



机器视觉测量与建模

Machine vision based surveying and modelling



李明磊

南京航空航天大学电子信息工程学院

E-mail: minglei_li@nuaa.edu.cn

1



4. 特征提取与匹配

- 4.1 梯度信息提取
- 4.2 特征点提取
- 4.3 特征匹配技术

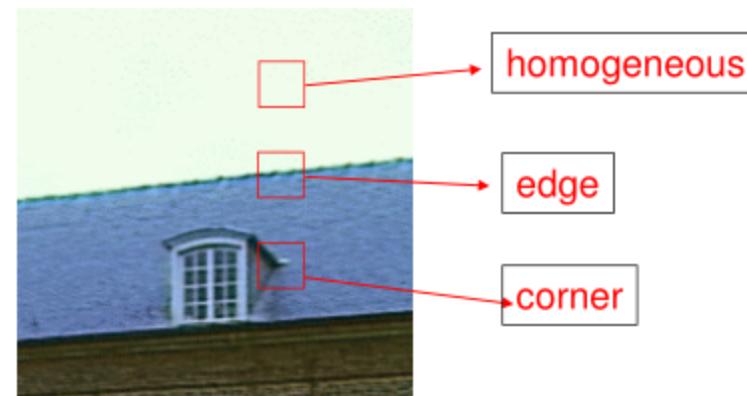
2



特征?

影像的特征通常有多种表达方式，这些方式从各自不同的角度刻画了该特征的某些性质。

Find points that differ as much as possible from all neighboring points



差异性—可检测
特征点应该呈现出区别于非特征点的明显特征



重复性—可匹配
对应同一三维点的特征点应该在不同视角中被重复检测到



李明磊@nuaa

3



特征提取。

- (1) **特异性**，即特征点所在的位置应该呈现出区别于非特征点的明显特性
- (2) **可关联性**，即对应同一个场景点的特征点应该能被重复检测到；
- (3) **稳定性**，提取位置精度以及其分散程度在数学上具有稳定的可表达能力。

特征描述。

特征描述是特征提取的后续，被称为**描述子**（一定维度的特征向量）

- (1) **唯一性**，即不同位置的特征点的描述结果应显著不同，否则在进行特征匹配时，很容易形成匹配歧义；
- (2) **独立性**，即当使用高维向量作为描述子的数学表达时，其特征向量的各个维度间应该保持非相关的独立性，否则可以用降维算法对特征向量进行降维；
- (3) **稳定性**，即在不满光照恒常或刚性结构等预设的假设条件时，描述子仍能够保证获得相似的结果；
- (4) **不变性**，即在不同影像中，同名点对应的特征的描述子能够适应尺度、平移、旋转等变换，反映出相同或相似的数值。

特征匹配

找到不同影像间的同名特征点的对应关系，主要在**特征向量空间**对提取的特征向量进行相似度判别。

李明磊@nuaa

4



4.1 梯度信息提取

(图像的边缘信息)

李明磊@nuaa

5

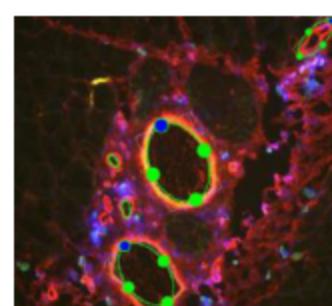


4.1 梯度信息提取

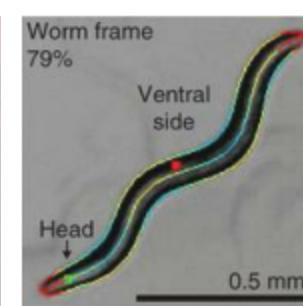
Applications



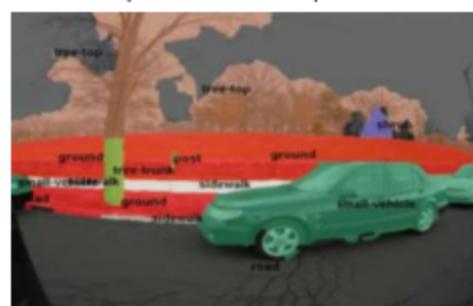
Autonomous Vehicles
(lane line detection)



tissue engineering
(blood vessel counting)



Worm frame
79%
Ventral side
Head ↓
behavioral genetics
(earthworm contours)
0.5 mm



Autonomous Vehicles
(semantic scene segmentation)



Computational Photography
(image inpainting)

李明磊@nuaa

6



4.1 梯度信息提取

Where are the object boundaries?



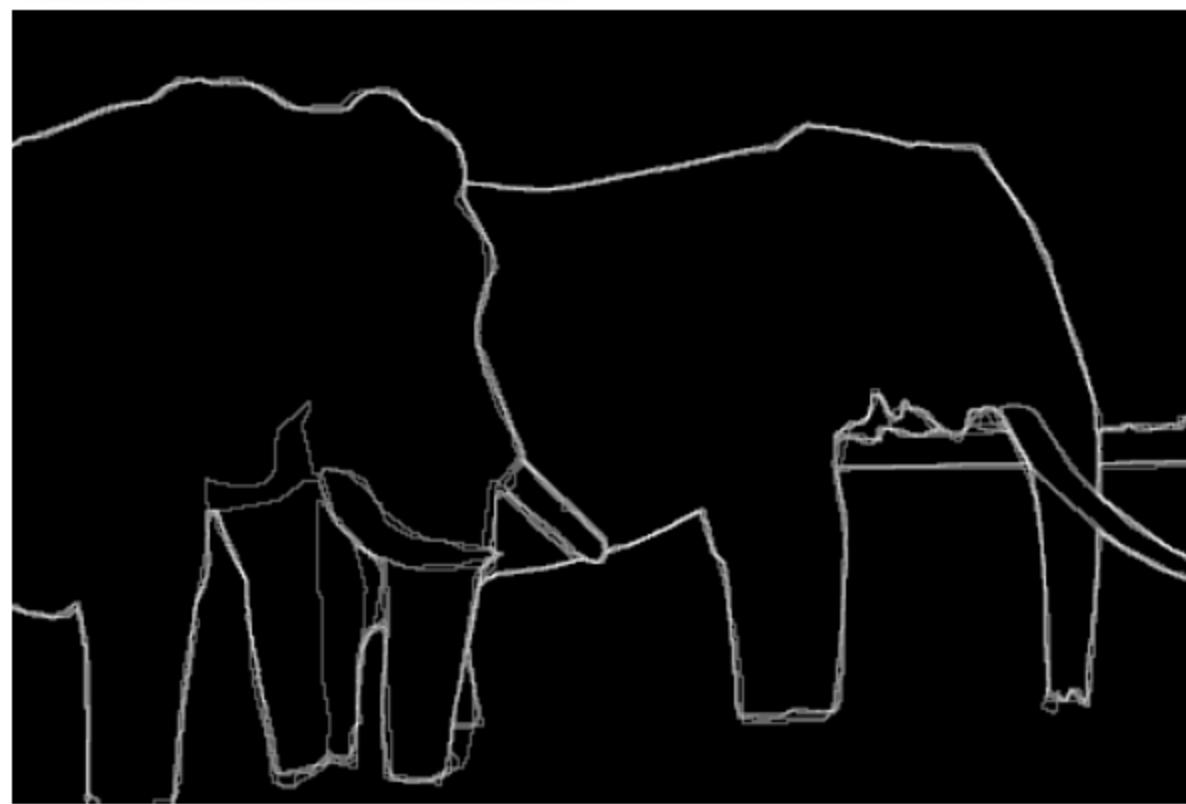
李明磊@nuaa

7



4.1 梯度信息提取

Human annotated boundaries



李明磊@nuaa

8



4.1 梯度信息提取

edge detection



李明磊@nuaa

9



4.1 梯度信息提取

Defining boundaries are hard



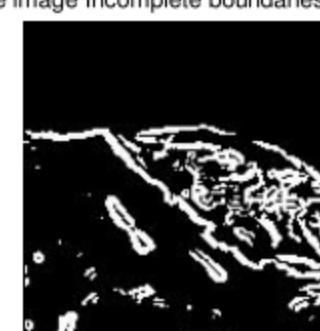
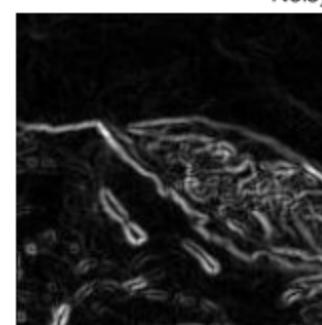
Where is the boundary of the mountain top?



Lines are hard to find



Noisy edge image Incomplete boundaries



Original image

Edge detection

Thresholding

李明磊@nuaa

10

4.1 梯度信息提取

边缘检测方法：微分算子

数字影像作为一个二维离散的空间域函数，基于微分方法的边缘特征提取实际上是基于影像**灰度梯度**的求解方法

$$\nabla G(x, y) = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$\nabla G(x, y)$ 为梯度向量； G_x 表示 x 方向的灰度梯度； G_y 表示 y 方向的灰度梯度

梯度的模值 $|\nabla G(x, y)|$ 和梯度向量所指向的方向 $\alpha(x, y)$ 可按照以下面的公式进行计算

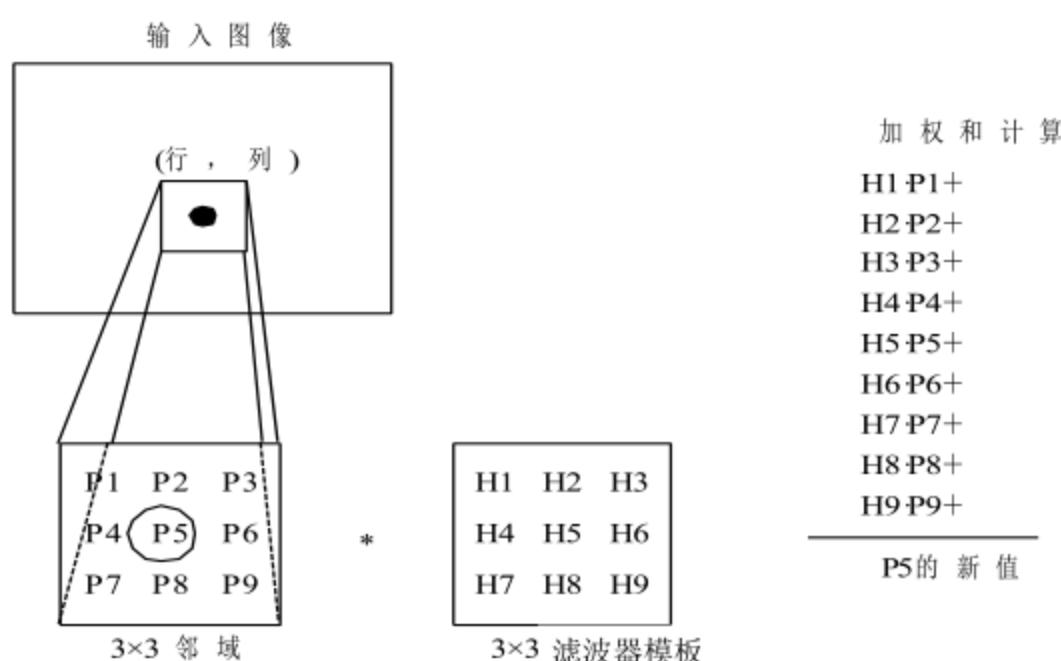
$$|\nabla G(x, y)| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

$$\alpha(x, y) = \arctan(G_y/G_x)$$

李明磊@nuaa

11

空间滤波基础(图像卷积计算)



互相关运算示意图

李明磊@nuaa

12

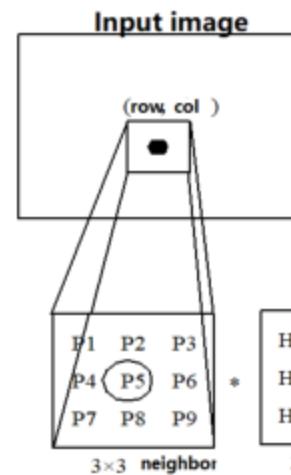
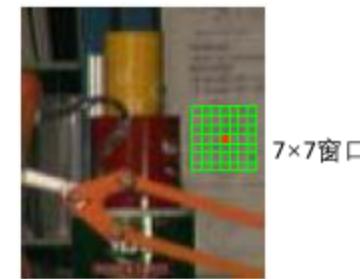


空间滤波基础

the mask

$\frac{1}{9} \times$	1	1	1
	1	1	1
	1	1	1

3×3窗口

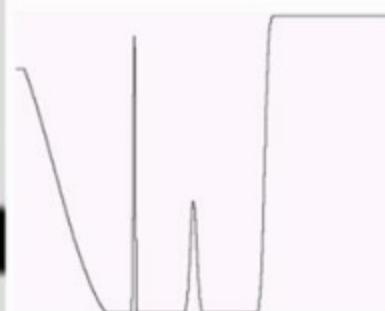
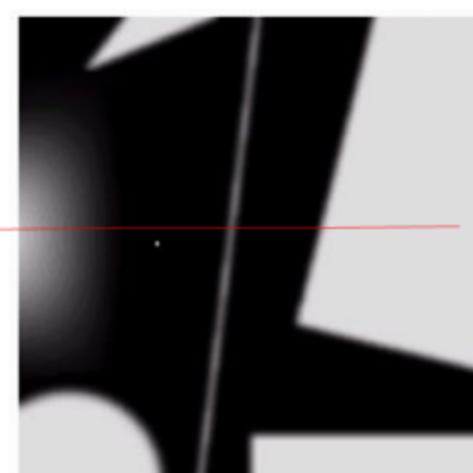


李明磊@nuaa

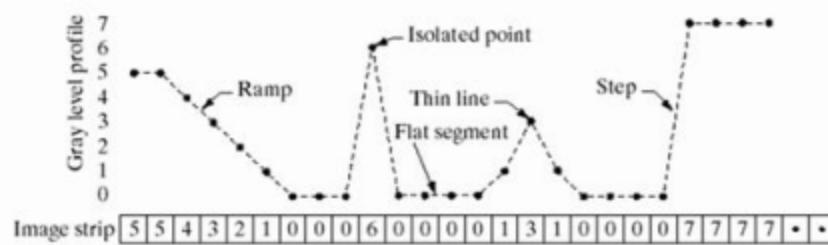
13



沿图像中心并且包含孤立噪声点的一维水平灰度剖面图



像素带



李明磊@nuaa

14

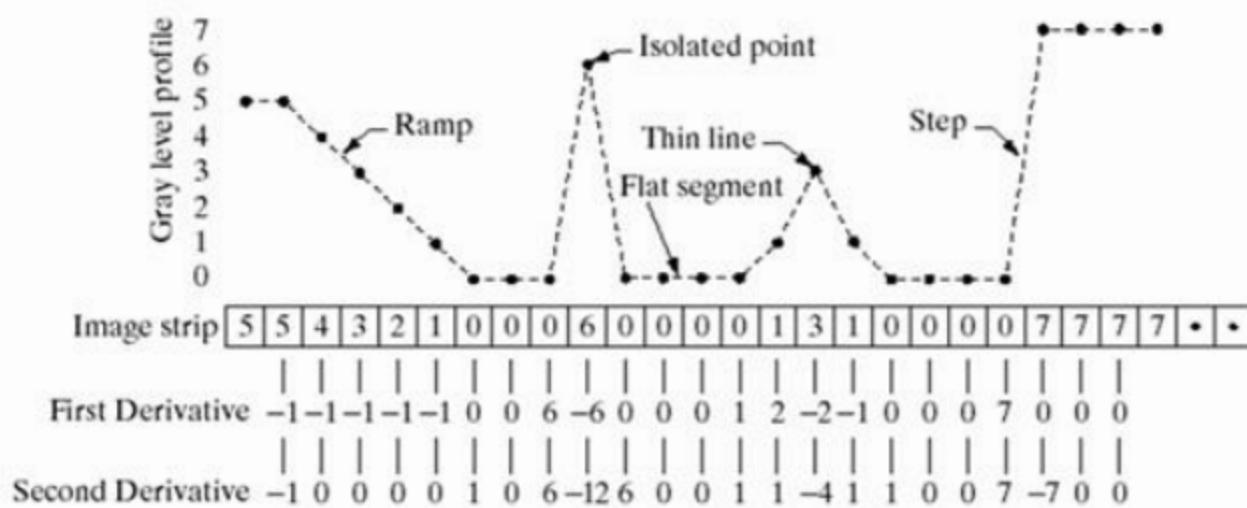
空间滤波基础

一阶微分

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

二阶微分

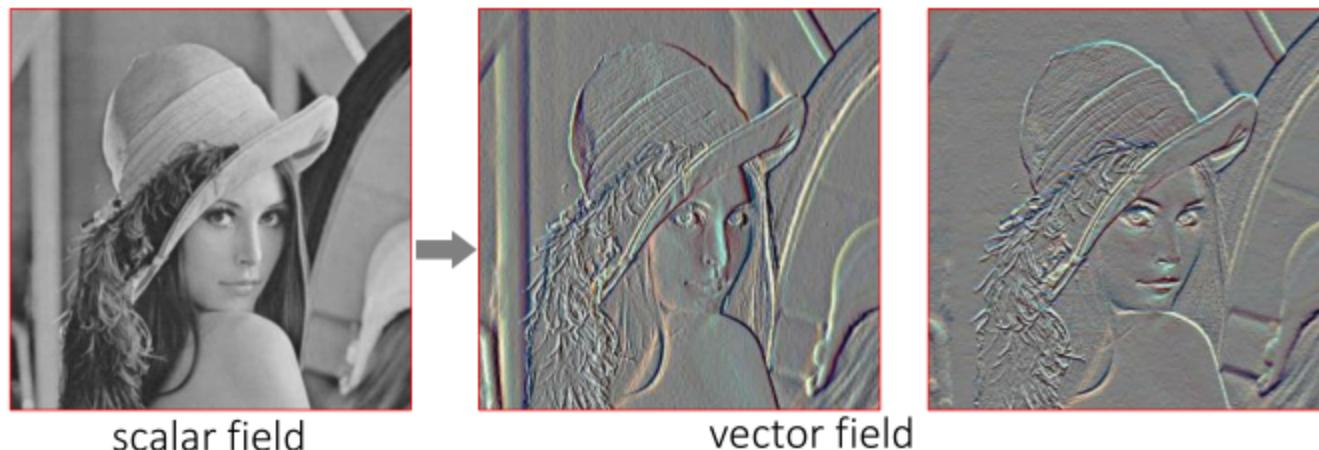
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$



李明磊@nuaa

15

4.1 梯度信息提取



$$I(x, y): \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad \nabla I(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x}(x, y) & \frac{\partial I}{\partial y}(x, y) \end{bmatrix}$$

图像领域
微分 → 差分

$$\frac{\partial I}{\partial x}(x, y) = I(x+1, y) - I(x, y)$$

$$\frac{\partial I}{\partial y}(x, y) = I(x, y+1) - I(x, y)$$

李明磊@nuaa

16

4.1 梯度信息提取

(1) Roberts交叉算子

以对角差分为例，即Roberts交叉算子，它可以描述为使用两个 2×2 的卷积模板对影像进行处理

$$\begin{aligned} G_x &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} * f \\ G_y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} * f \end{aligned} \quad \leftrightarrow \quad \begin{array}{|c|c|} \hline -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Roberts 算子

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1, y+1) - f(x, y)$$

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = f(x+1, y) - f(x, y+1)$$

李明磊@nuaa

17

4.1 梯度信息提取

(2) Prewitt算子

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

定义水平、垂直和两对角线方向的梯度：

$$\text{水平方向: } g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)$$

$$\text{垂直方向: } g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)$$

$$\begin{aligned} \text{对角线方向: } g_x' &= (z_2 + z_3 + z_6) - (z_4 + z_7 + z_8) \\ g_y' &= (z_6 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_4) \end{aligned}$$

该定义下的算子称之为Prewitt算子：

Prewitt 算子:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

水平

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

垂直

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

对角线

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

李明磊@nuaa

18

4.1 梯度信息提取

(3) Sobel算子

Sobel算子是在Prewitt算子的基础上改进的，在中心系数上使用一个权值2，相比较Prewitt算子，Sobel模板能够较好的抑制（平滑）噪声。

$$S_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} * f \quad S_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} * f$$

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

计算公式为：

Sobel算子：

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

水平

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

垂直

0	1	2
-1	0	1
-2	-1	0

对角线

-2	-1	0
-1	0	1
0	1	2

4.1 梯度信息提取

(4) Laplacian算子

拉普拉斯算子（Laplacian Operator）是欧氏空间中的一个二阶微分算子，如果 f 是二维空间的二阶可微的实函数，则 f 的拉普拉斯算子定义为：

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\Delta f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

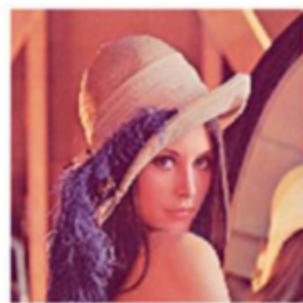
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -9 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

影像中的边缘就是那些灰度发生跳变的区域，所以Laplace锐化模板在边缘检测中很有用。此算子用二次微分正峰和负峰之间的过零点来确定，对孤立点或端点更为敏感，因此特别适用于以突出影像中的孤立点、孤立线或线端点为目的的场合。

同梯度算子一样，拉普拉斯算子也会增强影像中的噪声，有时用拉普拉斯算子进行边缘检测时，可将影像先进行平滑处理。



4.1 梯度信息提取



Lena原始影像



二值化影像



Roberts算子



Prewitt算子



Sobel算子



Laplacian算子

备注：Lena影像是1972年11月号花花公子杂志上的一幅插图，使用最为广泛的测试影像



4.1 梯度信息提取

坎尼边缘检测

4.1 梯度信息提取

坎尼边缘检测

Canny边缘检测由John Canny在1986年首次提出。

Canny发现，在不同视觉系统上对边缘检测的要求较为类似，因此，可以实现一种具有广泛应用意义的边缘检测技术。

思想：

1. 以低的错误率检测边缘，即需要尽可能准确的捕获图像中尽可能多的边缘。
2. 检测到的边缘应精确定位在真实边缘的中心。
3. 图像中给定的边缘应只被标记一次，并且图像的噪声不应产生假的边缘。

Canny边缘检测算法可以分为以下5个步骤：

1. 使用高斯滤波器，以平滑图像，滤除噪声。
2. 计算图像中每个像素点的梯度强度和方向。
3. 应用非极大值抑制（Non-Maximum Suppression），以消除边缘检测带来的杂散响应。
4. 应用双阈值（Double-Threshold）检测来确定真实的和潜在的边缘。
5. 连接分析，抑制孤立的弱边缘最终完成边缘检测。

坎尼边缘检测

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

1. 使用高斯滤波器，以平滑图像，滤除噪声。 $f_s(x, y) = G(x, y) \star f(x, y)$

2. 计算图像中每个像素点的梯度强度和方向。 $g_x = \frac{\partial f_s}{\partial x} \quad g_y = \frac{\partial f_s}{\partial y}$

$$M(x, y) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \quad \alpha(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{g_y}{g_x} \right]$$

3. 应用非极大值抑制（Non-Maximum Suppression），以消除边缘检测带来的杂散响应。
非极大值抑制是一种边缘稀疏技术，非极大值抑制的作用在于“瘦”边。

- (1) 将当前像素的梯度强度与沿正负梯度方向上的两个像素进行比较。
- (2) 如果当前像素的梯度强度与另外两个像素相比最大，则该像素点保留为边缘点，否则该像素点将被抑制

4. 应用双阈值（Double-Threshold）检测来确定真实的和潜在的边缘。

在施加非极大值抑制之后，剩余的像素可以更准确地表示图像中的实际边缘。然而，仍然存在由于噪声和颜色变化引起的一些边缘像素。用弱梯度值过滤边缘像素，并保留具有高梯度值的边缘像素。如果边缘像素的梯度值高于高阈值，则将其标记为强边缘像素；如果边缘像素的梯度值小于高阈值并且大于低阈值，则将其标记为弱边缘像素；如果边缘像素的梯度值小于低阈值，则会被抑制。

5. 连接分析，抑制孤立的弱边缘最终完成边缘检测。

被划分为强边缘的像素点已经被确定为边缘，因为它们是从图像中的真实边缘中提取出来的。

对于弱边缘像素，可以从真实边缘提取也可以是因噪声或颜色变化引起的。

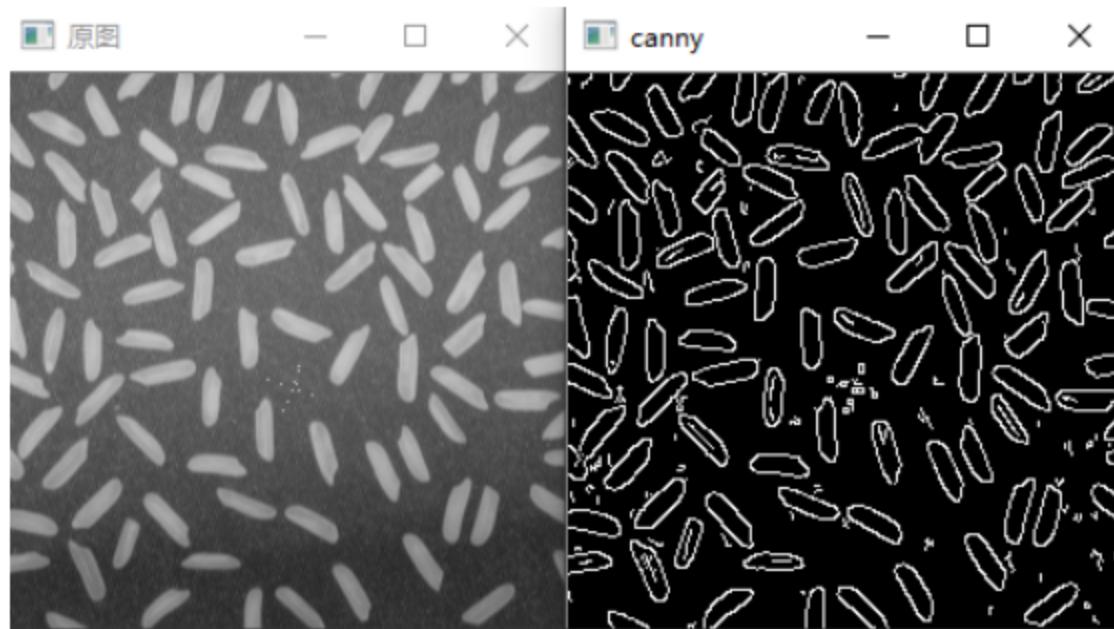
通常，由真实边缘引起的弱边缘像素能够连接到强边缘像素，而噪声响应未能连接。

为了跟踪边缘连接，通过查看弱边缘像素及其8个邻域像素，只要其中一个为强边缘像素，则该弱边缘点就可以保留为真实的边缘。



4.1 梯度信息提取

坎尼边缘检测



李明磊@nuaa

27



4.1 梯度信息提取

霍夫变换检测

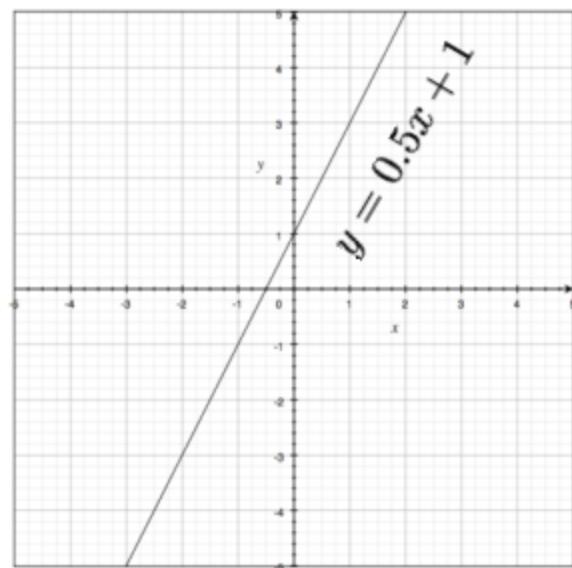
李明磊@nuaa

28



霍夫变换检测直线(Hough transform)

直线方程



Slope intercept form

斜截式

$$y = mx + b$$

↑ ↑
slope y-intercept

直线方程的一般式:

$$Ax + By + C = 0$$

(A、B不同时为0) 【适用于所有直线】

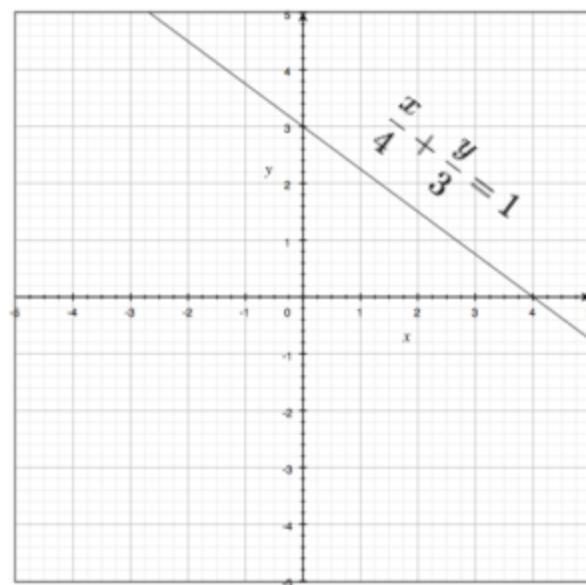
李明磊@nuaa

29



霍夫变换检测直线

直线方程



Double intercept form
截距式

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

↑ ↑
x-intercept y-intercept

Derivation:

$$\begin{aligned}
 & \text{(Similar slope)} \quad \frac{y - b}{x - 0} = \frac{0 - y}{a - x} \\
 & ya + yx - ba + bx = -yx \\
 & ya + bx = ba \\
 & \frac{y}{b} + \frac{x}{a} = 1
 \end{aligned}$$

李明磊@nuaa

30

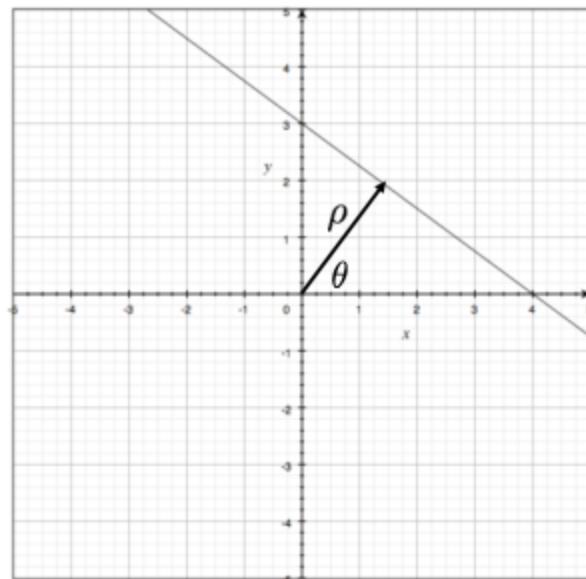


霍夫变换检测直线

直线方程

Normal Form
法线式

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$



Derivation:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\rho}{a} \rightarrow a = \frac{\rho}{\cos \theta} \\ \sin \theta &= \frac{\rho}{b} \rightarrow b = \frac{\rho}{\sin \theta} \\ \text{plug into: } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} &= 1 \\ x \cos \theta + y \sin \theta &= \rho \end{aligned}$$

李明磊@nuaa

31



How would you find the best fitting line?

霍夫变换检测直线

$$y = mx + b$$

variables
parameters

斜截式方程

$$y = mx + b$$

parameters
variables

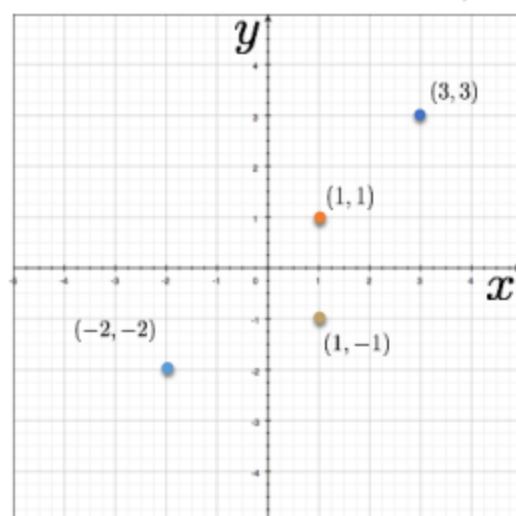
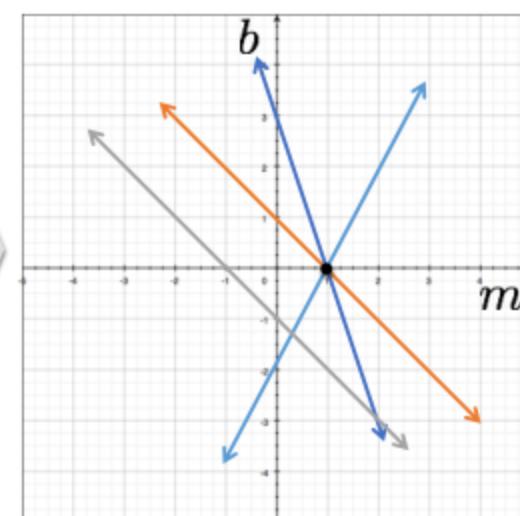


Image space

变量空间
转换到
参数空间



Parameter space

Is this method robust to measurement noise?

Is this method robust to outliers?

李明磊@nuaa

32

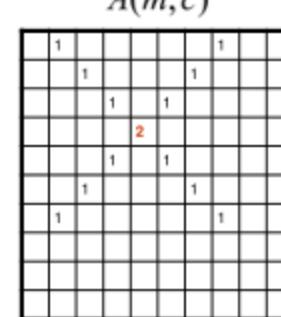
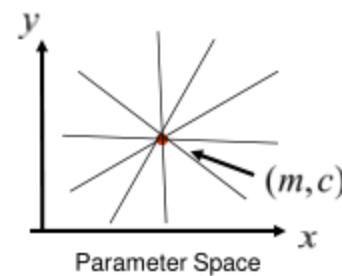


霍夫变换检测直线

Image space → parameter space

★ Algorithm:

1. Quantize Parameter Space (m, c)
2. Create Accumulator Array $A(m, c)$
3. Set $A(m, c) = 0 \quad \forall m, c$
4. For each image edge (x_i, y_i)
For each element in $A(m, c)$
If (m, c) lies on the line: $c = -x_i m + y_i$
Increment $A(m, c) = A(m, c) + 1$
5. Find local maxima in $A(m, c)$



李明磊@nuaa

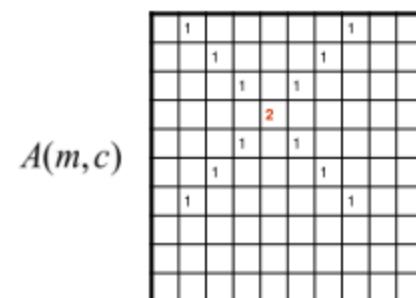
33



霍夫变换检测直线

Problems with parameterization

How big does the accumulator need to be for the parameterization (m, c) ?



The space of m is huge! The space of c is huge!

$$-\infty \leq m \leq \infty$$

$$-\infty \leq c \leq \infty$$

取值范围较大
不容易找到区间

李明磊@nuaa

34



霍夫变换检测直线

Better Parameterization

Use normal form:

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

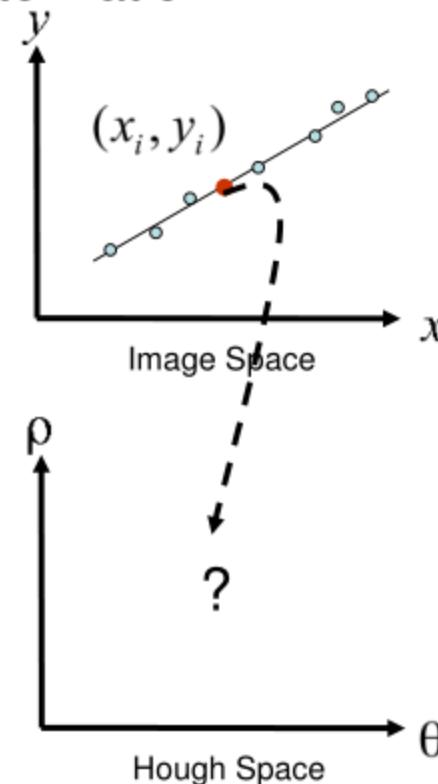
Given points (x_i, y_i) find (ρ, θ)

Hough Space Sinusoid

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$0 \leq \rho \leq \rho_{\max}$$

(Finite Accumulator Array Size)



35

李明磊@nuaa



霍夫变换检测直线

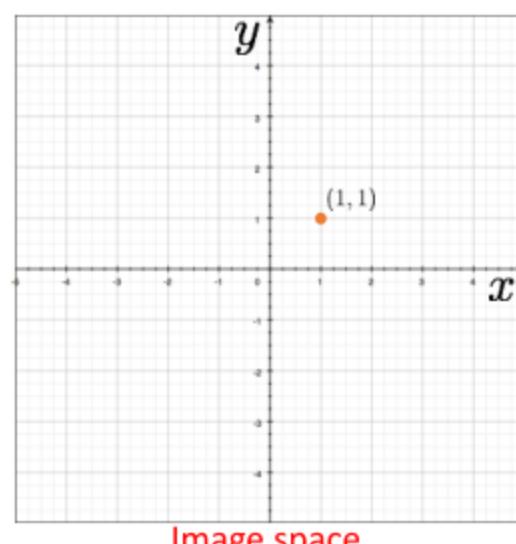
Normal Form 法线式

$$y = mx + b$$

variables
parameters

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

parameters
variables



变量空间
转换到
参数空间
a point
becomes a
wave



李明磊@nuaa

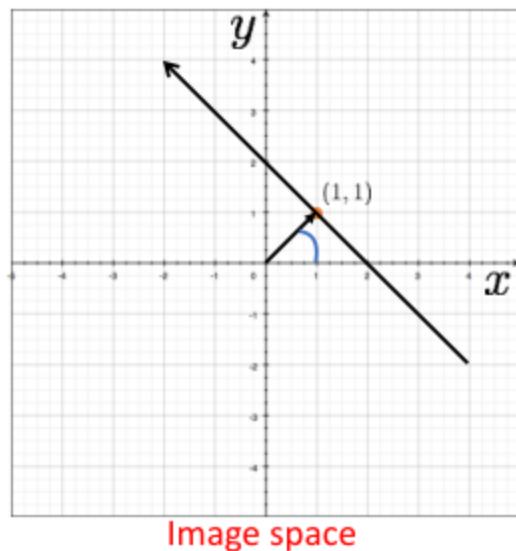
36



霍夫变换检测直线

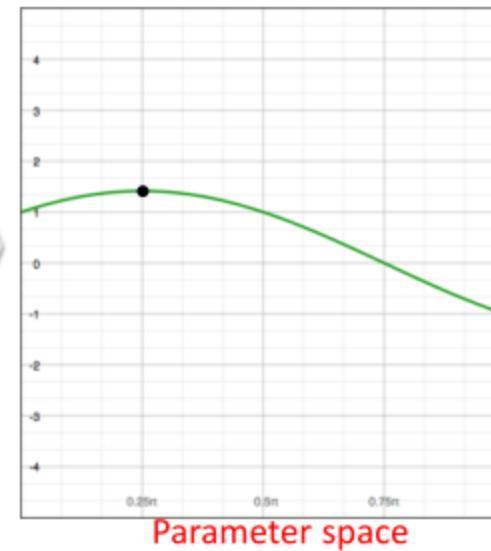
$$y = mx + b$$

variables
parameters



$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

a line becomes a point



李明磊@nuaa

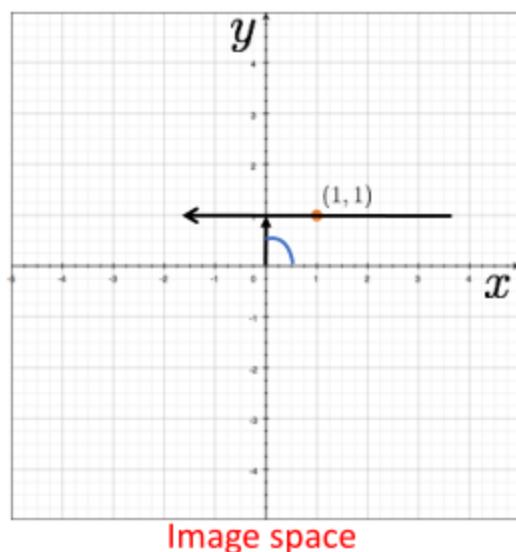
37



霍夫变换检测直线

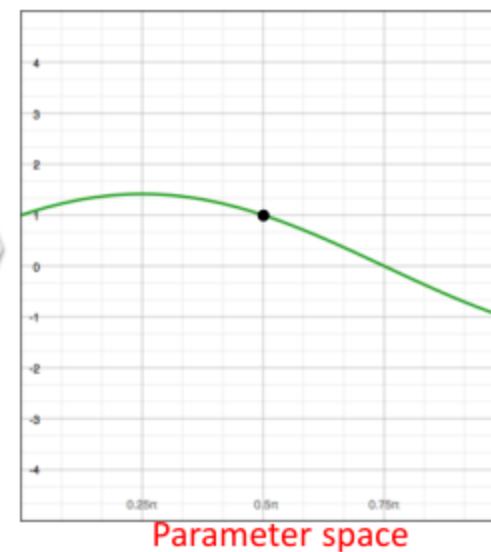
$$y = mx + b$$

variables
parameters



$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

a line becomes a point



李明磊@nuaa

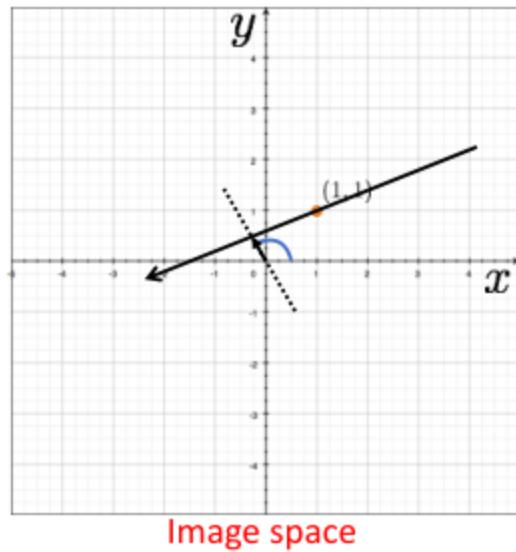
38



霍夫变换检测直线

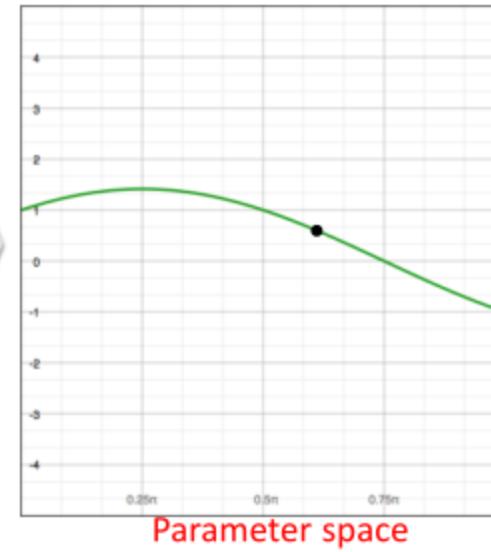
$$y = mx + b$$

variables
parameters



$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

a line becomes a point



李明磊@nuaa

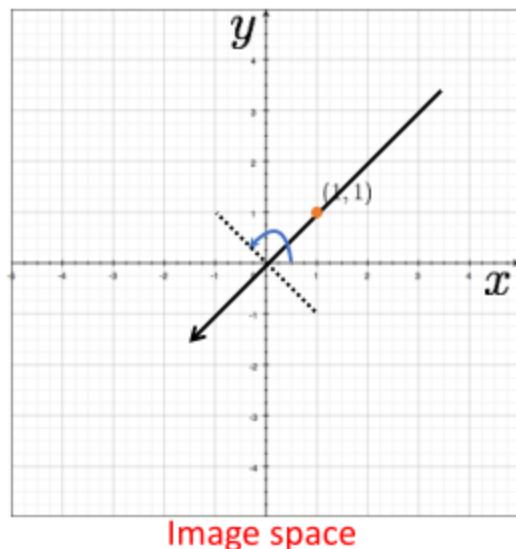
39



霍夫变换检测直线

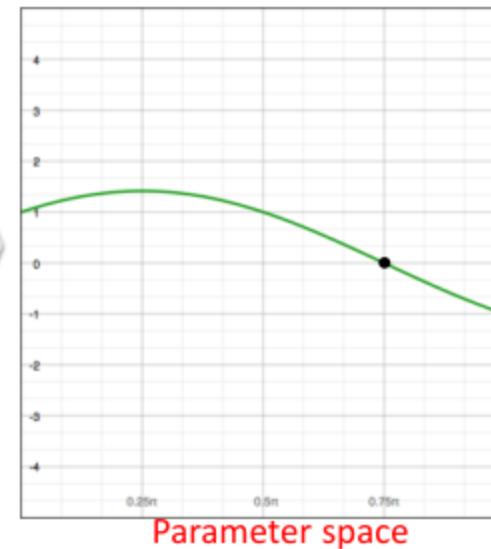
$$y = mx + b$$

variables
parameters



$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

a line becomes a point



李明磊@nuaa

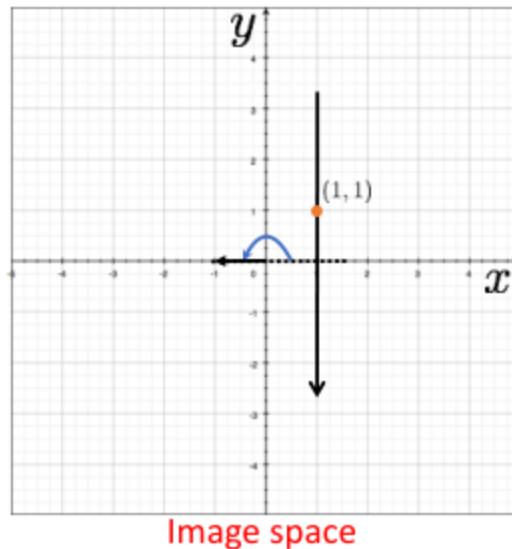
40



霍夫变换检测直线

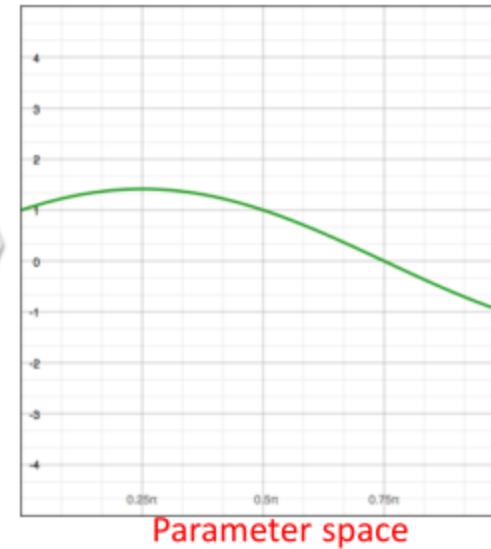
$$y = mx + b$$

variables
parameters



$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

a line
becomes a
point



李明磊@nuaa

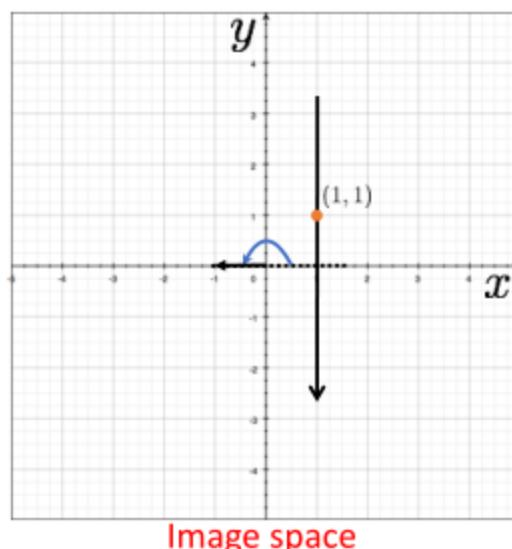
41



霍夫变换检测直线

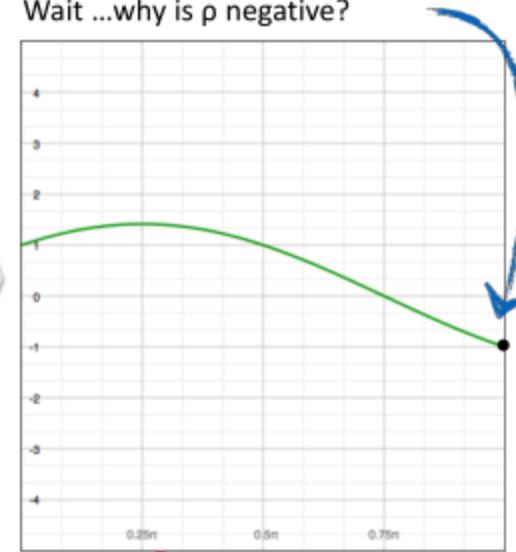
$$y = mx + b$$

variables
parameters



$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

Wait ...why is ρ negative?



李明磊@nuaa

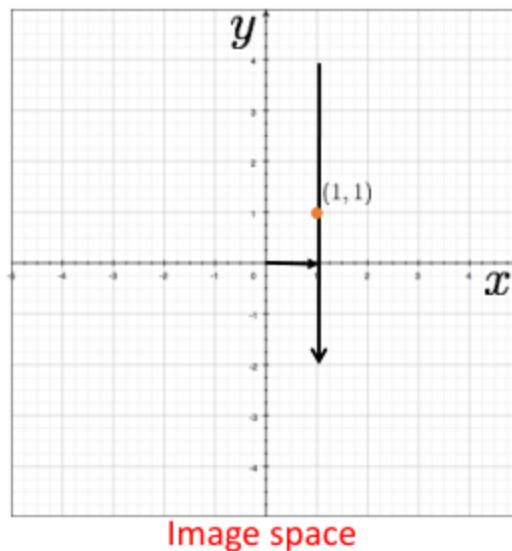
42



霍夫变换检测直线

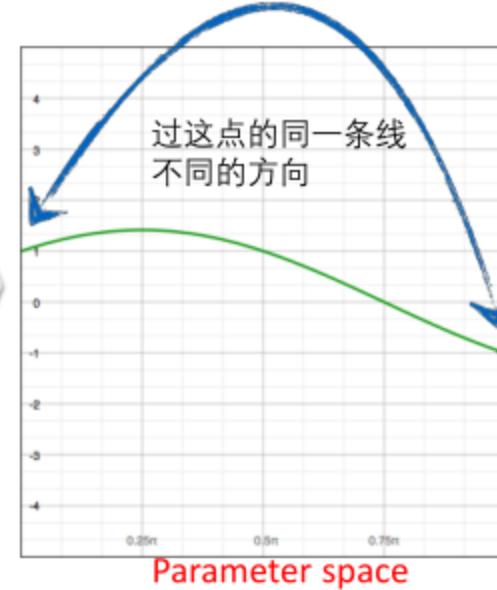
$$y = mx + b$$

variables
parameters



a line becomes a point

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$



李明磊@nuaa

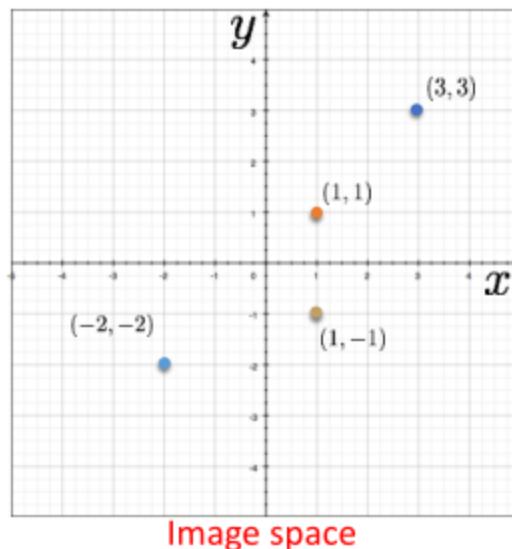
43



霍夫变换检测直线

$$y = mx + b$$

variables
parameters



4 points become ?



李明磊@nuaa

44



霍夫变换检测直线

★ Implementation

1. Initialize accumulator H to all zeros

2. For each `edge point (x, y)` in the image
 - For $\theta = 0$ to 180

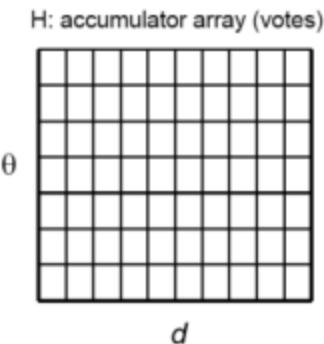
$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$H(\theta, \rho) = H(\theta, \rho) + 1$$
 - end

3. Find the value(s) of (θ, ρ) where $H(\theta, \rho)$ is a local maximum

4. The detected line in the image is given by

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$



NOTE: Watch your coordinates. Image origin is top left!

李明磊@nuaa

45



霍夫变换检测直线

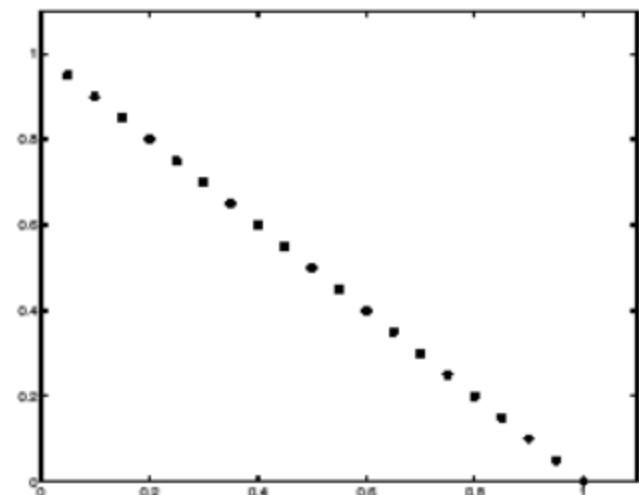
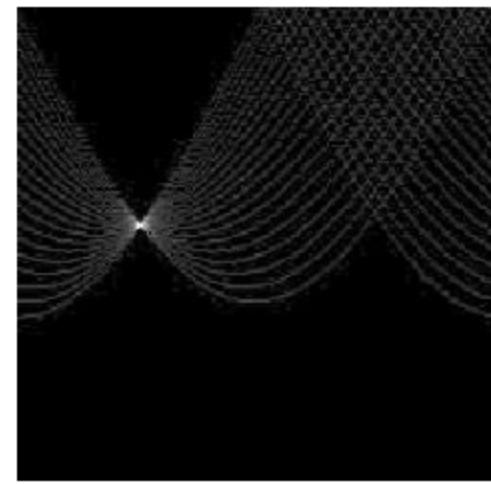


Image space



Votes

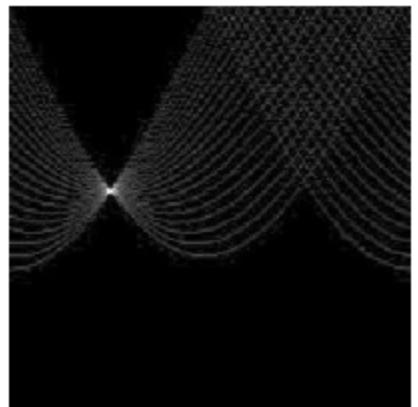
李明磊@nuaa

46

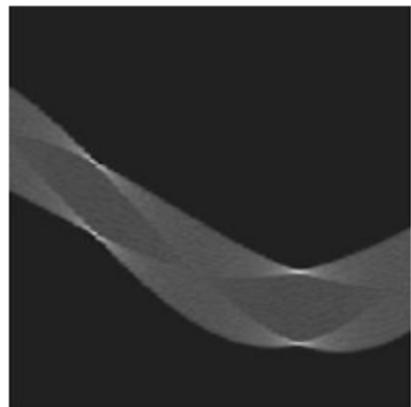


霍夫变换检测直线

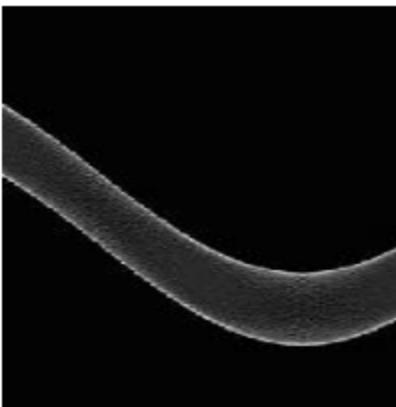
Basic shapes(in parameter space)
can you guess the shape?



line



rectangle



circle



霍夫变换检测直线

In practice, measurements are noisy...

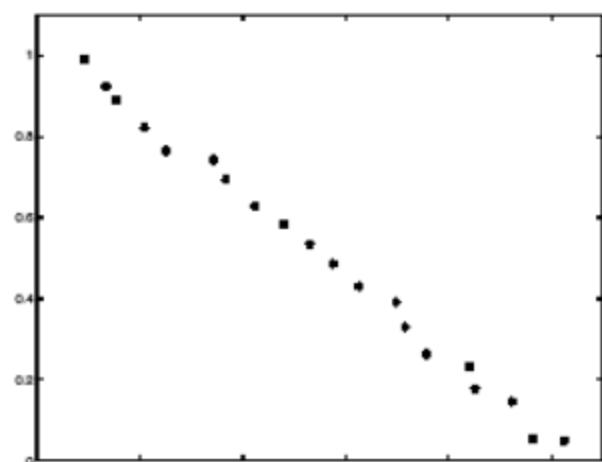
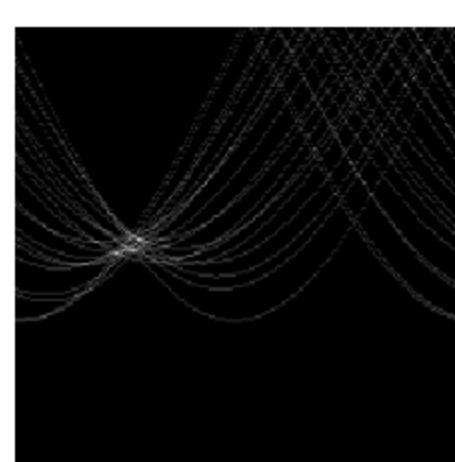


Image space

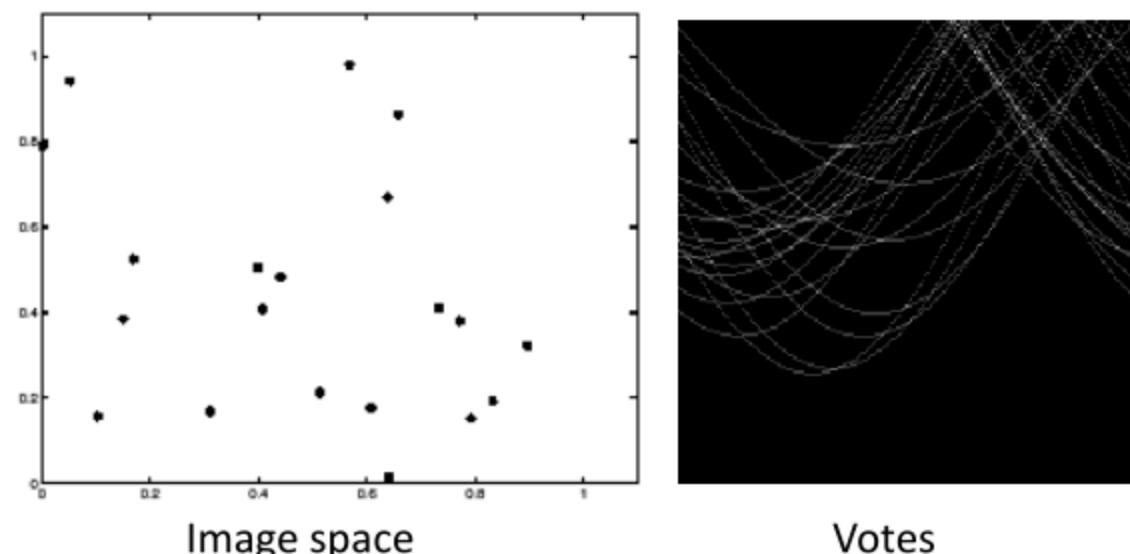


Votes



霍夫变换检测直线

Too much noise ...



霍夫变换检测直线

Real-world example

