lumpy" characteristic

## 附录 C

下述介绍式(11)转化为式(C10)的最低点二阶锥约束推导过程。将所推导的最低点约束原式(11)写为  $t$  时段约束:

$$H_{\text{syn},t} + H_{\text{synt},t} \geq \frac{f_0}{2\Delta f_{\text{max}}} \left[ \frac{T_2(P_{s,t}^{\text{PFR}} - P_{\text{loss},t})^2}{2P_{g,t}^{\text{PFR}}} + P_{\text{loss},t} T'_{\text{del2}} - P_{s,t}^{\text{PFR}} (T'_{\text{del2}} - T'_{\text{del1}} - \frac{T_1}{2}) + T_B P_{\text{loss},t} + \frac{T_B P_{\text{loss},t} H_{\text{synt},t}}{H_{\text{syn},t}} \right] \quad (\text{C1})$$

将式(C1)进行适当转化为式(C2):

$$\left[ \frac{H_{\text{syn},t} + H_{\text{synt},t}}{f_0} - \frac{P_{s,t}^{\text{PFR}} (T_1 + 2T'_{\text{del1}})}{4\Delta f_{\text{max}}} + \frac{P_{g,t}^{\text{PFR}} T_{\text{del2}}'^2 / T_2}{4\Delta f_{\text{max}}} - \frac{T_B P_{\text{loss},t} (1 + \frac{H_{\text{synt},t}}{H_{\text{syn},t}})}{2\Delta f_{\text{max}}} \right] \frac{P_{g,t}^{\text{PFR}}}{T_2} \geq \left( \frac{P_{\text{loss},t} - P_{s,t}^{\text{PFR}} + P_{g,t}^{\text{PFR}} T_{\text{del2}}' / T_2}{2\sqrt{\Delta f_{\text{max}}}} \right)^2 \quad (\text{C2})$$

将式(C2)中的元素用  $A$ 、 $B$ 、 $C$  替代，得到：

$$A = \frac{H_{\text{syn},t} + H_{\text{synt},t}}{f_0} - \frac{P_{s,t}^{\text{PFR}} (T_1 + 2T'_{\text{del1}})}{4\Delta f_{\text{max}}} + \frac{P_{g,t}^{\text{PFR}} T_{\text{del2}}'^2 / T_2}{4\Delta f_{\text{max}}} - \frac{T_B P_{\text{loss},t} (1 + \frac{H_{\text{synt},t}}{H_{\text{syn},t}})}{2\Delta f_{\text{max}}} \quad (\text{C3})$$

$$B = \frac{P_{g,t}^{\text{PFR}}}{T_2} \quad (\text{C4})$$

$$C = \frac{P_{\text{loss},t} - P_{s,t}^{\text{PFR}} + P_{g,t}^{\text{PFR}} T_{\text{del2}}' / T_2}{2\sqrt{\Delta f_{\text{max}}}} \quad (\text{C5})$$

因此，式(C2)可以转化为：

$$AB \geq C^2 \quad (\text{C6})$$

将式(C6)转化为二范数的形式：

$$(A+B)^2 - (A-B)^2 \geq 4C^2 \quad (\text{C7})$$

$$((A-B)^2 + (2C)^2)^{\frac{1}{2}} \leq A+B \quad (\text{C8})$$

$$\left\| \frac{A-B}{2C} \right\| \leq A+B \quad (\text{C9})$$

最后将  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的原式带入式(C9)，并提取出  $H_{\text{syn},t} + H_{\text{synt},t}$ 、 $P_{s,t}$ 、 $P_{g,t}$  以及  $P_{\text{loss},t}$ ，可以得到式(C10)：

$$\left\| \begin{bmatrix} \frac{1}{f_0} - \frac{T_1 + 2T'_{\text{del1}}}{4\Delta f_{\text{max}}} \frac{T'_{\text{del2}} / T_2}{4\Delta f_{\text{max}}} - \frac{1}{T_2} - \frac{T_B (1 + \frac{H_{\text{synt},t}}{H_{\text{syn},t}})}{2\Delta f_{\text{max}}} & P_{s,t}^{\text{PFR}} \\ 0 & \frac{-1}{\sqrt{\Delta f_{\text{max}}}} \frac{T'_{\text{del2}} / T_2}{\sqrt{\Delta f_{\text{max}}}} \frac{1}{\sqrt{\Delta f_{\text{max}}}} \\ & P_{g,t}^{\text{PFR}} \\ & P_{\text{loss},t} \end{bmatrix} \right\| \leq \left\| \begin{bmatrix} H_{\text{syn},t} + H_{\text{synt},t} \\ P_{s,t}^{\text{PFR}} \\ P_{g,t}^{\text{PFR}} \\ P_{\text{loss},t} \end{bmatrix} \right\| \quad (\text{C10})$$

对于式(C10)，定义左侧第一行与第二行对偶变量为  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ ，右侧对偶变量为  $\mu$ ，其满足：

$$\left\| \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \right\| \leq \mu \quad (\text{C11})$$

基于式(C10)与式(C11)可以得到拉格朗日函数为：

$$L = \lambda_{0,t} [P_{L,t} - (\sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{\text{E}} + \sum_{e=1}^{N_e} (P_{e,t}^{\text{E,dis}} - P_{e,t}^{\text{E,ch}}) + \sum_{w=1}^{N_w} (P_{w,t}^{\text{E}}))] + \lambda_{\text{RoCoF},t} (H_{\text{syn},t} - \frac{f_0 P_{\text{loss},t}}{2f_{\text{max}}^{\text{RoCoF}}}) + \lambda_{\text{ss},t} (P_{g,t}^{\text{PFR}} + P_{s,t}^{\text{PFR}} - P_{\text{loss},t}) - \lambda_{1,t} [\frac{H_{\text{syn},t} + H_{\text{synt},t}}{f_0} - \frac{P_{s,t}^{\text{PFR}} (T_1 + 2T'_{\text{del1}})}{4\Delta f_{\text{max}}} + \frac{P_{g,t}^{\text{PFR}} T_{\text{del2}}'^2 / T_2}{4\Delta f_{\text{max}}} - \frac{T_B P_{\text{loss},t} (1 + H_{\text{synt},t} / H_{\text{syn},t})}{2\Delta f_{\text{max}}} - \frac{P_{g,t}^{\text{PFR}}}{T_2}] - \lambda_{2,t} [\frac{P_{\text{loss},t} - P_{s,t}^{\text{PFR}} + P_{g,t}^{\text{PFR}} T_{\text{del2}}' / T_2}{\sqrt{\Delta f_{\text{max}}}}] + \mu_t [\frac{H_{\text{syn},t} + H_{\text{synt},t}}{f_0} - \frac{P_{s,t}^{\text{PFR}} (T_1 + 2T'_{\text{del1}})}{4\Delta f_{\text{max}}} + \frac{P_{g,t}^{\text{PFR}} T_{\text{del2}}'^2 / T_2}{4\Delta f_{\text{max}}} - \frac{T_B P_{\text{loss},t} (1 + H_{\text{synt},t} / H_{\text{syn},t})}{2\Delta f_{\text{max}}} + \frac{P_{g,t}^{\text{PFR}}}{T_2}] \quad (\text{C12})$$

式中， $\lambda_{0,t}$ 、 $\lambda_{\text{RoCoF},t}$ 、 $\lambda_{\text{ss}}$  分别为  $t$  时段负荷功率平衡、RoCoF 与准稳态约束的拉格朗日乘子； $\lambda_{1,t}$ 、 $\lambda_{2,t}$  与  $\mu_t$  为  $t$  时段频率最低点约束的拉格朗日乘子。

机组与储能日前市场收益为：

$$R_{i,t} = \lambda_t^{\text{energy}} P_{i,t}^{\text{E}} + \lambda_t^{\text{syn}} u_{i,t} H_i^{\text{c}} P_{i,\text{max}} + \lambda_{g,t}^{\text{PFR}} P_{i,t}^{\text{PFR}} \quad (\text{C13})$$

$$R_i = \sum_{t=1}^{N_t} R_{i,t} \quad (\text{C14})$$

$$R_{e,t} = \lambda_t^{\text{energy}} (P_{e,t}^{\text{E,dis}} - P_{e,t}^{\text{E,ch}}) + \lambda_{e,t}^{\text{syn}} H_{e,t} + \lambda_{s,t}^{\text{PFR}} P_{e,t}^{\text{PFR}} \quad (\text{C15})$$

$$R_e = \sum_{t=1}^{N_t} R_{e,t} \quad (\text{C16})$$

式中， $R_{i,t}$ 、 $R_{e,t}$  分别为  $t$  时段机组  $i$  与储能  $ei$  的单时段收益； $R_i$ 、 $R_e$  分别为机组  $i$  与储能  $ei$  的全时段收益。

## 附录 D

表 D1 火电机组参数

Tab.D1 Thermal unit parameters

编号	最小出力/MW	最大出力/MW	惯性时间常数/s	电能报价/(\$/MW·h)	PFR 报价/(\$/MW·h)
1	150	455	5	22.6	1
2	150	455	5	23.8	3.2
3	25	162	4	34.9	7.4
4	25	162	4	36.7	8.9
5	20	130	4	46.4	9.5
6	20	80	4	48.7	10.2
7	20	80	4	54.5	11.1
8	20	80	3	56.5	11.3
9	10	55	3	93.8	27.3
10	10	55	3	94.8	27.8

表 D2 储能参数

Tab.D2 Energy storage parameters

编号	充放 电最 大功 率 /MW	容量 /(M W·h)	虚拟 惯性 时间 常数 上限 /s	充	放	虚拟 惯性 报价 /(\$/ M Ws·h)	PF
				电	电		R
				报	报		报
				价	价		价
				/(\$/ M W· h)	/(\$/ M W· h)		/(\$/ M W· h)
1	100	100	11	10	5	0.2	5
2	100	100	11	10	5	0.2	8
3	100	100	11	12	7	0.2	10
4	100	100	11	12	7	0.2	12

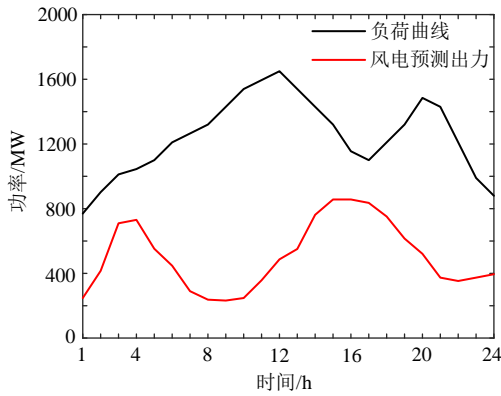


图 D1 系统日负荷曲线与风电预测出力

Fig. D1 Forecast output of system daily load curve and wind power

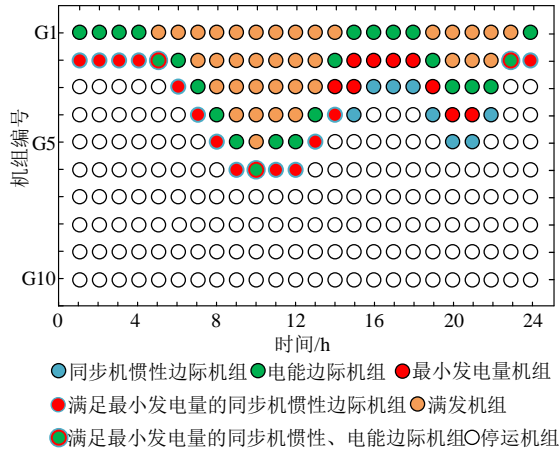


图 D2 算例 1 的机组状态

Fig. D2 Unit state from example 1

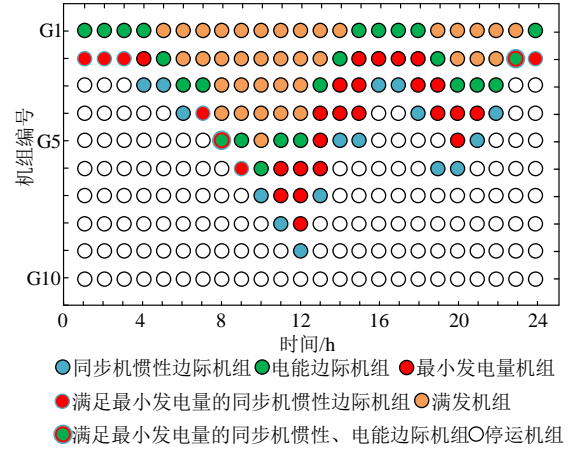


图 D3 算例 3 的机组状态

Fig. D3 Unit state from example 3

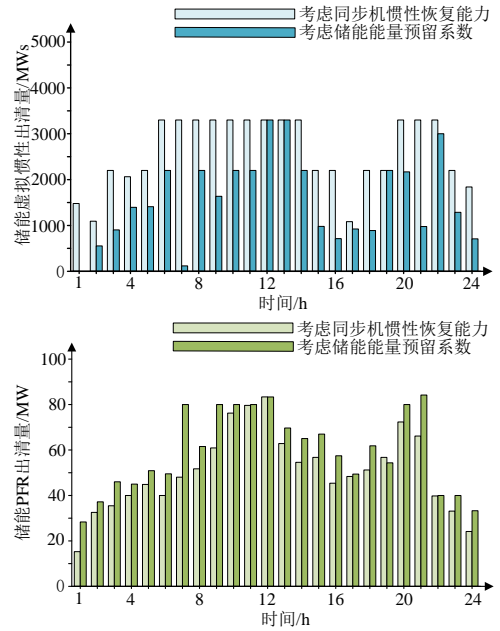


图 D4 算例 4、5 储能的虚拟惯性与 PFR 出清结果对比

Fig. D4 The comparison of clearing results of example 4 and 5 in energy storage virtual inertia and PFR