

机器视觉测量与建模

Machine vision based surveying and modelling



李明磊

南京航空航天大学 电子信息工程学院

E-mail: minglei_li@nuaa.edu.cn

1



7.点云滤波与表面建模

7.1 三维点云的基本特征

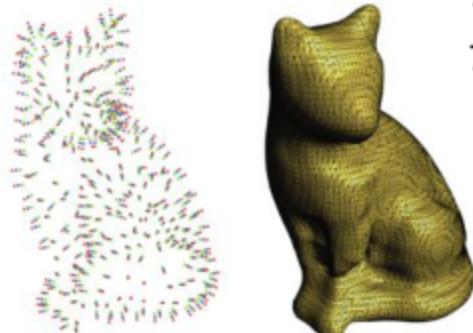
7.2 点云数据空间结构增强

7.3 表面建模概念和方法

7.3.1 基本概念

7.3.2 显式建模方法

7.3.3 隐式建模方法



李明磊@nuaa

2

7.3 表面建模概念和方法

Point clouds often give only local connectivity

Building 3D Mesh for:

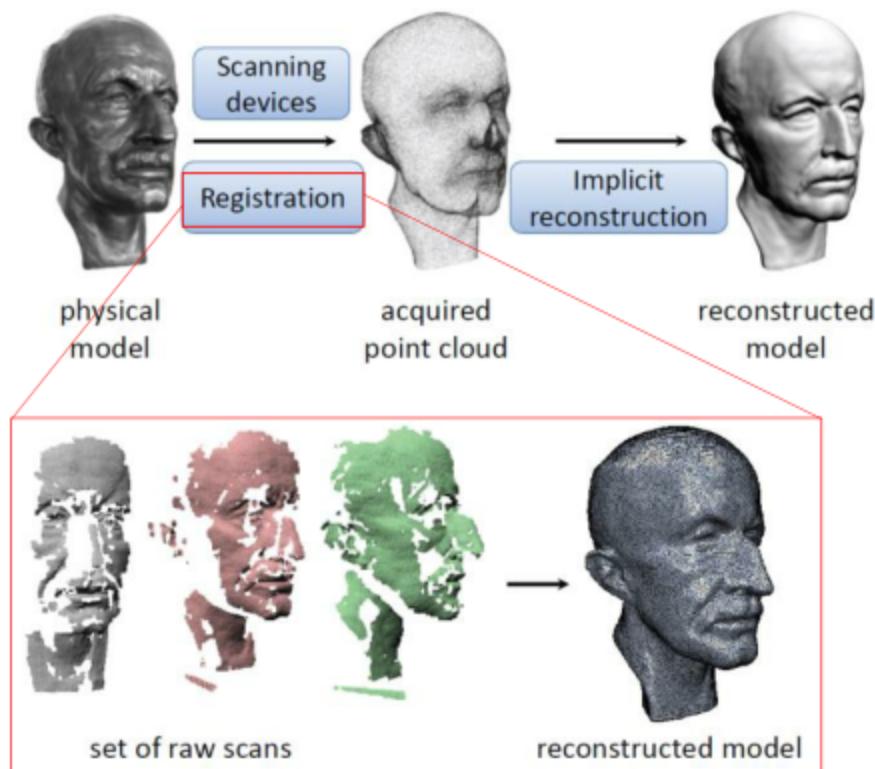
- Parameterization
- Computational Analysis
- Rapid Prototyping
- Rendering
- Collision Detection



李明磊@nuaa

3

7.3 表面建模概念和方法



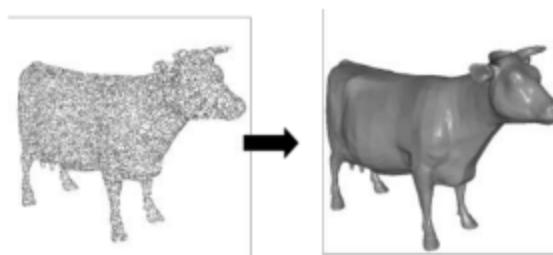
李明磊@nuaa

4

7.3 表面建模概念和方法

应用

Building 3D Mesh



医学



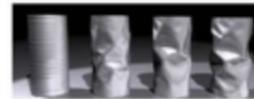
工业



广告业



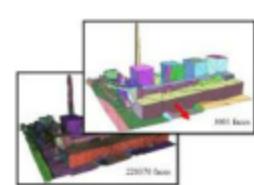
文化



模拟



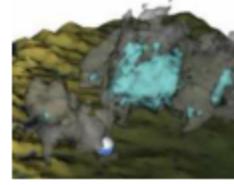
游戏电影



建筑设计



生态



气象

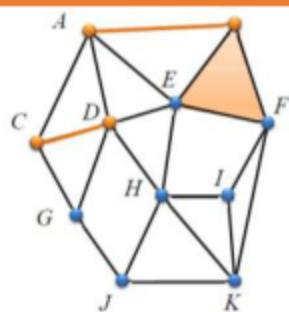
李明磊@nuaa

5

基本概念-网格模型

图 (Graph) 的定义

图(Graph)是由顶点的有穷非空集合和顶点之间的集合组成



$$G = \text{graph} = \langle V, E \rangle$$

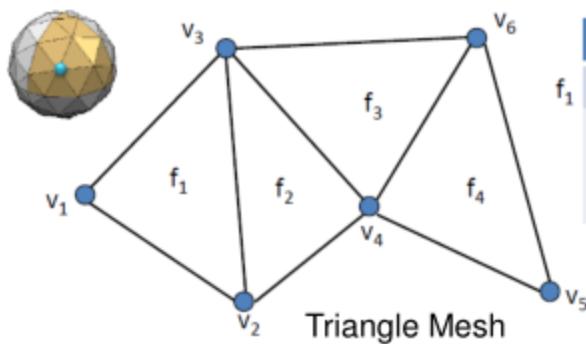
$$V = \text{vertices} = \{A, B, C, \dots, K\}$$

$$E = \text{edges} = \{(AB), (AE), (CD), \dots\}$$

$$F = \text{faces} = \{(ABE), (DHJG), \dots\}$$

- G表示一个图
- V是图G的顶点集合
- E是图G中边的集合

Mesh Data Structures



Triangle Mesh

TRIANGLES		
2	3	1
.	.	.
.	.	.
.	.	.

VERTICES		
v ₁	[20 10 0]	
v ₂	[19 20 0]	
v ₃	[14 15 0]	
.	.	.
.	.	.
.	.	.

李明磊@nuaa

6

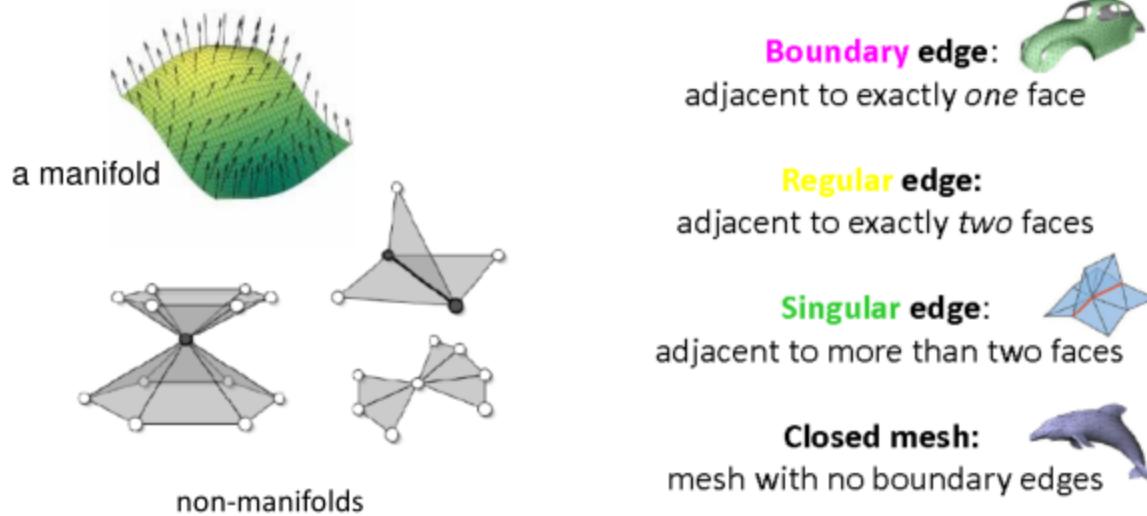


基本概念-网格模型

流形(Manifolds)是局部具有欧几里得空间性质的空间,在数学中用于描述几何形体。

In mathematics, a manifold is a topological space that locally resembles Euclidean space near each point.

n-流形 (简称n-流形) 是一个拓扑空间, 其性质是每个点都有一个邻域, 邻域同胚于n维欧氏空间的一个开放子集。



李明磊@nuaa

7



表面建模 Surface modeling

Three general approaches:

1. Computational Geometry
Boissonnat, 1984 Edelsbrunner, 1984
Amenta et al., 1998 Dey et al., 2003
2. Surface Fitting
Terzopoulos et al., 1991 Schnabel et al., 2007
3. Implicit Function Fitting
Hoppe et al., 1992 Curless et al., 1996
Whitaker, 1998 Carr et al., 2001
Davis et al., 2002 Ohtake et al., 2004
Kazhdan, 2005 Kazhdan & Hoppe 2023

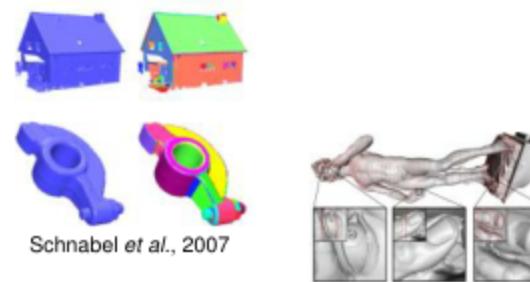
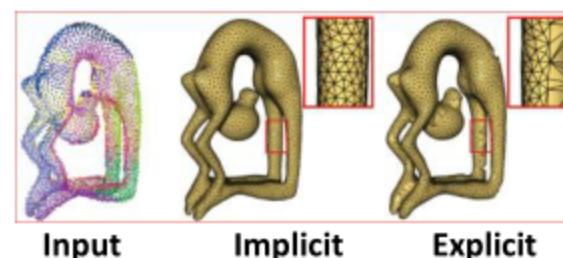


Figure 2: Reconstruction of the “David” at depth $D = 15$ using $C = 64$ clusters. The red curves reveal the shape of the domain space and the implicitly generated elements of the domain space. A high density of clusters is assigned to the head despite its small surface area because that region is more densely sampled.

M. Kazhdan & H. Hoppe 2023



1) 显式建模方法:

Explicit reconstruction
例如: 狄洛尼三角网、阿尔法形状法等

2) 隐式建模方法:

Implicit reconstruction
例如: 径向基函数法、移动最小二乘法、泊松重建法等

李明磊@nuaa

8



显式建模举例介绍 Explicit reconstruction

李明磊@nuaa

9



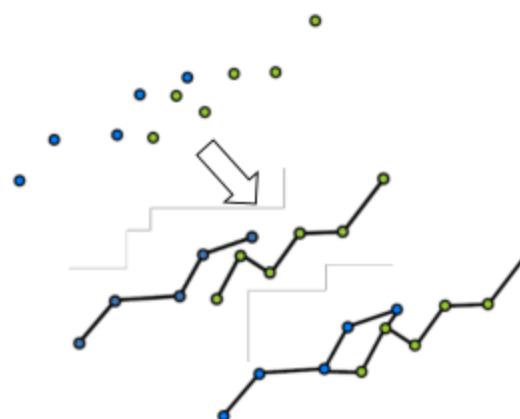
显式建模 Explicit reconstruction

Stitch the range scans together

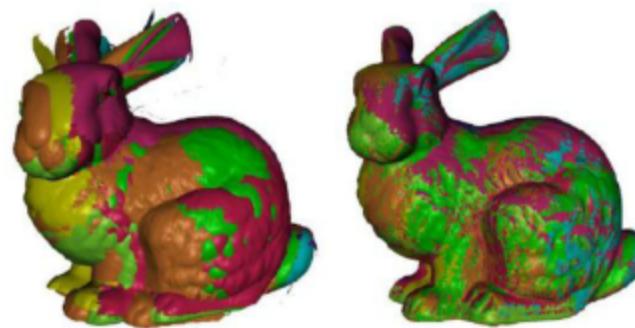
Explicit surface reconstruction is necessary when the point cloud is required to appear exactly on the surface.

Non-robust:

- low density
- irregular distribution
- thin and tiny parts, etc



- 狄洛尼三角网
- 阿尔法形状法
- ...



李明磊@nuaa

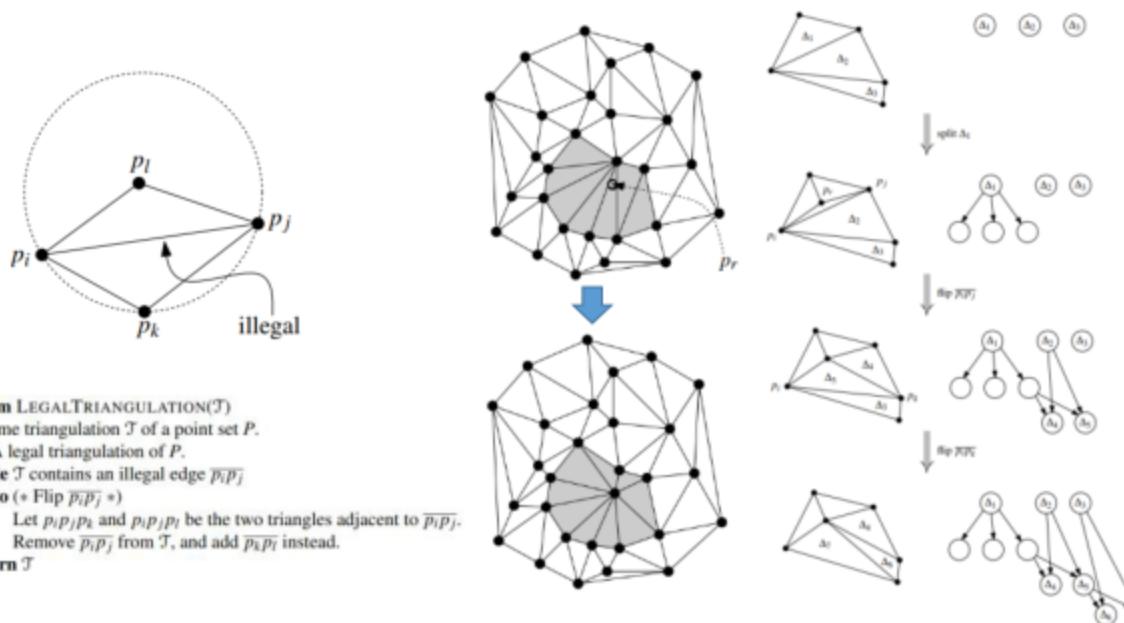
10

显式建模 Explicit reconstruction

狄洛尼 (Delaunay) 三角剖分最早由鲍里斯·狄洛尼(俄罗斯数学家)在1934年发明。

基本思路:

每个三角形的外接圆的内部不能包含其它的任何顶点，从而避免了产生细长的三角形。



李明磊@nuaa

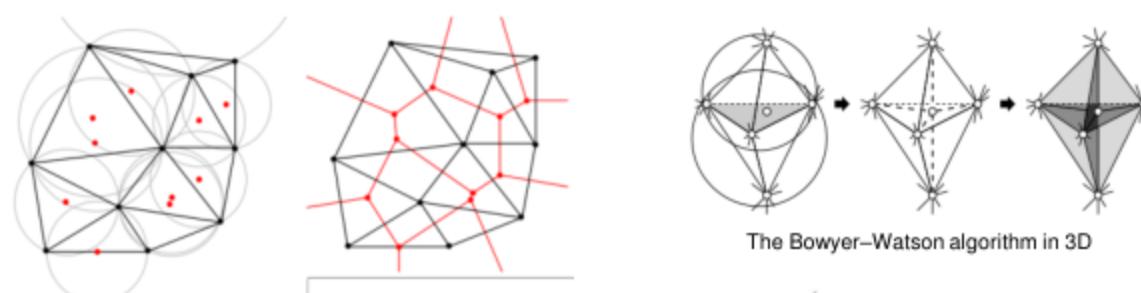
11

显式建模 Explicit reconstruction

狄洛尼 (Delaunay) 三角剖分最早由鲍里斯·狄洛尼(俄罗斯数学家)在1934年发明。

基本思路:

每个三角形的外接圆的内部不能包含其它的任何顶点，从而避免了产生细长的三角形。



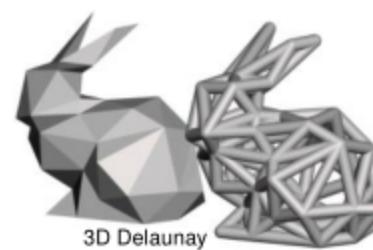
Delaunay三角剖分（左）和Voronoi图（右伴生图形）

优点:

- 结构良好，数据结构简单，数据冗余度小
- 存储效率高，与不规则的地表特征和谐一致
- 易于更新，可适应各种分布密度的数据等；

局限性:

- 算法实现比较复杂和困难
- 现在已经有了较多成熟的实现算法。



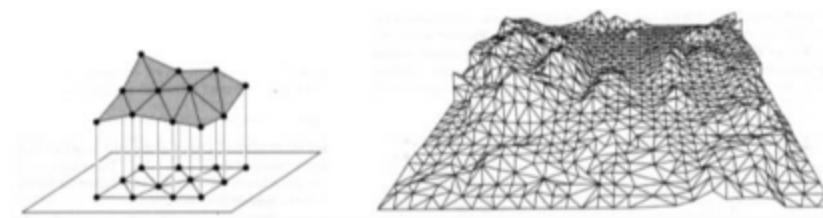
*3D过程更复杂

李明磊@nuaa

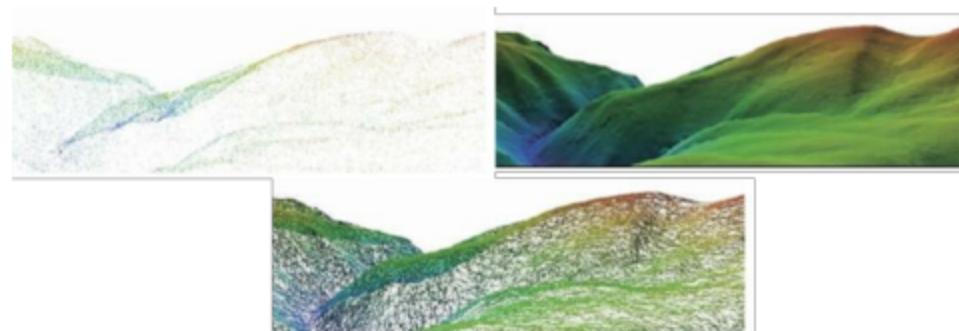
12



显式建模 Explicit reconstruction



根据狄洛尼三角剖分生成的TIN模型



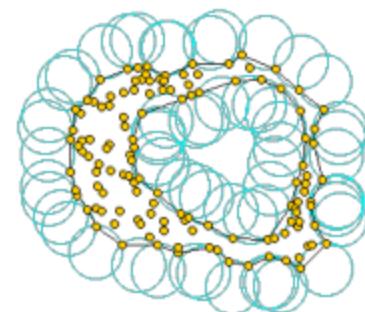
TIN模型 (Triangulated Irregular Network)



显式建模 Explicit reconstruction

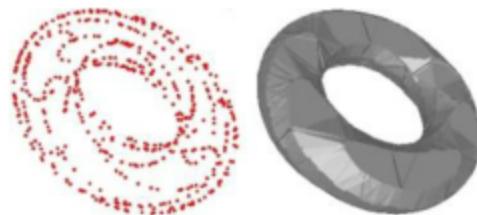
阿尔法形状法 (α -shape) 是凸包算法的推广。

α -shape是从离散的空间点集抽象出其直观形状的一种方法。2D的 α -shape算法原理如下：假设存在一点集S，其 α -shape是一个由点集S和半径参数 α 决定的唯一多边形。可设想成存在一个半径为 α 的圆，从点集S外某一点开始滚动，掠过的地方建立连接关系，即为点集S的边界线。



显式建模 Explicit reconstruction

阿尔法形状法 (α -shape)



3D空间的 α -shape算法通过三点作半径为 α 的球来判断边界点，并在得到的边界点处建立三角面片，重构出曲面。由于参数 α 的值控制了生成多面体的精细程度，因此选择采用动态 α 值来生成 α -shape表面。

- (1) 输入点云为 \mathbf{Q} ，对其建立空间索引k-D树，从 \mathbf{Q} 中任选一点 p ，计算其 k 近邻平均距离，作为参数 α 的值。在点集 \mathbf{Q} 中搜索到距离 p 点 2α 内的所有点，记为点集 \mathbf{Q}_1 ；
- (2) 从 \mathbf{Q}_1 中选取任意两点 q 和 r ，根据 p 、 q 、 r 三点的坐标和半径 α ，计算过三点且半径为 α 的球的球心坐标 o 和 o' ；
- (3) 在点集 \mathbf{Q}_1 中除去 q 和 r 点后，计算其他点分别到 o 和 o' 的距离，记为 d 和 d' ，若 d 和 d' 中有一个集合的距离均 $>\alpha$ ，则表明 p 、 q 、 r 是边缘轮廓点，三点构成边界三角形。反之，则表明 p 、 q 、 r 不是边界点。执行下一步；
- (4) 选择点集 \mathbf{Q}_1 中的下一组点，依照步骤(2)和(3)进行判断，直到遍历完点集 \mathbf{Q}_1 中的所有点；
- (5) 选择 \mathbf{Q} 中的下一个点，重复上述流程进行判断，直到遍历完点集 \mathbf{Q} 中的所有点。输出点云重构表面三角形面片集合 Δ ，获得外轮廓点集 $\mathbf{S}_e = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 。

李明磊@nuaa

15

隐式建模举例介绍 Implicit reconstruction

An isosurface is the **surface of a 2d or 3d shape** where all the values of the graph are the same (ISO=same).

李明磊@nuaa

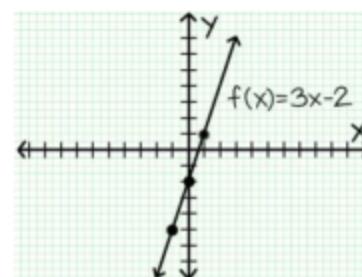
16

隐式建模 Implicit reconstruction

隐函数 Zero set of a scalar function $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$

举例 显式函数 $y = ax + b$

隐式函数 $f(x, y) = ax + by + c$



举例

- Explicit representation

– Image of parametrization

$$f(t) = (x(t), y(t)) = (r \cos(t), r \sin(t))$$

$$F(x, y) = 0$$

- Implicit representation

– Zero set of distance function

$$F(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} - r$$

$$F(x, y) < 0$$

$$f([0, 2\pi))$$

$$F(x, y) > 0$$

李明磊@nuaa

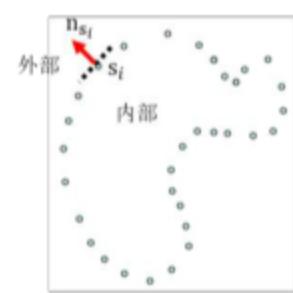
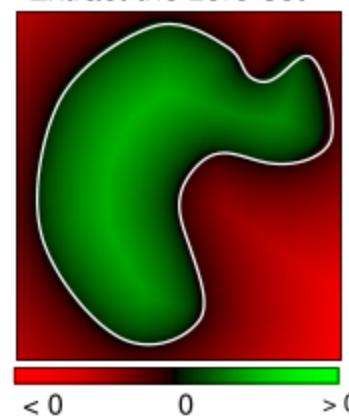
17

隐式建模 Implicit reconstruction

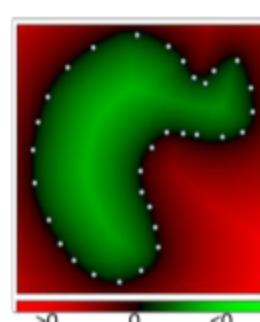
- Define a function with value less than zero outside the model and greater than zero inside

- 生成的表面可能不会经过数据采样点
- 从带有噪声的点云中重建出平滑的表面
- 噪声的尺度相比局部特征尺度较小

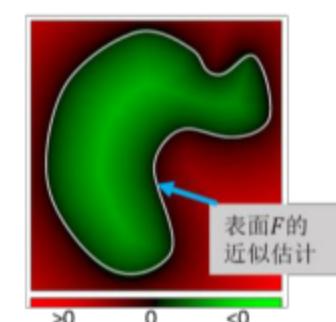
Extract the zero-set



(a) 点云 $S = \{s_1, \dots, s_n\}$



(b) $f(s)$ 值域空间分布

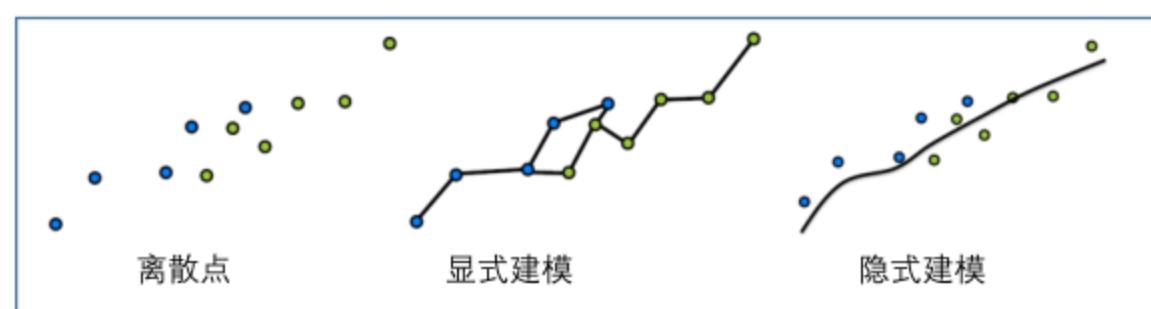


(c) 零等值面即是重构的表面

李明磊@nuaa

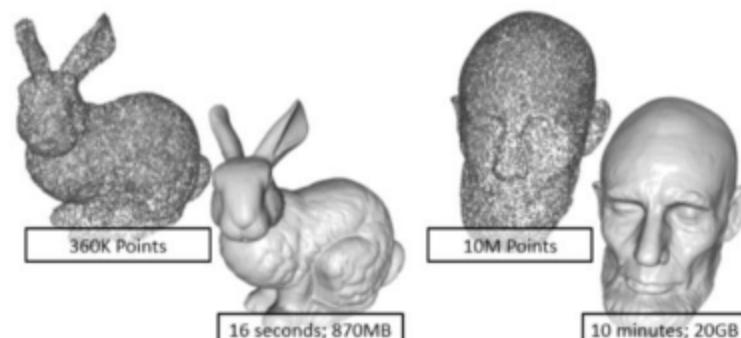
18

隐式建模 Implicit reconstruction



隐式建模

- ✓ Global system \Rightarrow robust to noise, missing data, etc.
- ✓ Adaptive/hierarchical representation \Rightarrow linear complexity



李明磊@nuaa

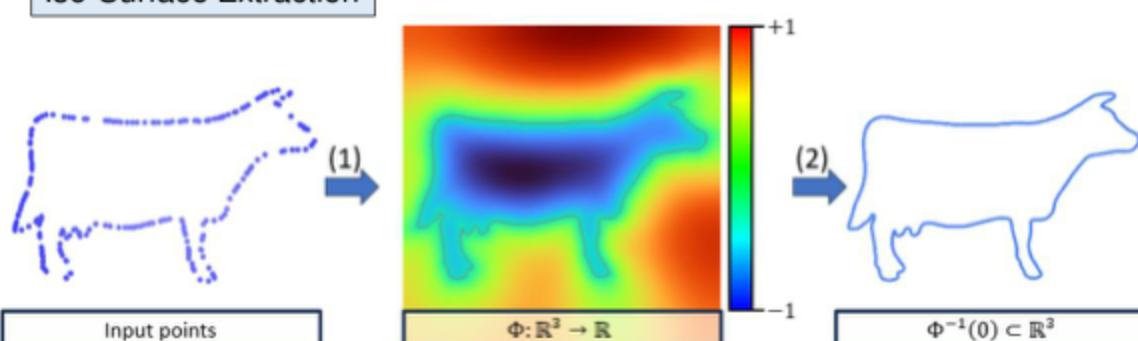
19

2) 隐式建模 Implicit reconstruction

对于表面 F 上的每个数据点 \mathbf{x} , 首先定义一个点函数 $\phi(\mathbf{x})$
该函数的目的是用样本点自身或局部邻域信息求出一个标量值

- 常用标量函数是**有符号距离函数** (Signed distance function, SDF)
- 使用权函数将所有的点函数融合在一起, 得到一个整体隐函数 $F(\mathbf{x}): \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$
- $F(\mathbf{x})$ 的所有取零值的点的位置, 即 $\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : F(\mathbf{x}) = 0\}$, 就是重构的表面的位置

Iso-Surface Extraction



李明磊@nuaa

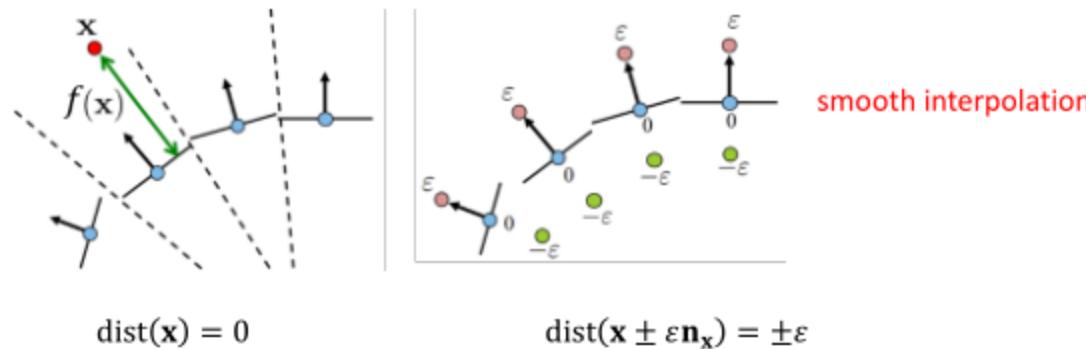
20

2) 隐式建模 Implicit reconstruction

隐式表面建模对应的是一个插值问题

Iso-Surface Extraction

点云数据只给出了有限的数据采样点，而求解连续表面上的未知点的函数值，这实际是一个插值问题。



“点在表面上约束 (On-surface) ”



会造成过拟合

“偏离表面约束 (Off-surface) ”

接下来的工作就是探讨如何设计隐函数的形式，以及如何求解隐函数的参数。

李明磊@nuaa

21

2) 隐式建模 Implicit reconstruction

方法举例：径向基函数法

RBF: Weighted sum of shifted, smooth kernels

径向基函数 (Radial Basis Functions, RBF) 是一种常用的对离散数据插值的方法。对于一组给定采样数据，RBF方法使用**一组径向对称的基函数的线性组合**生成高度平滑的拟合结果

三维表面重建问题中，RBF重建方法就是找到一个由**基函数** $\phi(\mathbf{x})$ 定义的**隐函数** $F(\mathbf{x})$ ，函数的零等值面就是对观测表面的拟合估计。

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|)$$

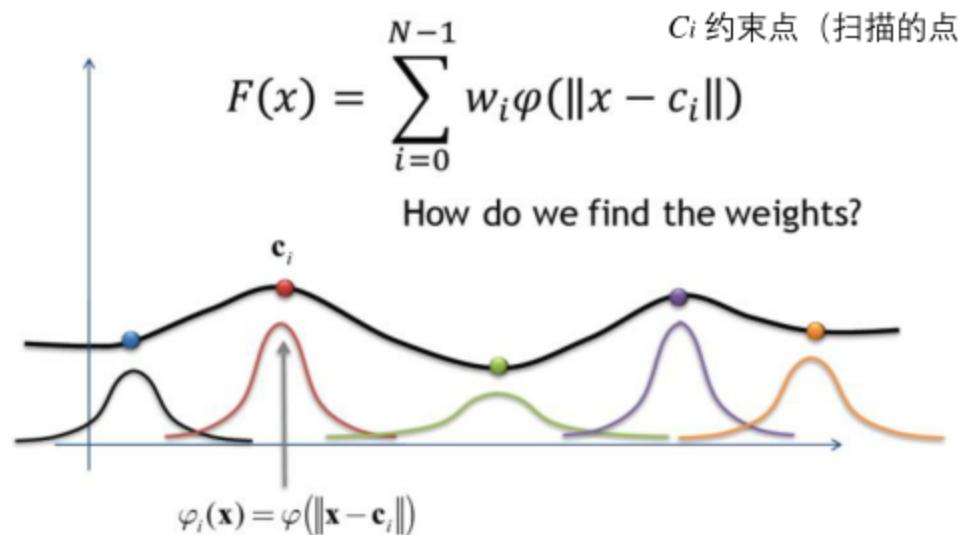
函数的参数点 \mathbf{x} w_i Scalar weights
 Unknowns Smooth kernels
 待求解的权值 (basis functions)
 centered at constrained
 points.
 \mathbf{c}_i 约束点 (扫描的点)

李明磊@nuaa

22

2) 隐式建模 Implicit reconstruction

方法举例：径向基函数法



隐函数 $F(\mathbf{x})$ 是每个中心的期望函数值 (RBF之和)
问题转化为求解权重参数

李明磊@nuaa

23

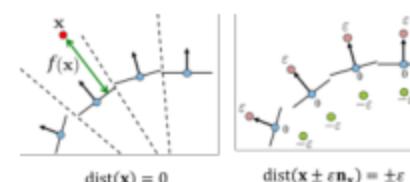
2) 隐式建模 Implicit reconstruction

方法举例：径向基函数法

$$dist(\mathbf{p}_j) = \sum_i w_i \varphi_i(\mathbf{p}_j) = \sum_i w_i \varphi(\|\mathbf{p}_j - \mathbf{c}_i\|) = 0 \quad 2n \text{ equations}$$

$$dist(\mathbf{p}_j + \varepsilon \mathbf{n}_j) = \sum_i w_i \varphi(\|\mathbf{p}_j + \varepsilon \mathbf{n}_j - \mathbf{c}_i\|) = \varepsilon \quad 2n \text{ variables}$$

The on- and off-surface points are the centers \mathbf{c}_i

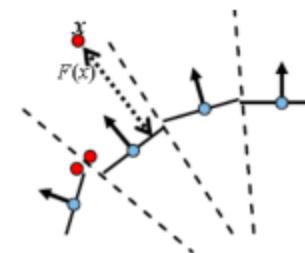


$$\begin{matrix} \phi(\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_i\|) & \cdots & \phi(\|\mathbf{x}_i - (\mathbf{x}_n + \varepsilon \mathbf{n}_n)\|) \\ \vdots & \mathbf{K} & \vdots \\ \phi(\|(\mathbf{x}_n + \varepsilon \mathbf{n}_n) - \mathbf{x}_i\|) & \cdots & \phi(\|(\mathbf{x}_n + \varepsilon \mathbf{n}_n) - (\mathbf{x}_n + \varepsilon \mathbf{n}_n)\|) \end{matrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \vdots \\ w_{2n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \varepsilon \end{pmatrix}$$

Solve the system $\mathbf{Kw} = \mathbf{d}$ for \mathbf{w}

Implicit function is defined as:

$$dist(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|) + \sum_{i=n+1}^{2n} w_i \varphi(\|\mathbf{x} - (\mathbf{p}_i + \varepsilon \mathbf{n}_i)\|)$$



李明磊@nuaa

24

2) 隐式建模 Implicit reconstruction

方法举例：径向基函数法

RBF 核函数

- Polyharmonic spline 多谐样条曲线
 - $\varphi(r) = r^k \log(r)$, $k = 2, 4, 6 \dots$
 - $\varphi(r) = r^k$, $k = 1, 3, 5 \dots$

- Multiquadric 复二次函数

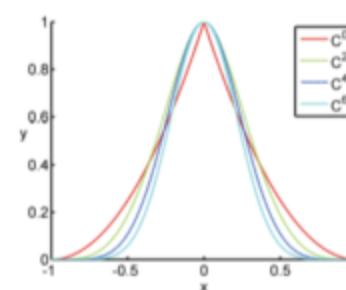
$$\varphi(r) = \sqrt{r^2 + \beta^2}$$

- Gaussian 高斯型函数

$$\varphi(r) = e^{-\beta r^2}$$

- B-Spline (compact support)

$$\varphi(r) = \text{piecewise-polynomial}(r)$$



李明磊@nuaa

25

2) 隐式建模 Implicit reconstruction

方法举例：径向基函数法

实验结果



Distance
to plane



Compact RBF



Global RBF
Triharmonic

三次谐波

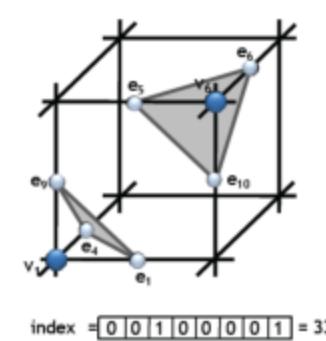
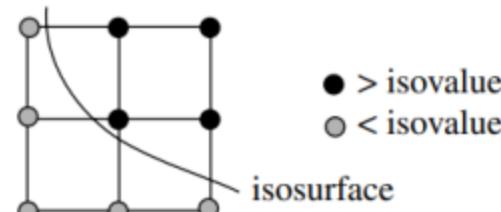
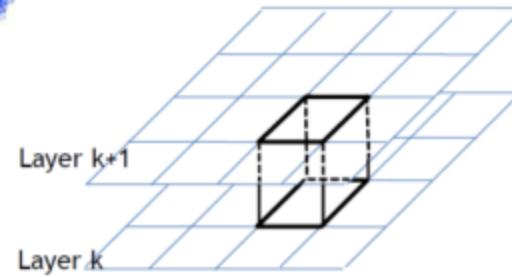
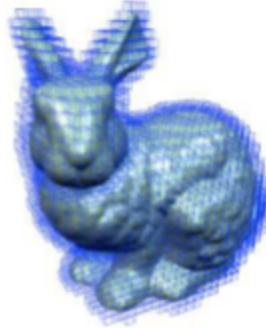
李明磊@nuaa

26

Marching cube (MC) 算法

提取表面网格

从隐函数的值分布空间，提取表面网格



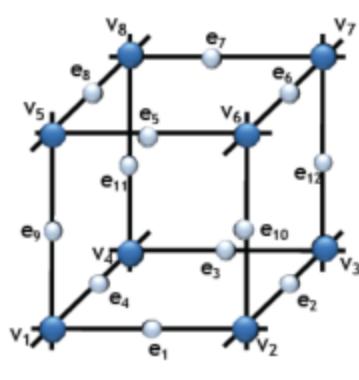
李明磊@nuaa

27

Marching cube (MC) 算法

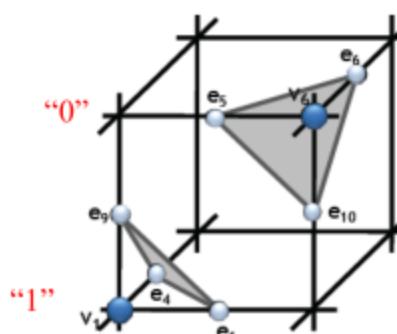
提取表面网格

MC 实现了采样点的选择和网格模型的构建



index =

v ₁	v ₂	v ₃	v ₄	v ₅	v ₆	v ₇	v ₈
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------



index =

0	0	1	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

 = 33

提问：有多少种模式？

$2^8 = 256$

所有的体素模式可以归纳为15种基本模式，其它的241种模式都可以通过这15种基本模式的旋转、对称和求补集的方式实现

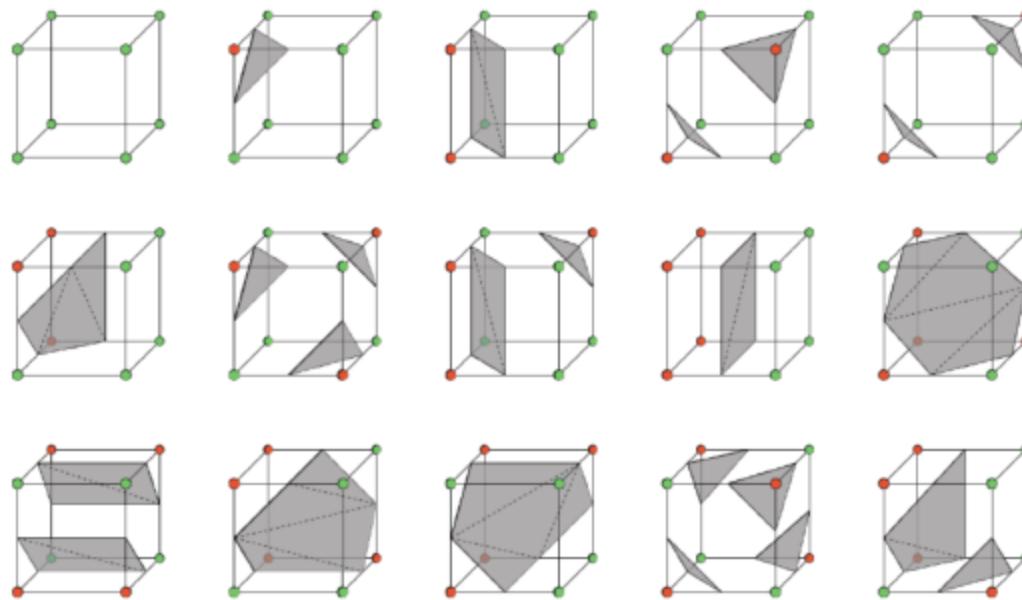
李明磊@nuaa

28

Marching cube (MC) 算法

提取表面网格

所有的体素模式可以归纳为15种基本模式，其它的241种模式都可以通过这15种基本模式的旋转、对称和求补集的方式实现



李明磊@nuaa

29

Marching cube (MC) 算法

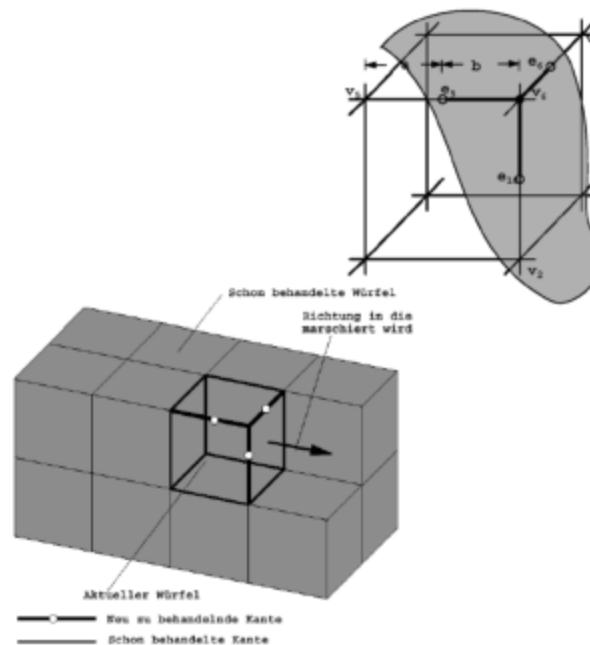
提取表面网格

Compute the position of the cut vertices by linear interpolation:

$$\mathbf{v}_s = t\mathbf{v}_a + (1-t)\mathbf{v}_b$$

$$t = \frac{F(\mathbf{v}_b)}{F(\mathbf{v}_b) - F(\mathbf{v}_a)}$$

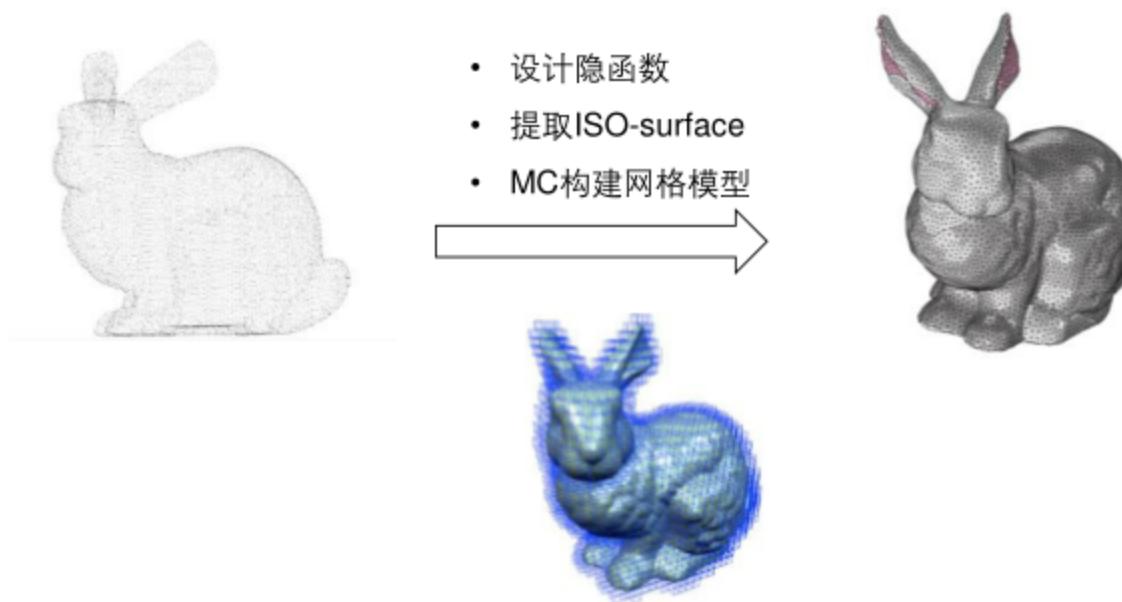
Move to the next cube



李明磊@nuaa

30

2) 隐式建模 Implicit reconstruction

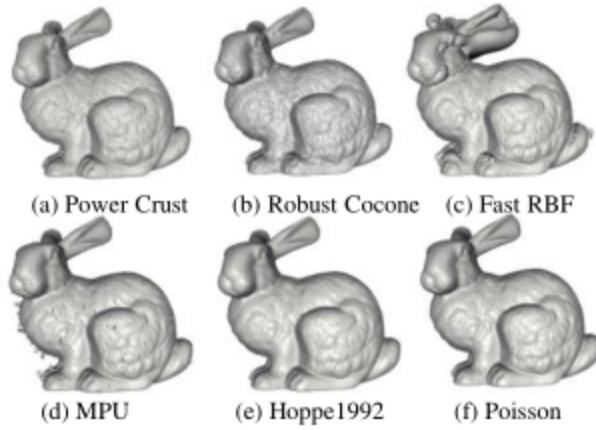


李明磊@nuaa

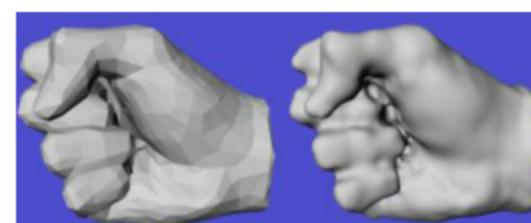
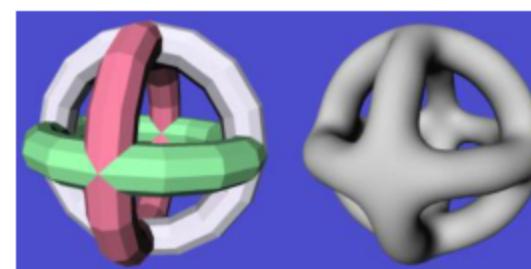
31

2) 隐式建模 Implicit reconstruction

其它不同的隐式函数建模效果比较



MPU: 多级单元划分
Multi-level Partition of the Unity
Poisson 泊松重建



Method	Time	Peak Memory	# of Tris.
Power Crust	380	2653	554,332
Robust Cocone	892	544	272,662
FastRBF	4919	796	1,798,154
MPU	28	260	925,240
Hoppe et al 1992	70	330	950,562
VRIP	86	186	1,038,055
FFT	125	1684	910,320
Poisson	263	310	911,390

Table 2: The running time (in seconds), the peak memory usage (in megabytes), and the number of triangles in the reconstructed surface of the Stanford Bunny generated by the different methods.

显式建模
结果固定

隐式建模
需要合适的参数

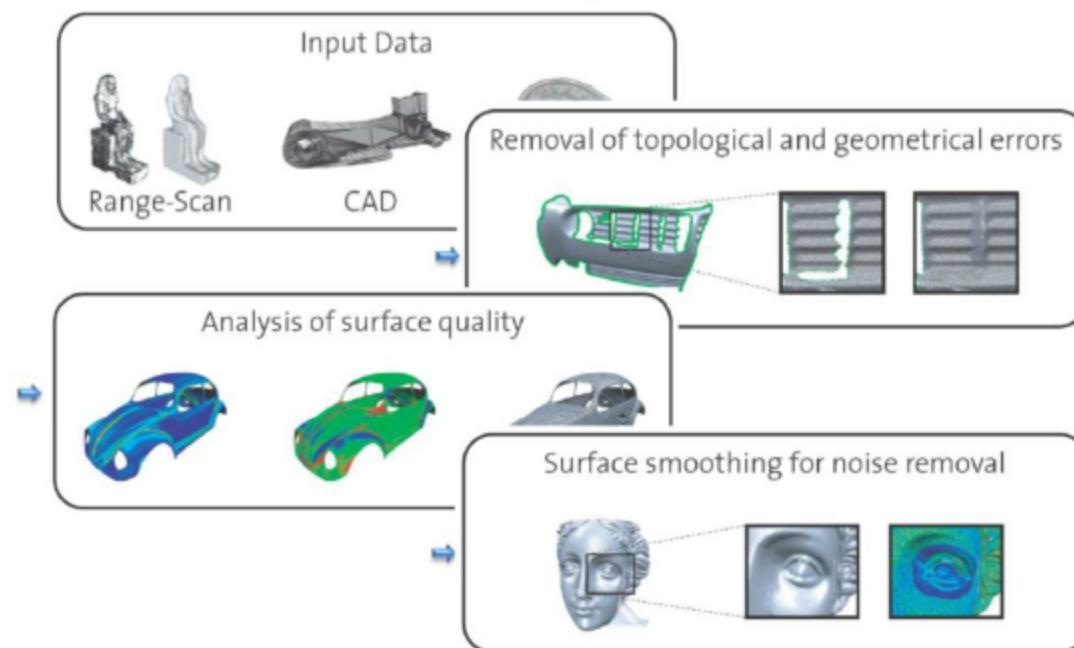
李明磊@nuaa

32

拓展-几何处理

A Geometry Processing Pipeline

Low Level Algorithms

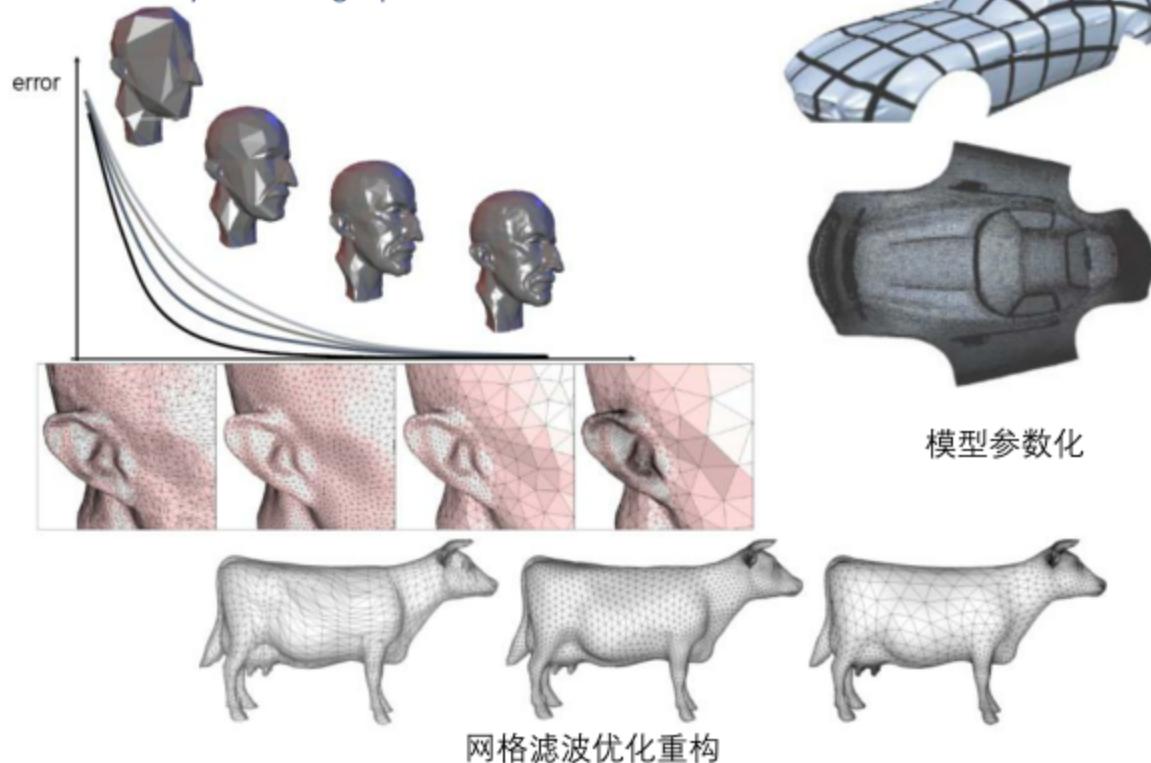


Ref: <http://cs468.stanford.edu/>

33

拓展-几何处理

A Geometry Processing Pipeline



Ref: <http://cs468.stanford.edu/>

34