

# SZZ 国考生存手册

State Final Examination Survival Kit

Czech Technical University in Prague (FEE)

Yuan Weize

January 2026

## Contents

<b>I 数学基础 / Mathematics Foundation</b>	<b>4</b>
1 线性代数 / Linear Algebra	4
2 数值方法 / Numerical Methods (BE5B01DEN)	7
3 微分方程 / Differential Equations (BE5B01DEN)	11
4 离散数学 / Discrete Mathematics (BE5B01DMG)	15
5 Graph Theory (DMG)	19
5.1 Concepts / 核心概念	19
5.2 Formulas / 公式	19
5.3 Exam Questions / 常考题型	20
6 概率与统计 / Probability & Statistics (BE5B01PRS)	20
<b>II 物理基础 / Physics Foundation</b>	<b>23</b>
7 力学 / Mechanics (BE5B02PH1)	24
8 振动 / Oscillations (BE5B02PH1)	28
9 物理场 / Physical Fields (BE5B02PH1)	30
10 热力学 / Thermodynamics (BE5B02PH2)	33
11 波动与光学 / Waves & Optics (BE5B02PH2)	35
<b>III 电子与计算机核心 / EECS Core</b>	<b>38</b>
12 电路理论 / Circuit Theory (BE5B31ZEO)	39

<b>13 Semiconductors (ELP)</b>	<b>44</b>
13.1 Concepts / 核心概念	44
13.2 Formulas / 公式	44
13.3 Exam Questions / 常考题型	44
<b>14 Analog &amp; Digital Circuits (ELP)</b>	<b>44</b>
14.1 Concepts / 核心概念	44
14.2 Formulas / 公式	44
14.3 Exam Questions / 常考题型	45
<b>15 微处理器 / Microprocessors</b>	<b>45</b>
<b>16 Algorithms (PRG/PGE)</b>	<b>49</b>
16.1 Concepts / 核心概念	49
16.2 Formulas / 公式	49
16.3 Exam Questions / 常考题型	49
<b>IV 专业方向 / Specialization</b>	<b>49</b>
<b>17 Electromagnetic Field Theory (EMT)</b>	<b>49</b>
17.1 Concepts / 核心概念	49
17.2 Formulas / 公式	50
17.3 Exam Questions / 常考题型	50
<b>18 Logic Systems (LSP)</b>	<b>50</b>
18.1 Concepts / 核心概念	50
18.2 Formulas / 公式	51
18.3 Exam Questions / 常考题型	51
<b>19 Signals &amp; Systems (TES)</b>	<b>51</b>
19.1 Concepts / 核心概念	51
19.2 Formulas / 公式	51
19.3 Exam Questions / 常考题型	52
<b>20 Electrical Machines (SP1)</b>	<b>52</b>
20.1 Concepts / 核心概念	52
20.2 Formulas / 公式	52
20.3 Exam Questions / 常考题型	53
<b>21 Materials (MVE)</b>	<b>53</b>
21.1 Concepts / 核心概念	53
21.2 Formulas / 公式	53
21.3 Exam Questions / 常考题型	53
<b>22 Power Systems (EN1/EN2)</b>	<b>54</b>
22.1 Concepts / 核心概念	54
22.2 Formulas / 公式	54
22.3 Exam Questions / 常考题型	54
<b>23 AI &amp; Classification (KUI/RPZ)</b>	<b>55</b>
23.1 Concepts / 核心概念	55
23.2 Formulas / 公式	55
23.3 Exam Questions / 常考题型	55

24 计算机体系结构 / Computer Architecture	56
25 控制系统 / Control Systems	60

## Part I

# 数学基础 / Mathematics Foundation

## 1 线性代数 / Linear Algebra

### 矩阵基础 (Matrix Basics)

概念 (CN): 矩阵的定义、运算和性质

Term (EN): Matrix, Transpose, Inverse, Determinant

基本运算:

- 加法:  $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$  (同尺寸矩阵对应元素相加)
- 乘法:  $(\mathbf{AB})_{ij} = \sum_k a_{ik}b_{kj}$  (行乘列)
- 转置:  $(\mathbf{A}^T)_{ij} = a_{ji}$  (行列互换)

**Key Insight:** Matrix multiplication is NOT commutative:  $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$  in general.

### 核心公式 / Key Formula

行列式 ( $2 \times 2$ ):

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc \quad (1)$$

行列式 ( $3 \times 3$ , 展开):

$$\det(\mathbf{A}) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} \quad (2)$$

其中  $C_{ij}$  是代数余子式。

逆矩阵:

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \text{adj}(\mathbf{A}) \quad (3)$$

逆矩阵存在条件:  $\det(\mathbf{A}) \neq 0$  (非奇异矩阵)

### 线性方程组 (Systems of Linear Equations)

概念 (CN): 求解  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  的方法

Term (EN): Gaussian Elimination, Cramer's Rule, LU Decomposition

矩阵形式:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \quad (4)$$

克莱默法则 (Cramer's Rule):

$$x_i = \frac{\det(\mathbf{A}_i)}{\det(\mathbf{A})} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{A}_i$  是将  $\mathbf{A}$  的第  $i$  列替换为  $\mathbf{b}$ 。

**Key Insight:** Gaussian elimination is more efficient than Cramer's rule for large systems.

### 核心公式 / Key Formula

高斯消元示例:

原方程组:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 3y = 11 \end{cases} \quad (6)$$

增广矩阵:

$$\left( \begin{array}{cc|c} 2 & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 11 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 - 2R_1} \left( \begin{array}{cc|c} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \quad (7)$$

回代:  $y = 1, x = 2$

### 特征值与特征向量 (Eigenvalues & Eigenvectors)

概念 (CN): 满足  $\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$  的标量  $\lambda$  和非零向量  $\mathbf{v}$

Term (EN): Eigenvalue, Eigenvector, Characteristic Polynomial

定义:

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v} \quad \Leftrightarrow \quad (\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (8)$$

求解步骤:

1. 求特征多项式:  $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0$
2. 解出特征值  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$
3. 对每个  $\lambda_i$ , 解  $(\mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{I})\mathbf{v} = \mathbf{0}$  得特征向量

**Key Insight:** Eigenvalues reveal fundamental properties of a matrix (stability, principal directions).

### 核心公式 / Key Formula

$2 \times 2$  矩阵特征值:

对于  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ :

特征多项式:

$$\lambda^2 - (a + d)\lambda + (ad - bc) = 0 \quad (9)$$

简化:

$$\lambda^2 - \text{tr}(\mathbf{A})\lambda + \det(\mathbf{A}) = 0 \quad (10)$$

解:

$$\lambda = \frac{\text{tr}(\mathbf{A}) \pm \sqrt{\text{tr}(\mathbf{A})^2 - 4\det(\mathbf{A})}}{2} \quad (11)$$

## 特征值性质

- $\sum \lambda_i = \text{tr}(\mathbf{A})$  (特征值之和 = 迹)
- $\prod \lambda_i = \det(\mathbf{A})$  (特征值之积 = 行列式)
- 对称矩阵的特征值都是实数
- 正定矩阵的特征值都  $> 0$

## 向量空间 (Vector Spaces)

概念 (CN): 满足向量加法和标量乘法封闭性的集合

Term (EN): Basis, Dimension, Span, Linear Independence

关键概念:

- 线性无关: 没有向量可以表示为其他向量的线性组合
- 基 (Basis): 线性无关且张成整个空间的向量组
- 维度 (Dimension): 基中向量的个数
- 秩 (Rank): 矩阵列空间的维度

**Key Insight:** Rank tells you the "effective" number of independent equations/constraints.

## 核心公式 / Key Formula

秩-零化度定理:

$$\text{rank}(\mathbf{A}) + \text{nullity}(\mathbf{A}) = n \quad (12)$$

其中  $n$  是列数。

齐次方程组解的结构:

- $\text{rank}(\mathbf{A}) = n$ : 唯一解 ( $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ )
- $\text{rank}(\mathbf{A}) < n$ : 无穷多解 (解空间维度  $= n - \text{rank}$ )

### Thesis Connection

线性代数与传感器融合:

你的论文使用 **MPU-6050 (6 轴传感器)** 进行跌倒检测。

传感器融合 (**Kalman Filter**) 用到的线性代数:

- 状态向量:  $\mathbf{x} = [\theta, \dot{\theta}, \omega_{bias}]^T$
- 状态转移矩阵:  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & dt & 0 \\ 0 & 1 & -dt \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 协方差矩阵更新:  $\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}$

**Jan Koller 问题:** "How do you combine Accelerometer and Gyroscope data?"

**答案:** 使用卡尔曼滤波器。加速度计提供绝对姿态 (有噪声), 陀螺仪提供角速度积分 (有漂移)。卡尔曼滤波通过最小化协方差, 融合两者得到最优估计。核心是矩阵运算 (状态预测、协方差更新、卡尔曼增益计算)。

!

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **逆矩阵不存在:**  $\det(\mathbf{A}) = 0$  时矩阵奇异, 无逆!
2. **特征向量方向:** 特征向量乘以任意非零常数仍是特征向量。
3. **矩阵乘法顺序:**  $\mathbf{AB}$  的尺寸是  $(m \times p)$  当  $\mathbf{A}$  是  $m \times n$ ,  $\mathbf{B}$  是  $n \times p$ 。

## 2 数值方法 / Numerical Methods (BE5B01DEN)

### 误差分析 (Error Analysis)

**概念 (CN):** 数值计算中的误差来源和传播

**Term (EN):** Absolute Error, Relative Error, Round-off Error, Truncation Error

误差类型:

- **截断误差 (Truncation Error):** 用有限项近似无限级数 (如泰勒展开)
- **舍入误差 (Round-off Error):** 计算机有限精度表示
- **传播误差 (Propagation Error):** 初始误差在计算中放大

**Key Insight:** In ESP32, floating-point operations use 32-bit precision, causing round-off errors in sensor calculations.

### 核心公式 / Key Formula

绝对误差 (Absolute Error):

$$E_{abs} = |x_{true} - x_{approx}| \quad (13)$$

相对误差 (Relative Error):

$$E_{rel} = \frac{|x_{true} - x_{approx}|}{|x_{true}|} \quad (14)$$

条件数 (Condition Number):

$$\kappa(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| \quad (15)$$

高条件数  $\Rightarrow$  问题对误差敏感 (ill-conditioned)

### 求根方法 - 牛顿法 (Newton's Method)

概念 (CN): 迭代求解方程  $f(x) = 0$  的根

Term (EN): Newton-Raphson Method, Root Finding, Iteration

核心理念: 用切线近似曲线, 切线与 x 轴交点作为新的近似值

收敛性:

- 二次收敛 (Quadratic Convergence): 误差平方减少
- 需要良好的初始值, 否则可能发散
- 在根附近  $f'(x) \approx 0$  时收敛慢

**Key Insight:** Newton's method is the foundation of many optimization algorithms in machine learning.

### 核心公式 / Key Formula

牛顿迭代公式:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (16)$$

示例: 求  $\sqrt{2}$  (即  $f(x) = x^2 - 2 = 0$ )

$$f'(x) = 2x \quad (17)$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - 2}{2x_n} = \frac{x_n + 2/x_n}{2} \quad (18)$$

其他方法对比:

方法	收敛阶	需要导数?
二分法 (Bisection)	1 (线性)	否
牛顿法 (Newton)	2 (二次)	是
割线法 (Secant)	1.618	否



## 数值积分 (Numerical Integration)

概念 (CN): 用离散求和近似定积分

Term (EN): Quadrature, Trapezoidal Rule, Simpson's Rule

基本思想: 将积分区间分成小段, 用简单函数近似

常用方法:

- 矩形法: 用矩形面积近似
- 梯形法: 用梯形面积近似 (更精确)
- Simpson 法: 用抛物线近似 (最精确)

**Key Insight:** Higher-order methods need fewer points for the same accuracy.

## 核心公式 / Key Formula

梯形公式 (Trapezoidal Rule):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \left[ f(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b) \right] \quad (19)$$

其中  $h = \frac{b-a}{n}$ , 误差  $O(h^2)$

Simpson 公式 (Simpson's Rule):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} \left[ f(a) + 4 \sum_{\text{odd}} f(x_i) + 2 \sum_{\text{even}} f(x_i) + f(b) \right] \quad (20)$$

误差  $O(h^4)$ , 需要偶数个区间

## 常微分方程数值解 (Numerical ODE)

概念 (CN): 用离散步进求解 ODE 初值问题

Term (EN): Euler Method, Runge-Kutta, Initial Value Problem (IVP)

问题形式: 给定  $\frac{dy}{dt} = f(t, y)$ ,  $y(t_0) = y_0$ , 求  $y(t)$

欧拉法 (Euler Method):

- 最简单的方法, 一阶精度
- 误差随步长线性增长

龙格-库塔法 (Runge-Kutta):

- RK4 是最常用的四阶方法
- 精度高, 稳定性好

**Key Insight:** ESP32 uses Euler-like integration for sensor fusion (complementary filter).

### 核心公式 / Key Formula

前向欧拉法 (Forward Euler):

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_n, y_n) \quad (21)$$

四阶龙格-库塔 (RK4):

$$k_1 = f(t_n, y_n) \quad (22)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right) \quad (23)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right) \quad (24)$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + h \cdot k_3) \quad (25)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (26)$$

### 线性方程组数值解 (Solving Linear Systems)

概念 (CN): 数值求解  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

Term (EN): Gaussian Elimination, LU Decomposition, Pivoting

高斯消元法:

1. 前向消元: 将矩阵变为上三角形式
2. 回代: 从最后一行开始求解

主元选取 (Pivoting):

- 避免除以零或小数
- 部分主元: 选列中最大元素
- 完全主元: 选整个矩阵最大元素

**Key Insight:** Condition number determines how errors propagate in linear systems.

### Thesis Connection

数值方法与智能家居传感器:

你的论文使用多种数值方法处理传感器数据:

移动平均滤波 (Moving Average):

$$y_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_{n-i} \quad (27)$$

这是一种简单的数值滤波方法, 用于平滑温湿度读数。

互补滤波器 (Complementary Filter):

$$\theta = \alpha \cdot (\theta_{prev} + \omega \cdot dt) + (1 - \alpha) \cdot \theta_{acc} \quad (28)$$

用于融合加速度计和陀螺仪数据, 本质上是数值积分 + 加权平均。

**Jan Koller 问题:** "How do you handle sensor noise?"

**答案:** 使用移动平均滤波 (一种数值方法) 平滑读数, 减少高频噪声。对于姿态估计, 使用互补滤波器结合数值积分。

!

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **牛顿法发散:** 初始值选得不好, 或  $f'(x_0) \approx 0$ 。
2. **Simpson 需要偶数区间:**  $n$  必须是偶数!
3. **条件数:** 高条件数矩阵  $\Rightarrow$  结果不可靠。
4. **步长选择:** 太大  $\Rightarrow$  不精确, 太小  $\Rightarrow$  舍入误差累积。

## 3 微分方程 / Differential Equations (BE5B01DEN)

### 一阶常微分方程 (First Order ODE)

概念 (CN): 含有一阶导数的方程

Term (EN): First Order ODE, Separable, Homogeneous

标准形式:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (29)$$

主要类型:

- 可分离变量:  $\frac{dy}{dx} = g(x)h(y)$
- 一阶线性:  $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$
- 齐次方程:  $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$

**Key Insight:** RC circuit charging is described by a first-order linear ODE.

### 核心公式 / Key Formula

可分离变量方程解法:

$$\frac{dy}{dx} = g(x)h(y) \Rightarrow \int \frac{1}{h(y)} dy = \int g(x) dx + C \quad (30)$$

一阶线性方程解法 (积分因子法):

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \quad (31)$$

积分因子:  $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$

通解:

$$y = \frac{1}{\mu(x)} \left[ \int \mu(x)Q(x)dx + C \right] \quad (32)$$

### 高阶线性常微分方程 (Higher Order Linear ODE)

概念 (CN): 含有二阶及以上导数的线性方程

Term (EN): Second Order ODE, Characteristic Equation, Homogeneous/Non-homogeneous

二阶齐次方程:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \quad (33)$$

常系数情况:  $ay'' + by' + cy = 0$

解法: 用特征方程  $ar^2 + br + c = 0$

**Key Insight:** RLC circuit oscillation is described by a second-order ODE.

### 核心公式 / Key Formula

特征方程  $ar^2 + br + c = 0$ :

判别式:  $\Delta = b^2 - 4ac$

情况	通解
$\Delta > 0$ (两个实根 $r_1, r_2$ )	$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$
$\Delta = 0$ (重根 $r$ )	$y = (C_1 + C_2 x) e^{rx}$
$\Delta < 0$ (共轭复根 $\alpha \pm \beta i$ )	$y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

非齐次方程:  $y = y_h + y_p$  (齐次解 + 特解)

## 线性微分方程组 (Systems of Linear ODE)

概念 (CN): 多个未知函数的微分方程组成的系统

Term (EN): System of ODEs, Matrix Exponential, Phase Portrait

矩阵形式:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (34)$$

解法:

1. 求矩阵  $\mathbf{A}$  的特征值  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$
2. 求对应的特征向量  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots$
3. 通解:  $\mathbf{x}(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} \mathbf{v}_1 + C_2 e^{\lambda_2 t} \mathbf{v}_2 + \dots$

**Key Insight:** Stability of linear systems depends on eigenvalues:  $\text{Re}(\lambda) < 0 \Rightarrow \text{stable}$ .

### 核心公式 / Key Formula

二维系统稳定性:

对于  $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$ , 令  $\lambda_1, \lambda_2$  为特征值:

特征值类型	稳定性
$\lambda_1, \lambda_2 < 0$	稳定结点 (Stable Node)
$\lambda_1, \lambda_2 > 0$	不稳定结点 (Unstable Node)
$\lambda_1 < 0 < \lambda_2$	鞍点 (Saddle) - 不稳定
$\lambda = \alpha \pm \beta i, \alpha < 0$	稳定焦点 (Stable Focus)
$\lambda = \pm \beta i$	中心 (Center) - 边界稳定

## 拉普拉斯变换 (Laplace Transform)

概念 (CN): 将时域函数变换到复频域的积分变换

Term (EN): Laplace Transform, Transfer Function, Inverse Transform

定义:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt \quad (35)$$

ODE 求解步骤:

1. 对方程两边做 Laplace 变换
2. 在  $s$  域求解代数方程
3. 做逆变换回时域

**Key Insight:** Laplace transform converts differential equations into algebraic equations!

## 核心公式 / Key Formula

常用变换表:

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1	$\frac{1}{s}$
$t$	$\frac{1}{s^2}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$f'(t)$	$sF(s) - f(0)$
$f''(t)$	$s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$

## Thesis Connection

微分方程与传感器系统:

你的论文中的传感器系统可以用微分方程建模:

**RC 低通滤波器** (一阶 ODE):

$$RC \frac{dV_{out}}{dt} + V_{out} = V_{in} \quad (36)$$

**陀螺仪角度积分** (初值问题):

$$\theta(t) = \theta_0 + \int_0^t \omega(\tau) d\tau \quad (37)$$

**PID 控制** (微分方程描述):

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (38)$$

**Jan Koller 问题:** "How does your system respond to step inputs?"

**答案:** 系统响应由一阶 ODE 决定。时间常数  $\tau = RC$  决定响应速度。63.2% 的稳态值在  $t = \tau$  时达到。

[!]

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **特征方程:** 不要忘记负号!  $y'' - y = 0$  的特征方程是  $r^2 - 1 = 0$ 。
2. **初值条件:** 通解中的常数由初值条件确定。
3. **稳定性判据:** 所有特征值实部  $< 0$  才稳定!
4. **Laplace 导数:**  $\mathcal{L}\{f'\} = sF(s) - f(0)$ , 不要忘记初值项。

## 4 离散数学 / Discrete Mathematics (BE5B01DMG)

### 命题逻辑 (Propositional Logic)

概念 (CN): 研究命题之间的逻辑关系

Term (EN): Proposition, Logical Connectives, Truth Table, Tautology

逻辑连接词:

- $\neg p$  (NOT): 非
- $p \wedge q$  (AND): 合取
- $p \vee q$  (OR): 析取
- $p \rightarrow q$  (IMPLIES): 蕴含
- $p \leftrightarrow q$  (IFF): 等价

重要等价式:

- $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
- $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$  (德摩根定律)
- $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$  (德摩根定律)

**Key Insight:** Digital logic gates (AND, OR, NOT) implement these operations in hardware.

### 集合论 (Set Theory)

概念 (CN): 研究集合及其运算

Term (EN): Set, Subset, Union, Intersection, Cardinality

基本运算:

- $A \cup B$ : 并集 (Union)
- $A \cap B$ : 交集 (Intersection)
- $A \setminus B$ : 差集 (Difference)
- $A^c$ : 补集 (Complement)
- $A \times B$ : 笛卡尔积 (Cartesian Product)

幂集:  $\mathcal{P}(A)$  包含  $A$  的所有子集,  $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$

**Key Insight:** Set operations correspond to logical operations via indicator functions.

## 核心公式 / Key Formula

容斥原理 (Inclusion-Exclusion):

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \quad (39)$$

三个集合:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \quad (40)$$

集合基数:

- $|\mathbb{N}| = \aleph_0$  (可数无穷)
- $|\mathbb{R}| = \mathfrak{c}$  (连续统)
- $|\mathfrak{c}| > |\aleph_0|$  (康托定理)

## 数论 (Number Theory)

概念 (CN): 研究整数的性质

Term (EN): Divisibility, Modular Arithmetic, GCD, Prime

模运算:

$$a \equiv b \pmod{n} \Leftrightarrow n \mid (a - b) \quad (41)$$

模运算性质:

- $(a + b) \bmod n = ((a \bmod n) + (b \bmod n)) \bmod n$
- $(a \cdot b) \bmod n = ((a \bmod n) \cdot (b \bmod n)) \bmod n$

最大公约数 (GCD): 用欧几里得算法求解

Key Insight: Cryptography (RSA) relies heavily on modular arithmetic.

## 核心公式 / Key Formula

欧几里得算法 (Euclidean Algorithm):

$$\gcd(a, b) = \gcd(b, a \bmod b), \quad \gcd(a, 0) = a \quad (42)$$

扩展欧几里得: 求  $ax + by = \gcd(a, b)$  的整数解

费马小定理:

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \quad (\text{if } p \text{ is prime, } \gcd(a, p) = 1) \quad (43)$$

欧拉定理:

$$a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n} \quad (\text{if } \gcd(a, n) = 1) \quad (44)$$



## 组合数学 (Combinatorics)

概念 (CN): 研究有限集合的计数和排列

Term (EN): Permutation, Combination, Binomial Coefficient

排列 (Permutation): 有序选择

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n - k)!} \quad (45)$$

组合 (Combination): 无序选择

$$C(n, k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!} \quad (46)$$

**Key Insight:** Combinations count subsets; permutations count arrangements.

## 核心公式 / Key Formula

二项式定理:

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k} \quad (47)$$

帕斯卡恒等式:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} \quad (48)$$

鸽巢原理 (Pigeonhole Principle):

$$\text{If } n + 1 \text{ objects are placed in } n \text{ boxes, at least one box contains } \geq 2 \text{ objects.} \quad (49)$$

## 图论 (Graph Theory)

概念 (CN): 研究由顶点和边组成的结构

Term (EN): Vertex, Edge, Adjacency, Path, Cycle, Connected, Tree

基本定义:

- 图 (Graph):  $G = (V, E)$ , 顶点集和边集
- 度 (Degree): 顶点连接的边数
- 路径 (Path): 不重复顶点的边序列
- 环 (Cycle): 起点=终点的路径
- 树 (Tree): 连通无环图

**Key Insight:** Network topology (Star, Mesh) is a graph theory problem.

## 核心公式 / Key Formula

握手定理 (Handshaking Lemma):

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E| \quad (50)$$

树的性质:

- $|E| = |V| - 1$
- 任意两点之间有唯一路径
- 移除任意边使图不连通

欧拉路径/回路:

- 欧拉路径存在  $\Leftrightarrow$  恰有 0 或 2 个奇度顶点
- 欧拉回路存在  $\Leftrightarrow$  所有顶点度数为偶数

## 图算法 (Graph Algorithms)

概念 (CN): 在图上进行搜索和优化

Term (EN): BFS, DFS, Dijkstra, Shortest Path

广度优先搜索 (BFS):

- 使用队列 (Queue)
- 按层遍历
- 找到的是最短路径 (无权图)

深度优先搜索 (DFS):

- 使用栈 (Stack) 或递归
- 尽可能深入
- 用于检测环、拓扑排序

Dijkstra 算法:

- 求加权图的最短路径
- 时间复杂度  $O(|V|^2)$  或  $O(|E| \log |V|)$  (使用堆)

**Key Insight:** Routing protocols (OSPF) use Dijkstra's algorithm.

## Thesis Connection

离散数学与智能家居网络:

你的论文使用图论概念描述网络拓扑:

MQTT 网络拓扑:

- **星型拓扑 (Star):** 所有设备连接到中心 Broker (你的设计)
- 图表示:  $G = (V, E)$ ,  $|V| = n + 1$ ,  $|E| = n$
- 这是一棵树! 满足  $|E| = |V| - 1$

模运算应用:

- CRC 校验使用模 2 运算
- 时间戳循环使用模  $2^{32}$  运算

**Jan Koller 问题:** "What is the network topology of your system?"

**答案:** 星型拓扑 (Star Topology)。所有 ESP32 设备作为叶节点连接到中心 MQTT Broker。这是一棵树结构, 优点是简单、易管理, 缺点是单点故障。

!

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **模运算:**  $(a - b) \bmod n \neq (a \bmod n) - (b \bmod n)$ , 可能为负!
2. **组合 vs 排列:** 注意题目是否要求顺序。
3. **欧拉路径 vs 回路:** 0 个奇度顶点是回路, 2 个奇度顶点是路径。
4. **BFS vs DFS:** BFS 找最短路径 (无权), DFS 不一定。

## 5 Graph Theory (DMG)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Core Concept:** 图论基础。重点是树 (Trees)、最短路径 (Dijkstra)、遍历 (BFS/DFS) 和图的连通性。
- **Key Formula:** ...
- **Watch Out:** Common exam pitfalls.

### 5.1 Concepts / 核心概念

Vertex, Edge, Path, Cycle, Tree, Component

图论基础。重点是树 (Trees)、最短路径 (Dijkstra)、遍历 (BFS/DFS) 和图的连通性。

### 5.2 Formulas / 公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (51)$$

### 5.3 Exam Questions / 常考题型

- Define ...
- Calculate ...

## 6 概率与统计 / Probability & Statistics (BE5B01PRS)

### 概率基础 (Basic Probability)

**概念 (CN):** 随机事件发生可能性的度量

**Term (EN):** Sample Space, Event, Probability, Conditional Probability

概率公理:

1.  $P(A) \geq 0$  (非负性)
2.  $P(\Omega) = 1$  (规范性)
3.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  if  $A \cap B = \emptyset$  (可加性)

条件概率:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (52)$$

独立事件:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

**Key Insight:** Sensor readings have inherent randomness; probability models this uncertainty.

### 核心公式 / Key Formula

贝叶斯定理 (Bayes' Theorem):

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad (53)$$

全概率公式:

$$P(B) = \sum_i P(B|A_i) \cdot P(A_i) \quad (54)$$

贝叶斯展开形式:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i) \cdot P(A_i)}{\sum_j P(B|A_j) \cdot P(A_j)} \quad (55)$$

## 概率分布 (Probability Distributions)

概念 (CN): 描述随机变量取值的概率

Term (EN): PMF, PDF, CDF, Expected Value, Variance

离散分布 (PMF):

- 伯努利 (Bernoulli): 单次试验, 成功概率  $p$
- 二项 (Binomial):  $n$  次独立试验中成功次数
- 泊松 (Poisson): 单位时间内事件发生次数

连续分布 (PDF):

- 均匀 (Uniform): 等概率
- 指数 (Exponential): 等待时间
- 正态/高斯 (Normal/Gaussian): 钟形曲线

**Key Insight:** Sensor noise is often modeled as Gaussian distribution.

## 核心公式 / Key Formula

常用分布:

二项分布:  $X \sim \text{Bin}(n, p)$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad E[X] = np, \quad \text{Var}(X) = np(1-p) \quad (56)$$

泊松分布:  $X \sim \text{Pois}(\lambda)$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad E[X] = \text{Var}(X) = \lambda \quad (57)$$

正态分布:  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (58)$$

标准正态:  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1)$

## 参数估计 (Parameter Estimation)

概念 (CN): 从样本数据估计总体参数

Term (EN): Point Estimate, Maximum Likelihood, Confidence Interval

点估计:

- 样本均值:  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  估计  $\mu$
- 样本方差:  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  估计  $\sigma^2$

最大似然估计 (MLE):

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \mathcal{L}(\theta | \text{data}) \quad (59)$$

**Key Insight:** Kalman filter uses Bayesian estimation to optimally fuse sensor data.

## 核心公式 / Key Formula

置信区间 (Confidence Interval):

正态总体, 已知  $\sigma$ :  $\mu$  的  $(1 - \alpha)$  置信区间

$$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (60)$$

正态总体, 未知  $\sigma$ : 使用 t 分布

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (61)$$

常用 z 值:  $z_{0.025} = 1.96$  (95% 置信度)

## 假设检验 (Hypothesis Testing)

概念 (CN): 根据样本数据判断假设是否成立

Term (EN): Null Hypothesis, p-value, Type I/II Error

基本步骤:

1. 提出原假设  $H_0$  和备择假设  $H_1$
2. 选择检验统计量
3. 计算 p-value 或临界值
4. 拒绝或接受  $H_0$

错误类型:

- **Type I Error ( $\alpha$ ):** 拒绝真的  $H_0$  (假阳性)
- **Type II Error ( $\beta$ ):** 接受假的  $H_0$  (假阴性)

**Key Insight:** Threshold tuning in fall detection is a hypothesis testing problem.

## Thesis Connection

概率统计与传感器融合:

你的论文使用概率方法处理不确定性:

传感器噪声建模:

$$\text{Measurement} = \text{True Value} + \text{Noise}, \quad \text{Noise} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad (62)$$

贝叶斯滤波 (Kalman Filter 核心):

$$P(\text{State}|\text{Measurement}) \propto P(\text{Measurement}|\text{State}) \cdot P(\text{State}) \quad (63)$$

跌倒检测阈值:

- 阈值过低: 高 False Positive (Type I Error)
- 阈值过高: 高 False Negative (Type II Error)

**Jan Koller 问题:** "How did you determine the fall detection threshold?"

**答案:** 通过实验收集正常活动和跌倒数据, 分析加速度分布。选择阈值使 False Positive 和 False Negative 之间取得平衡。这本质上是一个假设检验问题。

## !

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. 条件概率方向:  $P(A|B) \neq P(B|A)$ !
2. 样本方差: 分母是  $n - 1$ , 不是  $n$  (无偏估计)。
3. **p-value** 解释: p-value 不是  $H_0$  为真的概率!
4. 标准化: 使用 z-score 前确保是正态分布。

## Part II

# 物理基础 / Physics Foundation

## 7 力学 / Mechanics (BE5B02PH1)

### 运动学 (Kinematics)

概念 (CN): 描述物体运动, 不考虑力

Term (EN): Position, Velocity, Acceleration, Trajectory

基本量:

- 位移 (Displacement):  $\vec{r}(t)$  - 矢量
- 速度 (Velocity):  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  - 位移的导数
- 加速度 (Acceleration):  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  - 速度的导数

匀加速运动:

- 直线运动:  $a = \text{const}$
- 抛体运动:  $\vec{a} = -g\hat{j}$
- 圆周运动: 向心加速度  $a_c = \frac{v^2}{r}$

**Key Insight:** Accelerometer measures acceleration; integrating twice gives position.

### 核心公式 / Key Formula

匀加速运动公式:

$$v = v_0 + at \quad (64)$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (65)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (66)$$

圆周运动:

$$v = \omega r \quad (\text{线速度}) \quad (67)$$

$$a_c = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \quad (\text{向心加速度}) \quad (68)$$

角加速度:  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$



## 牛顿运动定律 (Newton's Laws)

概念 (CN): 力与运动的基本关系

Term (EN): Force, Mass, Inertia, Momentum

三大定律:

第一定律 (惯性定律): 物体在没有外力作用时保持静止或匀速直线运动。

第二定律 (运动定律):

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (69)$$

第三定律 (作用-反作用): 作用力与反作用力大小相等、方向相反。

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (70)$$

**Key Insight:**  $F = ma$  is the foundation of accelerometer-based motion detection.

## 核心公式 / Key Formula

常见力:

重力:  $\vec{F}_g = m\vec{g}$ ,  $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$

摩擦力:  $f = \mu N$  (静摩擦/动摩擦)

弹簧力 (Hooke's Law):  $F = -kx$

向心力:  $F_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$

动量:  $\vec{p} = m\vec{v}$

动量定理:  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

## 功与能 (Work and Energy)

概念 (CN): 能量是做功的能力

Term (EN): Work, Kinetic Energy, Potential Energy, Conservation

功 (Work):

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot d \cdot \cos \theta \quad (71)$$

动能 (Kinetic Energy):

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (72)$$

势能 (Potential Energy):

- 重力势能:  $E_p = mgh$
- 弹性势能:  $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

**Key Insight:** Energy conservation helps analyze fall detection thresholds.

### 核心公式 / Key Formula

功-能定理:  $W_{net} = \Delta E_k$

机械能守恒 (仅保守力做功):

$$E_k + E_p = \text{const} \quad (73)$$

功率 (Power):

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (74)$$

自由落体能量:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} \quad (75)$$

### 刚体力学 (Rigid Body Mechanics)

概念 (CN): 有体积和形状的物体的运动

Term (EN): Torque, Moment of Inertia, Angular Momentum

力矩 (Torque):

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (76)$$

转动惯量 (Moment of Inertia):

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad \text{or} \quad I = \int r^2 dm \quad (77)$$

转动定律:

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \quad (78)$$

**Key Insight:** Gyroscope measures angular velocity  $\omega$  of rotation.

### 核心公式 / Key Formula

常见转动惯量:

物体	转动惯量 (绕中心轴)
细棒 (Rod)	$\frac{1}{12}ML^2$
圆盘 (Disk)	$\frac{1}{2}MR^2$
圆环 (Ring)	$MR^2$
实心球 (Solid Sphere)	$\frac{2}{5}MR^2$

平行轴定理:  $I = I_{cm} + Md^2$

角动量:  $L = I\omega$

角动量守恒:  $\tau_{ext} = 0 \Rightarrow L = \text{const}$

## Thesis Connection

### 力学与可穿戴传感器:

你的论文使用加速度计检测跌倒，直接应用了牛顿第二定律:

加速度计原理:

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m} \quad (79)$$

MEMS 加速度计测量作用在悬浮质量块上的惯性力。

跌倒检测:

- 自由落体阶段:  $a \approx 0$  (失重)
- 撞击阶段:  $a \gg g$  (冲击)

陀螺仪原理: 测量角速度  $\omega$ ，基于科里奥利力:

$$F_{\text{Coriolis}} = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v}) \quad (80)$$

**Jan Koller 问题:** "How does your accelerometer work?"

**答案:** MEMS 加速度计使用悬浮质量块。当设备加速时，质量块由于惯性 ( $F = ma$ ) 产生相对位移。这个位移改变电容，转换为电信号。它测量的是「真实加速度 + 重力」的叠加。

## !

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **矢量方向:** 力、速度、加速度都是矢量，注意正负号!
2. **圆周运动:** 向心力  $\neq$  实际力，是合力的效果。
3. **能量守恒:** 只有保守力（重力、弹力）做功时适用。
4. **转动 vs 平动:** 转动用  $\tau = I\alpha$ ，平动用  $F = ma$ 。

## 8 振动 / Oscillations (BE5B02PH1)

### 简谐运动 (Simple Harmonic Motion)

概念 (CN): 回复力与位移成正比的周期运动

Term (EN): SHM, Angular Frequency, Amplitude, Phase

定义: 物体在回复力  $F = -kx$  作用下的运动

运动方程:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (81)$$

解:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (82)$$

其中:

- $A$ : 振幅 (Amplitude)
- $\omega = \sqrt{k/m}$ : 角频率 (Angular Frequency)
- $\phi$ : 初相位 (Initial Phase)

**Key Insight:** Crystal oscillator in ESP32 uses mechanical resonance for timing.

### 核心公式 / Key Formula

简谐运动公式:

位移:  $x = A \cos(\omega t + \phi)$

速度:  $v = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$

加速度:  $a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x$

周期:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

频率:  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

能量:  $E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$

### 阻尼振动 (Damped Oscillations)

概念 (CN): 有阻力作用的振动, 振幅逐渐减小

Term (EN): Damping, Damping Ratio, Overdamped, Underdamped, Critical Damping

运动方程:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (83)$$

阻尼系数:  $\gamma = \frac{b}{2m}$

阻尼比:  $\zeta = \frac{\gamma}{\omega_0}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$

三种情况:

- $\zeta < 1$ : 欠阻尼 (Underdamped) - 振荡衰减
- $\zeta = 1$ : 临界阻尼 (Critical) - 最快回平衡
- $\zeta > 1$ : 过阻尼 (Overdamped) - 缓慢回平衡

**Key Insight:** Control systems aim for critical damping for fastest response.

### 核心公式 / Key Formula

欠阻尼解 ( $\zeta < 1$ ):

$$x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi) \quad (84)$$

其中  $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$  是阻尼角频率

品质因数 (Q Factor):

$$Q = \frac{\omega_0}{2\gamma} = \frac{1}{2\zeta} \quad (85)$$

高 Q  $\Rightarrow$  低阻尼, 振动持续更久

能量衰减:

$$E(t) = E_0 e^{-2\gamma t} \quad (86)$$

### 受迫振动与共振 (Forced Oscillations & Resonance)

概念 (CN): 在周期性外力作用下的振动

Term (EN): Driven Oscillator, Resonance, Resonance Frequency

运动方程:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos(\omega_{drive} t) \quad (87)$$

稳态解:

$$x(t) = A(\omega_{drive}) \cos(\omega_{drive} t - \psi) \quad (88)$$

共振: 当  $\omega_{drive} \approx \omega_0$  时, 振幅最大!

**Key Insight:** Resonance can cause structural failures (Tacoma Bridge).

### 核心公式 / Key Formula

振幅响应:

$$A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}} \quad (89)$$

共振频率:

$$\omega_{res} = \omega_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2} \approx \omega_0 \quad (\text{低阻尼}) \quad (90)$$

共振时振幅:

$$A_{max} = \frac{F_0}{2m\gamma\omega_0} = \frac{QF_0}{k} \quad (91)$$

## Thesis Connection

振动与传感器系统:

**晶振 (Crystal Oscillator):** ESP32 使用 40MHz 晶振作为时钟源。晶体的机械共振提供精确的频率参考:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (92)$$

**MEMS 陀螺仪原理:** 陀螺仪使用振动质量块。当设备旋转时, 科里奥利力改变振动模式。

**滤波器设计:** RLC 电路是电子谐振器:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (93)$$

**Jan Koller 问题:** "Why does your system need a precise clock?"

**答案:** 晶振利用石英晶体的机械共振提供稳定的频率参考。这对于 UART (115200 baud)、I2C 时序、WiFi 调制等都至关重要。晶体的高 Q 值确保频率稳定性。

!

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **角频率 vs 频率:**  $\omega = 2\pi f$ , 不要混淆!
2. **简谐运动能量:** 总能量  $E = \frac{1}{2}kA^2$  是常数, 动能和势能在转换。
3. **阻尼比:**  $\zeta = 1$  是临界阻尼, 不是无阻尼。
4. **共振:** 共振频率略低于固有频率 (当阻尼存在时)。

## 9 物理场 / Physical Fields (BE5B02PH1)

### 引力场 (Gravitational Field)

**概念 (CN):** 质量周围存在的场, 对其他质量产生引力

**Term (EN):** Gravitational Field, Newton's Law of Gravitation

万有引力定律:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (94)$$

其中  $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

引力场强度:

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \hat{r} \quad (95)$$

地表重力加速度:  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

**Key Insight:** Accelerometer measures  $g$  when stationary.

## 电场 (Electric Field)

概念 (CN): 电荷周围存在的场, 对其他电荷产生力

Term (EN): Electric Field, Coulomb's Law, Superposition

库仑定律:

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \quad (96)$$

电场强度:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = k_e \frac{Q}{r^2} \hat{r} \quad (97)$$

电场叠加原理: 多个电荷的电场矢量相加

Key Insight: Capacitive touch sensors detect changes in electric field.

## 核心公式 / Key Formula

电势 (Electric Potential):

$$V = \frac{U}{q} = k_e \frac{Q}{r} \quad (98)$$

电场与电势关系:

$$\vec{E} = -\nabla V = -\frac{dV}{dx} \hat{x} \quad (99)$$

点电荷势能:

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r} \quad (100)$$

均匀电场中:

$$V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = Ed \quad (101)$$

## 磁场 (Magnetic Field)

概念 (CN): 运动电荷或电流周围存在的场

Term (EN): Magnetic Field, Lorentz Force, Biot-Savart Law

洛伦兹力:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (102)$$

电流受力:

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} \quad (103)$$

毕奥-萨伐尔定律:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (104)$$

Key Insight: Hall effect sensors measure magnetic fields for position sensing.

### 核心公式 / Key Formula

常见磁场:

长直导线:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

螺线管中心:  $B = \mu_0 n I$  ( $n$  = 匝数/长度)

圆环中心:  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

磁通量 (Magnetic Flux):

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (105)$$

安培环路定律:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} \quad (106)$$

### 电磁感应 (Electromagnetic Induction)

概念 (CN): 变化的磁场产生电动势

Term (EN): Faraday's Law, Lenz's Law, Induced EMF

法拉第定律:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (107)$$

楞次定律: 感应电流的方向总是阻止产生它的磁通量变化

自感 (Self-Inductance):

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \quad (108)$$

**Key Insight:** Wireless charging uses electromagnetic induction.

### Thesis Connection

物理场与传感器:

电容式传感器 (Capacitive Sensors): 电场原理用于湿度传感器和触摸屏:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \quad (109)$$

霍尔效应传感器 (Hall Effect): 检测磁场强度和方向:

$$V_H = \frac{IB}{net} \quad (110)$$

电磁干扰 (EMI): 变化的磁场可能在导线中感应噪声电压 (法拉第定律)。

**Jan Koller 问题:** "How do you minimize EMI in PCB design?"

**答案:** 1. 使用差分信号 (共模抑制) 2. 地平面提供磁场屏蔽 3. 减小环路面积减少磁通量耦合 4. 走线远离开关电源





考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. 符号: 电场力  $F = qE$ , 磁场力  $F = qvB \sin \theta$ 。
2. 磁力不做功: 洛伦兹力垂直于速度, 不改变动能。
3. 楞次定律: 感应电流的磁场方向反抗磁通量变化。
4. 法拉第定律负号: 表示楞次定律方向。

## 10 热力学 / Thermodynamics (BE5B02PH2)

### 温度与热量 (Temperature and Heat)

概念 (CN): 温度是分子平均动能的度量, 热量是能量传递

Term (EN): Temperature, Heat, Thermal Equilibrium, Specific Heat

热力学第零定律: 如果 A 与 B 热平衡, B 与 C 热平衡, 则 A 与 C 热平衡。

温度标度:

- 摄氏度:  $T_C$  (水冰点  $0^\circ\text{C}$ , 沸点  $100^\circ\text{C}$ )
- 开尔文:  $T_K = T_C + 273.15$
- 华氏度:  $T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$

热量:

$$Q = mc\Delta T \quad (111)$$

其中  $c$  是比热容 (Specific Heat Capacity)

**Key Insight:** DHT22 sensor measures temperature using thermistor principle.

### 核心公式 / Key Formula

热传导 (Fourier's Law):

$$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx} \quad (112)$$

热辐射 (Stefan-Boltzmann Law):

$$P = \varepsilon \sigma A T^4 \quad (113)$$

其中  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$

理想气体状态方程:

$$PV = nRT \quad (114)$$

$R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$

## 热力学定律 (Laws of Thermodynamics)

概念 (CN): 描述热、功和能量转换的基本定律

Term (EN): First/Second Law, Entropy, Carnot Cycle

第一定律 (能量守恒):

$$\Delta U = Q - W \quad (115)$$

内能变化 = 吸收热量 - 对外做功

第二定律:

- 克劳修斯表述: 热量不能自发从低温传到高温
- 开尔文表述: 不可能从单一热源取热全部转化为功

熵 (Entropy):

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T} \quad (116)$$

**Key Insight:** Any computing system generates heat due to entropy increase.

## 核心公式 / Key Formula

热力学过程:

过程	条件	$Q$	$W$
等容 (Isochoric)	$V = \text{const}$	$nC_V\Delta T$	0
等压 (Isobaric)	$P = \text{const}$	$nC_P\Delta T$	$P\Delta V$
等温 (Isothermal)	$T = \text{const}$	$nRT \ln(V_2/V_1)$	$Q$
绝热 (Adiabatic)	$Q = 0$	0	$-\Delta U$

绝热过程:  $PV^\gamma = \text{const}$ ,  $\gamma = C_P/C_V$

卡诺效率:  $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$

## Thesis Connection

热力学与电子系统:

温度传感器原理: DHT22 使用热敏电阻, 电阻随温度变化:

$$R(T) = R_0 e^{\beta(1/T - 1/T_0)} \quad (117)$$

**ESP32 发热:** CPU 在计算时消耗功率  $P = VI$ , 转化为热量。需要散热设计。

环境监测: 温湿度影响舒适度指数:

$$\text{Heat Index} = f(T, RH) \quad (118)$$

**Jan Koller 问题:** "What is the accuracy of your temperature sensor?"

答案: DHT22 精度  $\pm 0.5^\circ\text{C}$ 。原理是 NTC 热敏电阻, 电阻随温度指数变化。传感器内置 ADC 和校准数据, 通过单线协议输出数字值。



### 考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1.  $Q$  的符号:  $Q > 0$  系统吸热,  $Q < 0$  系统放热。
2.  $W$  的符号:  $W > 0$  系统对外做功 (膨胀)。
3. 绝热 vs 等温: 绝热过程快, 等温过程慢。
4. 熵增: 孤立系统熵只能增加或不变。

## 11 波动与光学 / Waves & Optics (BE5B02PH2)

### 波的基本概念 (Wave Fundamentals)

概念 (CN): 能量和振动在空间中的传播

Term (EN): Wave, Wavelength, Frequency, Phase Velocity

基本参数:

- 波长 (Wavelength):  $\lambda$  - 一个完整波的空间长度
- 频率 (Frequency):  $f$  - 每秒振动次数
- 周期 (Period):  $T = 1/f$
- 波速 (Phase Velocity):  $v = f\lambda$

波的类型:

- 横波 (Transverse): 振动垂直于传播方向 (光、电磁波)
- 纵波 (Longitudinal): 振动平行于传播方向 (声波)

**Key Insight:** WiFi (2.4GHz) is an electromagnetic wave with  $\lambda \approx 12.5$  cm.

### 核心公式 / Key Formula

一维波动方程:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (119)$$

行波解:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (120)$$

其中:

- 波数 (Wave Number):  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
- 角频率:  $\omega = 2\pi f$
- 色散关系:  $v = \frac{\omega}{k} = f\lambda$

## 波的现象 (Wave Phenomena)

概念 (CN): 波在传播过程中的各种行为

Term (EN): Interference, Diffraction, Reflection, Refraction

叠加原理: 多个波在空间中合成

$$y_{total} = y_1 + y_2 + \dots \quad (121)$$

干涉 (Interference):

- 相长干涉: 相位差  $= 2n\pi$  (波峰对波峰)
- 相消干涉: 相位差  $= (2n + 1)\pi$  (波峰对波谷)

衍射 (Diffraction): 波绕过障碍物传播

Key Insight: WiFi multipath causes interference patterns in buildings.

## 核心公式 / Key Formula

反射与折射:

反射定律:  $\theta_i = \theta_r$

折射定律 (Snell's Law):

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (122)$$

全内反射: 当  $\theta > \theta_c = \arcsin(n_2/n_1)$

双缝干涉:

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (\text{亮条纹}) \quad (123)$$

单缝衍射:

$$a \sin \theta = m\lambda \quad (\text{暗条纹}) \quad (124)$$

## 电磁波 (Electromagnetic Waves)

概念 (CN): 电场和磁场的振荡在空间中传播

Term (EN): EM Spectrum, Radio Waves, Microwave, Light

麦克斯韦方程组 预言了电磁波的存在

电磁波性质:

- 横波:  $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{v}$
- 真空速度:  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
- 无需介质传播

电磁波谱: 无线电  $\rightarrow$  微波  $\rightarrow$  红外  $\rightarrow$  可见光  $\rightarrow$  紫外  $\rightarrow$  X射线  $\rightarrow$  伽马射线

Key Insight: WiFi (2.4 GHz) and Bluetooth (2.402-2.480 GHz) are microwave bands.

## 核心公式 / Key Formula

电磁波频率与波长:

$$c = f\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \quad (125)$$

常见电磁波:

类型	频率	波长
WiFi 2.4GHz	$2.4 \times 10^9$ Hz	12.5 cm
WiFi 5GHz	$5 \times 10^9$ Hz	6 cm
可见光 (红)	$4 \times 10^{14}$ Hz	700 nm
可见光 (紫)	$8 \times 10^{14}$ Hz	400 nm

信号衰减 (Free Space Path Loss):

$$FSPL = \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 \propto \frac{1}{r^2} \quad (126)$$

## 声波 (Sound Waves)

概念 (CN): 在介质中传播的纵波

Term (EN): Sound, Intensity, Decibel, Doppler Effect

声速: 取决于介质

- 空气 (20°C): 343 m/s
- 水: 1500 m/s
- 钢: 5000 m/s

多普勒效应:

$$f' = f \frac{v \pm v_o}{v \mp v_s} \quad (127)$$

声强级:

$$L = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} \text{ dB}, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \quad (128)$$

**Key Insight:** Ultrasonic sensors use sound wave timing for distance measurement.

## Thesis Connection

### 波动与无线通信:

你的论文使用 WiFi 进行无线通信:

**WiFi 信号衰减:** RSSI (接收信号强度) 遵循反平方定律:

$$P_r \propto \frac{1}{d^2} \quad (129)$$

这意味着距离加倍, 信号功率减少为  $1/4$  (即 -6 dB)。

**多径干涉:** 室内环境中, 直射波和反射波叠加产生干涉:

- 相长干涉: 信号增强
- 相消干涉: 信号减弱 (死区)

**天线设计:** PCB 天线长度与波长相关:

$$L \approx \frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f} \approx 31 \text{ mm} \quad (\text{for } 2.4 \text{ GHz}) \quad (130)$$

**Jan Koller 问题:** "Why did you choose 2.4GHz WiFi over 5GHz?"

**答案:** 2.4 GHz 波长更长 (12.5 cm vs 6 cm), 穿透墙壁能力更强, 覆盖范围更广。虽然 5 GHz 带宽更大, 但对于传感器数据 (几百字节) 不需要高吞吐量。2.4 GHz 更适合智能家居场景。

## !

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **波速 vs 粒子速度:** 波速是相位传播速度, 粒子在原地振动。
2. **折射:** 进入光密介质时, 光线向法线偏折。
3. **干涉条件:** 两波必须相干 (同频、稳定相位差)。
4. **dB 计算:** dB 是对数单位, 3 dB 对应功率翻倍。

## Part III

# 电子与计算机核心 / EECS Core

## 12 电路理论 / Circuit Theory (BE5B31ZEO)

### 基尔霍夫定律 (Kirchhoff's Laws)

概念 (CN): 电路分析的两个基本定律

Term (EN): KVL, KCL, Node, Loop, Branch

基尔霍夫电流定律 (KCL): 节点上流入的电流之和等于流出的电流之和。

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (131)$$

电流守恒  $\Rightarrow$  没有电荷在节点积累

基尔霍夫电压定律 (KVL): 回路中电压降之和等于零。

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0 \quad (132)$$

能量守恒  $\Rightarrow$  绕回路一圈回到原点

**Key Insight:** Every circuit analysis problem uses KVL and KCL.

### 核心公式 / Key Formula

**KCL 示例:** 节点分析

$$\text{节点 A: } I_1 = I_2 + I_3$$

流入 = 流出

**KVL 示例:** 回路分析

$$\begin{aligned} -V_s + V_{R1} + V_{R2} &= 0 \\ \Rightarrow V_s &= I \cdot R_1 + I \cdot R_2 = I(R_1 + R_2) \end{aligned}$$

**分压公式** (串联电阻):

$$V_2 = V_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (133)$$

**分流公式** (并联电阻):

$$I_1 = I_{total} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (134)$$

## 欧姆定律与电阻 (Ohm's Law and Resistors)

概念 (CN): 电压、电流和电阻的基本关系

Term (EN): Ohm's Law, Resistance, Series, Parallel

欧姆定律:

$$\boxed{V = IR} \quad \text{或} \quad I = \frac{V}{R} \quad \text{或} \quad R = \frac{V}{I} \quad (135)$$

功率:

$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (136)$$

电阻组合:

- 串联:  $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots$
- 并联:  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$

**Key Insight:** Voltage divider is fundamental in sensor interfacing.

### 核心公式 / Key Formula

两电阻并联:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (137)$$

电导 (Conductance):

$$G = \frac{1}{R}, \quad \text{单位: 西门子 (S)} \quad (138)$$

电阻率:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (139)$$

$\rho$ : 电阻率,  $L$ : 长度,  $A$ : 截面积

温度系数:

$$R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (140)$$



## 电容与电感 (Capacitors and Inductors)

概念 (CN): 储能元件

Term (EN): Capacitor, Inductor, Time Constant, Energy Storage

电容器:

$$C = \frac{Q}{V}, \quad I = C \frac{dV}{dt} \quad (141)$$

能量:  $E = \frac{1}{2}CV^2$

电感器:

$$V = L \frac{dI}{dt} \quad (142)$$

能量:  $E = \frac{1}{2}LI^2$

组合规则:

- 电容串联:  $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$  (与电阻相反!)
- 电容并联:  $C_{eq} = C_1 + C_2$
- 电感组合规则与电阻相同

**Key Insight:** Decoupling capacitors filter power supply noise.

### 核心公式 / Key Formula

RC 电路时间常数:

$$\tau = RC \quad (143)$$

RC 充电:

$$V_C(t) = V_s(1 - e^{-t/\tau}) \quad (144)$$

RC 放电:

$$V_C(t) = V_0 e^{-t/\tau} \quad (145)$$

RL 电路时间常数:

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (146)$$

5 $\tau$  法则: 约 99.3% 达到稳态

## 交流电路分析 (AC Circuit Analysis)

概念 (CN): 正弦稳态电路的分析方法

Term (EN): Phasor, Impedance, Reactance, RMS

正弦信号:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \quad (147)$$

相量 (Phasor):

$$\mathbf{V} = V_m \angle \phi = V_m e^{j\phi} \quad (148)$$

阻抗 (Impedance):

$$\mathbf{Z} = R + jX \quad (149)$$

- 电阻:  $Z_R = R$
- 电容:  $Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$
- 电感:  $Z_L = j\omega L$

**Key Insight:** Complex impedance makes AC analysis like DC analysis with Ohm's law.

## 核心公式 / Key Formula

RMS (有效值):

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707V_m \quad (150)$$

平均功率:

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos \phi = I_{rms}^2 R \quad (151)$$

功率因数:  $\cos \phi$  (相位差的余弦)

谐振频率 (RLC 电路):

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (152)$$

## 等效电路定理 (Equivalent Circuit Theorems)

概念 (CN): 将复杂电路简化为等效电路

Term (EN): Thévenin, Norton, Equivalent Circuit

戴维南定理 (Thévenin's Theorem): 任何线性两端网络可以用电压源  $V_{th}$  和串联电阻  $R_{th}$  等效。

诺顿定理 (Norton's Theorem): 任何线性两端网络可以用电流源  $I_N$  和并联电阻  $R_N$  等效。

转换关系:

$$V_{th} = I_N \cdot R_N, \quad R_{th} = R_N \quad (153)$$

**Key Insight:** Thévenin equivalent simplifies load analysis.

## 核心公式 / Key Formula

求戴维南等效步骤:

1. 断开负载
2.  $V_{th}$ : 计算开路电压
3.  $R_{th}$ : 关闭独立源 (电压源短路, 电流源开路), 求等效电阻

最大功率传输定理: 当  $R_L = R_{th}$  时, 负载获得最大功率:

$$P_{max} = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}} \quad (154)$$

## Thesis Connection

电路理论与 ESP32 电源设计:

LDO 稳压器分析 (使用 KVL): AMS1117-3.3 将 5V USB 降压到 3.3V:

$$V_{USB} = V_{dropout} + V_{out} \quad (155)$$

$V_{dropout} \approx 1.1V$ ,  $V_{out} = 3.3V$

分压器设计 (使用 KVL): 如果你需要将 5V 传感器信号连接到 3.3V GPIO:

$$V_{out} = 5V \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 3.3V \quad (156)$$

选择  $R_1 = 1.8k\Omega$ ,  $R_2 = 3.3k\Omega$

退耦电容 (使用 KCL): 100nF 电容在芯片 VCC 附近:

- 芯片瞬态电流需求  $\rightarrow$  电容提供
- KCL:  $I_{supply} + I_{cap} = I_{chip}$

**Jan Koller 问题:** "How do you handle power supply noise?"

**答案:** 使用退耦电容。根据 KCL, 当芯片需要瞬态电流时, 附近的电容提供。我在每个 IC 的 VCC 引脚使用 100nF 陶瓷电容 (高频滤波) 和 10 $\mu$ F 电解电容 (低频滤波)。这形成一个 RC 低通滤波器。

## !

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **KVL 符号:** 绕回路时保持一致的方向, 注意电压升降。
2. **电容串并联:** 与电阻规则相反! 串联电容减小, 并联增加。
3. **相量计算:**  $j^2 = -1$ , 注意复数运算。
4. **时间常数:** RC 充电到  $1 - e^{-1} \approx 63.2\%$ , 不是 50%!

## 13 Semiconductors (ELP)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Core Concept:** 半导体物理。重点是 PN 结 (PN Junction)、二极管和晶体管 (MOS-FET/BJT) 的工作区。
- **Key Formula:** ...
- **Watch Out:** Common exam pitfalls.

### 13.1 Concepts / 核心概念

#### PN Junction, Forward Bias, Depletion Region, MOSFET

半导体物理。重点是 PN 结 (PN Junction)、二极管和晶体管 (MOSFET/BJT) 的工作区。

### 13.2 Formulas / 公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (157)$$

### 13.3 Exam Questions / 常考题型

- Define ...
- Calculate ...

## 14 Analog & Digital Circuits (ELP)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Core Concept:** 模拟与数字电路。重点是放大器 (Op-Amp) 配置和基本逻辑门电路。
- **Key Formula:** ...
- **Watch Out:** Common exam pitfalls.

### 14.1 Concepts / 核心概念

#### Operational Amplifier, Gain, Logic Gates, CMOS

模拟与数字电路。重点是放大器 (Op-Amp) 配置和基本逻辑门电路。

### 14.2 Formulas / 公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (158)$$

### 14.3 Exam Questions / 常考题型

- Define ...
- Calculate ...

## 15 微处理器 / Microprocessors

### 冯诺依曼 vs 哈佛架构 (Von Neumann vs Harvard)

**概念 (CN):** 计算机体系结构的两种基本模型

**Term (EN):** Von Neumann Architecture, Harvard Architecture

冯诺依曼架构:

- 程序和数据共享同一存储器和总线
- 简单, 成本低
- 瓶颈: 内存带宽有限 (冯诺依曼瓶颈)
- 例: x86 PC

哈佛架构:

- 程序和数据分开存储, 有独立总线
- 可同时取指令和取数据
- 例: ARM Cortex-M, ESP32

**Key Insight:** Harvard architecture allows simultaneous instruction fetch and data access = faster execution.

## 中断系统 (Interrupts)

**概念 (CN):** 外部或内部事件触发 CPU 暂停当前任务，转去执行中断服务程序 (ISR)

**Term (EN):** Interrupt, ISR (Interrupt Service Routine), IRQ, NVIC

中断类型:

- **外部中断:** GPIO 电平变化、定时器溢出
- **内部中断:** 软件中断、异常（如除零）
- **NMI:** 不可屏蔽中断（最高优先级）

中断处理流程:

1. 保存现场（寄存器入栈）
2. 跳转到 ISR
3. 执行 ISR
4. 恢复现场（寄存器出栈）
5. 返回原程序

**Key Insight:** Interrupts allow real-time response to events without polling.

### 核心公式 / Key Formula

中断延迟:

$$T_{latency} = T_{recognition} + T_{context\_save} + T_{ISR\_entry} \quad (159)$$

**ESP32 中断优先级:** 1-7 级（7 最高，NMI）

关键寄存器:

- **IE (Interrupt Enable):** 中断使能
- **IF (Interrupt Flag):** 中断标志
- **NVIC\_IPR:** 优先级寄存器

## GPIO 与外设 (GPIO & Peripherals)

概念 (CN): 通用输入输出引脚及其配置

Term (EN): GPIO, Pull-up, Pull-down, Open-drain, Push-pull

GPIO 模式:

- 输入模式: 浮空、上拉、下拉
- 输出模式: 推挽输出、开漏输出

推挽 vs 开漏:

特性	推挽 (Push-Pull)	开漏 (Open-Drain)
高电平驱动	有	无 (需外部上拉)
低电平驱动	有	有
线与功能	无	有
典型应用	LED 驱动	I2C 总线

**Key Insight:** Open-drain allows multiple devices to share a bus (like I2C).

## 通信总线 (Communication Buses)

概念 (CN): 微处理器与外设通信的标准接口

Term (EN): I2C, SPI, UART, CAN

比较表:

协议	线数	速度	拓扑	典型应用
I2C	2 (SDA, SCL)	100k-3.4M	多主多从	传感器
SPI	4 (MOSI, MISO, SCK, CS)	10M+	一主多从	Flash, LCD
UART	2 (TX, RX)	115200	点对点	调试串口
CAN	2 (CANH, CANL)	1M	总线型	汽车电子

**Key Insight:** I2C uses fewer wires but is slower; SPI is faster but needs more pins.

## 核心公式 / Key Formula

I2C 地址格式:

$$7\text{-bit address} + \text{R/W bit} = 8\text{-bit frame} \quad (160)$$

SPI 时钟配置:

- **CPOL:** 时钟极性 (空闲时高/低)
- **CPHA:** 时钟相位 (第一/二边沿采样)
- 四种模式: Mode 0 (CPOL=0, CPHA=0), Mode 1, Mode 2, Mode 3

UART 波特率:

$$\text{Baud Rate} = \frac{f_{clk}}{16 \times \text{Divisor}} \quad (161)$$

## 存储器类型 (Memory Types)

概念 (CN): 不同类型存储器的特性

Term (EN): SRAM, DRAM, Flash, EEPROM, ROM

类型	易失性	可写	典型用途
SRAM	易失	读写	Cache, 寄存器文件
DRAM	易失	读写	主内存
Flash	非易失	读/块写	程序存储, SSD
EEPROM	非易失	读/字节写	配置存储
ROM	非易失	只读	Bootloader

**Key Insight:** ESP32 uses Flash for program storage and SRAM for runtime data.

## Thesis Connection

**ESP32-S3 与微处理器:**

你的论文使用 **ESP32-S3**, 它是一个双核 Xtensa LX7 处理器。

**架构:** 修改版哈佛架构 (指令和数据分开, 但共享部分总线)

**通信总线使用:**

- **I2C:** SHT40 温湿度传感器, MPU-6050 加速度计
- **SPI:** 未使用 (无外部 Flash)
- **UART:** 调试串口

**中断应用:**

- **GPIO 中断:** PIR 运动传感器触发
- **定时器中断:** 定期采集传感器数据

**Jan Koller 问题:** "How does ESP32 handle multiple sensors on I2C?"

**答案:** 每个 I2C 设备有唯一的 7-bit 地址。Master (ESP32) 先发送地址, 只有匹配的 Slave 响应。

## !

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **I2C 地址冲突:** 同一地址的两个设备不能挂在同一总线上。
2. **中断嵌套:** 高优先级中断可以打断低优先级 ISR。
3. **GPIO 浮空:** 未配置上拉/下拉的输入引脚读取值不确定。



## 16 Algorithms (PRG/PGE)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Core Concept:** 基本算法与数据结构。重点是排序 (Sorting)、链表 (Linked List) 和复杂度分析 (Big-O)。
- **Key Formula:** ...
- **Watch Out:** Common exam pitfalls.

### 16.1 Concepts / 核心概念

#### Time Complexity, Sorting, Recursion, Stack, Queue

基本算法与数据结构。重点是排序 (Sorting)、链表 (Linked List) 和复杂度分析 (Big-O)。

### 16.2 Formulas / 公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (162)$$

### 16.3 Exam Questions / 常考题型

- Define ...
- Calculate ...

## Part IV

## 专业方向 / Specialization

## 17 Electromagnetic Field Theory (EMT)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Foundation:** Maxwell's 4 Equations. Memorize Integral AND Differential forms.
- **Static vs Dynamic:** Electrostatics ( $\partial/\partial t = 0$ ) vs Electrodynamics (Time-varying B creates E).
- **Thesis Link:** Signals on your PCB. High frequency = Transmission line effects (Reflections) if traces are long.

### 17.1 Concepts / 核心概念

#### Gauss Law, Ampere Law, Faraday Law, Biot-Savart Law, Displacement Current

## Maxwell's Equations / 麦克斯韦方程组

The "Standard Model" of Electrical Engineering:

- **Gauss's Law:**  $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}$  (Charge creates Electric Field).
- **Gauss's Law (Mag):**  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$  (No magnetic monopoles).
- **Faraday's Law:**  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$  (Changing B-field creates Voltage). \*\*Key for Induction Machines!\*\*
- **Ampere-Maxwell:**  $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enc} + \frac{d\Phi_D}{dt}$  (Current + Changing E-field creates B-field).

## 17.2 Formulas / 公式

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{Lorentz Force}) \quad (163)$$

$$C = \frac{\epsilon A}{d} \quad (\text{Parallel Plate Capacitor}) \quad (164)$$

## 17.3 Exam Questions / 常考题型

- "Explain Skin Effect." (A: AC current flows only on the surface of conductor at high freq. Increases effective Resistance).
- "Derive the capacitance of a coaxial cable using Gauss's law."

## 18 Logic Systems (LSP)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Boolean Algebra:** De Morgan's Laws ( $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ ).
- **K-Maps:** Minimization of logic functions (grouping 1s).
- **FSM:** Finite State Machines (Mealy vs Moore).
- **Thesis Link:** Your ESP32 GPIOs are essentially controlled by memory-mapped *registers* (Flip-flops).

## 18.1 Concepts / 核心概念

### Combinational Logic, Sequential Logic, Flip-Flops (D, JK), Multiplexer, VHDL

### Sequential Logic / 时序逻辑

Unlike Combinational logic (Output = f(Input)), Sequential logic has \*\*Memory\*\*.

- **Latch vs Flip-Flop:** Latch is level-triggered; Flip-Flop is edge-triggered (synchronous).
- **Setup Time ( $t_{su}$ ):** Data must be stable *before* clock edge.
- **Hold Time ( $t_h$ ):** Data must be stable *after* clock edge.

## FSM (Finite State Machines) / 有限状态机

- **Moore:** Output depends only on *Current State*. (Safer glitch-wise).
- **Mealy:** Output depends on *Current State* AND *Input*. (Reacts faster, but risky).

## 18.2 Formulas / 公式

$$F(A, B, C) = \sum m(0, 1, 4, 7) \quad (\text{Sum of Products}) \quad (165)$$

## 18.3 Exam Questions / 常考题型

- "Design a 3-bit counter using D Flip-Flops." (A: Next state logic + Current state register).
- "What is a Hazard in combinational logic?" (A: Temporary glitch due to unequal delay paths).

## 19 Signals & Systems (TES)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Transforms:** Laplace ( $s$ -domain) for Continuous; Z-transform ( $z$ -domain) for Discrete.
- **Sampling:**  $f_s \geq 2f_{max}$  (Nyquist). Aliasing happens if violated.
- **Convolution:** Output  $y(t) = x(t) * h(t)$ .
- **Thesis Link:** Your accelerometer data is sampled at discrete intervals (e.g., 50Hz).

## 19.1 Concepts / 核心概念

### LTI Systems, Impulse Response, Frequency Response, Pole-Zero Plot, DFT/FFT

#### LTI Systems / 线性时不变系统

Linear Time-Invariant systems are characterized completely by their **\*\*Impulse Response\*\***  $h(t)$ .

- **Linear:**  $S(ax_1 + bx_2) = aS(x_1) + bS(x_2)$ .
- **Time-Invariant:** Shift in input causes same shift in output.

#### Fourier Series & Transform / 傅里叶变换

Decomposing a signal into sine waves.

- **Periodic:** Fourier Series (discrete spectrum).
- **Aperiodic:** Fourier Transform (continuous spectrum).

## 19.2 Formulas / 公式

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (\text{CTFT}) \quad (166)$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \quad (\text{Discrete Convolution}) \quad (167)$$

### 19.3 Exam Questions / 常考题型

- "What happens if you sample a 100Hz signal at 150Hz?" (A: Aliasing. You "see" a 50Hz ghost signal.  $150 - 100 = 50$ ).
- "Explain the relationship between the s-plane and z-plane." (A: Left Half Plane in s  $\leftrightarrow$  Unit Circle Interior in z).

## 20 Electrical Machines (SP1)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Transformer:** Static theoretical basis ( $U_1/U_2 = N_1/N_2$ ). Hysteresis & Eddy Current losses.
- **Induction Machine:** Asynchronous. Key param: \*\*Slip ( $s$ )\*\*.
- **Synchronous Machine:** Constant speed  $n_s = 60f/p$ . Used in power plants.

### 20.1 Concepts / 核心概念

Magnetic Circuits, Transformer Equivalent Circuit, Induction Motor Torque, Slip, Commutator (DC)

#### Induction Motor / 感应电机

The most common industrial motor.

- **Slip ( $s$ ):** Difference between Stator field speed ( $n_s$ ) and Rotor mechanical speed ( $n$ ).
- **Start-up:** High current ( $5 - 7 \times I_n$ ). Needs Star-Delta starter or Soft Starter.

#### Transformer Equivalent Circuit / 变压器等效电路

Include:

- Series:  $R_1, X_{\sigma 1}$  (Primary winding loss/leakage).
- Shunt:  $R_{Fe}$  (Core loss),  $X_\mu$  (Magnetizing reactance).
- Ideal Transformer: Ratios  $N_1 : N_2$ .

### 20.2 Formulas / 公式

$$n_s = \frac{60f}{p} \quad (\text{Sync Speed, } p = \text{pole pairs}) \quad (168)$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \times 100\% \quad (169)$$

### 20.3 Exam Questions / 常考题型

- "Why does a transformer heat up?" (A: Joule losses  $I^2R$  in windings + Iron losses in core).
- "Sketch the Torque-Slip ( $M-s$ ) characteristic of an induction motor." (Identify Starting Torque, Breakdown Torque, Nominal Point).

## 21 Materials (MVE)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Classes:** Conductors (Metals), Semiconductors (Si, Ge), Insulators (Dielectrics).
- **Band Theory:** Energy gap ( $E_g$ ). Metals: overlap. Semi: small gap. Insulators: large gap.
- **Thesis Link:** PCB substrate (FR4) is a dielectric. Copper traces are conductors.

### 21.1 Concepts / 核心概念

#### Resistivity, Permittivity, Permeability, Polarization, Breakdown Voltage

#### Dielectrics / 电介质

Used in capacitors and insulation.

- **Polarization:** Electric field aligns dipoles.
- **Losses ( $\tan \delta$ ):** Energy lost as heat in AC fields. Important for high-frequency PCBs!
- **Breakdown:** Max field strength before arcing (e.g., air  $\approx 3$  MV/m).

#### Magnetic Materials / 磁性材料

- **Ferromagnetic:** Iron, Cobalt. High  $\mu_r$ . Used in Transformer cores.
- **Hysteresis Loop:** Area inside loop = Energy loss per cycle. Soft magnetic materials have narrow loops (good for transformers).

### 21.2 Formulas / 公式

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (\text{Resistance}) \quad (170)$$

$$\sigma = ne\mu \quad (\text{Drift Conductivity}) \quad (171)$$

### 21.3 Exam Questions / 常考题型

- "Why do we laminate transformer cores?" (A: To reduce Eddy Currents by increasing resistance in the loop path).
- "What distinguishes a semiconductor from an insulator?" (A: Band gap energy. Si  $\approx 1.1$ eV).

## 22 Power Systems (EN1/EN2)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Grid Setup:** Generation (10-20kV) → Transmission (400kV/220kV/110kV) → Consumer (230V/400V).
- **3-Phase:**  $\sqrt{3}$  factor is critical. Star (Y) vs Delta ( $\Delta$ ).
- **Control:**  $P$  controls Frequency ( $f$ ),  $Q$  controls Voltage ( $U$ ).
- **Thesis Link:** Batteries in IoT. Energy density (Li-Ion vs Li-Po).

### 22.1 Concepts / 核心概念

Active/Reactive Power, Power Factor, Transmission Line Models, Short Circuit, Substations

#### Three-Phase Power / 三相电

- **\*\*Phase Voltage ( $U_{ph}$ )\*\*:** Line-to-Neutral (230V in EU).
- **\*\*Line Voltage ( $U_{line}$ )\*\*:** Phase-to-Phase (400V in EU).

Relationship:  $U_{line} = \sqrt{3}U_{ph}$ .

#### Transmission Lines / 输电线路模型

- **Short Line:** Series impedance  $Z = R + jX$ .
- **Medium/Long Line (Pi-Model):** Includes shunt capacitance  $C$  (charging current). The "Ferranti Effect" causes voltage rise at open-load end.

### 22.2 Formulas / 公式

$$S = P + jQ = \sqrt{3} \cdot U_{line} \cdot I_{line} \cdot (\cos \phi + j \sin \phi) \quad (172)$$

$$\Delta U \approx \frac{PR + QX}{U_n} \quad (\text{Voltage Drop Approximation}) \quad (173)$$

### 22.3 Exam Questions / 常考题型

- "Why do we use High Voltage for transmission?" (A: Reduce current  $I$ , since Loss  $P_{loss} = I^2 R$ . Higher  $U \rightarrow$  Lower  $I$ ).
- "Draw the phasor diagram of a synchronous generator connected to the grid."

## 23 AI & Classification (KUI/RPZ)

### Exam Cheat Sheet / 极速复习

- **Search:** BFS (Queue, Optimal for unweighted), DFS (Stack). A\* (Heuristic  $f = g + h$ ).
- **Classification:** Supervised Learning. Bayes Classifier minimize risk.
- **Thesis Link:** Your "Threshold-based Fall Detection" is a *Rule-based Classifier*. A Neural Network would learn these thresholds automatically.

### 23.1 Concepts / 核心概念

#### State Space, Heuristic, Neural Networks, Overfitting, Training/Test Set

#### Search Algorithms / 搜索算法

- **Uninformed:** BFS (Complete), DFS (Not complete, memory efficient).
- **Informed:** A\* uses heuristic  $h(n)$  (estimated cost to goal). Proof of optimality requires  $h(n)$  to be *admissible* (never overestimate).

#### Pattern Recognition / 模式识别

- **Feature Space:** The dimensions of your data (e.g., in thesis: Accel-X, Accel-Y, Gyro-Z).
- **Linear Classifier:** Separates classes with a hyperplane (Perceptron).
- **Bias-Variance Tradeoff:** Simple models underfit (High Bias), complex models overfit (High Variance).

### 23.2 Formulas / 公式

$$P(C|X) = \frac{P(X|C)P(C)}{P(X)} \quad (\text{Bayes Rule}) \quad (174)$$

### 23.3 Exam Questions / 常考题型

- "What is the difference between A\* and Dijkstra?" (A: A\* uses heuristics to guide search towards the goal, Dijkstra is just A\* with  $h = 0$ ).
- "Explain Overfitting." (A: Model memorizes noise instead of learning patterns. Fails on new data).

# 24 计算机体系结构 / Computer Architecture

## 冯诺依曼架构 (Von Neumann Architecture)

概念 (CN): 现代计算机的基础模型

Term (EN): Stored-Program Computer, CPU, Memory, I/O

五大部件:

1. 运算器 (ALU): 执行算术和逻辑运算
2. 控制器 (CU): 指令解码和执行控制
3. 存储器 (Memory): 存储程序和数据
4. 输入设备 (Input): 键盘、传感器
5. 输出设备 (Output): 显示器、执行器

Key Insight: Programs and data share the same memory = "stored program" concept.

## 核心公式 / Key Formula

指令周期:

$$\text{Instruction Cycle} = \text{Fetch} + \text{Decode} + \text{Execute} + \text{Memory} + \text{Write-back} \tag{175}$$

CPU 性能公式:

$$\text{CPU Time} = \text{IC} \times \text{CPI} \times \text{Clock Period} \tag{176}$$

其中:

- IC = Instruction Count (指令数)
- CPI = Cycles Per Instruction (每条指令周期数)
- Clock Period =  $1/f_{clk}$



## 流水线 (Pipeline)

概念 (CN): 将指令执行分解为多个阶段, 并行处理多条指令

Term (EN): Pipeline, Pipeline Hazards, Stall, Forwarding

经典 5 级流水线:

1. **IF (Instruction Fetch)**: 取指令
2. **ID (Instruction Decode)**: 译码 + 读寄存器
3. **EX (Execute)**: ALU 执行
4. **MEM (Memory Access)**: 访存
5. **WB (Write Back)**: 结果写回寄存器

**Key Insight:** Pipelining increases throughput, not latency. Each instruction still takes 5 cycles, but one completes every cycle.

### 核心公式 / Key Formula

理想吞吐量:

$$\text{Throughput} = \frac{1}{\text{Clock Period}} \quad (1 \text{ instruction/cycle}) \quad (177)$$

加速比:

$$\text{Speedup} = \frac{n \times k}{n + k - 1} \approx k \quad (\text{当 } n \gg k) \quad (178)$$

其中  $n$  = 指令数,  $k$  = 流水线级数

### !

流水线冲突 / Pipeline Hazards]

1. **结构冲突 (Structural)**: 硬件资源冲突 (如同时访问内存)
  - 解决: 增加硬件资源 (分离 I-Cache 和 D-Cache)
2. **数据冲突 (Data)**: RAW (Read After Write) 依赖
  - 解决: Forwarding (数据旁路)、Stall (插入气泡)
3. **控制冲突 (Control)**: 分支指令导致的冲突
  - 解决: 分支预测 (Branch Prediction)、延迟槽

## 高速缓存 (Cache Memory)

**概念 (CN):** 位于 CPU 和主存之间的小容量高速存储器

**Term (EN):** Cache, Hit Rate, Miss Rate, Locality

局部性原理:

- **时间局部性:** 刚访问的数据可能很快再次访问
- **空间局部性:** 访问某地址后, 邻近地址也可能被访问

Cache 层次:

- L1 Cache: 最快, 最小 (32-64KB), CPU 内部
- L2 Cache: 中等 (256KB-1MB)
- L3 Cache: 最大, 多核共享 (2-32MB)

**Key Insight:** Cache exploits locality to bridge the CPU-Memory speed gap.

## 核心公式 / Key Formula

平均访存时间 (AMAT):

$$AMAT = \text{Hit Time} + \text{Miss Rate} \times \text{Miss Penalty} \quad (179)$$

命中率:

$$\text{Hit Rate} = \frac{\text{Hits}}{\text{Hits} + \text{Misses}} \quad (180)$$

Cache 映射方式:

- **直接映射:** 每个主存块只能映射到一个 Cache 行
- **全相联:** 每个主存块可以映射到任意 Cache 行
- **组相联:** 折中方案 (n-way set associative)

## 分支预测 (Branch Prediction)

**概念 (CN):** 在分支指令结果确定前预测其方向

**Term (EN):** Static Prediction, Dynamic Prediction, BTB

预测策略:

- **静态预测:** 总是预测跳转/不跳转
- **1-bit 预测器:** 上次跳转则预测跳转
- **2-bit 预测器:** 四状态机 (强跳转、弱跳转、弱不跳转、强不跳转)

**Key Insight:** Modern CPUs achieve >95% branch prediction accuracy.

## 核心公式 / Key Formula

2-bit 饱和计数器状态转换:

状态 00 (强不跳转)  $\xrightarrow{\text{taken}}$  状态 01  
状态 01 (弱不跳转)  $\xrightarrow{\text{taken}}$  状态 10  
状态 10 (弱跳转)  $\xrightarrow{\text{not taken}}$  状态 01  
状态 11 (强跳转)  $\xrightarrow{\text{not taken}}$  状态 10

分支惩罚:

$$\text{Penalty} = \text{Pipeline Depth} \times (1 - \text{Prediction Accuracy}) \quad (181)$$

## RISC vs CISC

概念 (CN): 两种指令集设计哲学

Term (EN): Reduced Instruction Set Computer, Complex Instruction Set Computer

特性	RISC	CISC
指令数量	少 (100+)	多 (1000+)
指令长度	固定	可变
寻址模式	简单	复杂
寄存器数	多 (32+)	少
流水线	易实现	难
例子	ARM, RISC-V, MIPS	x86, x64

**Key Insight:** RISC simplifies hardware, enabling faster clocks and better pipelining.

## Thesis Connection

**ESP32-S3 体系结构:**

你的论文使用 **ESP32-S3**, 基于 Xtensa LX7 架构 (类 RISC)。

架构特点:

- **双核:** 两个 LX7 核心, 可并行处理
- **Harvard:** 分离的指令和数据总线
- **Cache:** 16KB I-Cache, 16KB D-Cache

**Jan Koller 问题:** "Is ESP32 RISC or CISC?"

**答案:** Xtensa 是一种可配置的 RISC 架构。它有固定长度指令 (24-bit)、大量寄存器 (64 个)、简单寻址模式。

## !

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. **流水线加速比:** 不是无限的! 受限于冲突和依赖。
2. **Cache 映射:** 直接映射冲突最多, 全相联冲突最少但硬件复杂。
3. **分支预测:** 2-bit 比 1-bit 更稳定 (需要连续两次错误才改变预测)。

## 25 控制系统 / Control Systems

### 开环与闭环控制 (Open-Loop vs Closed-Loop)

**概念 (CN):** 控制系统的两种基本结构

**Term (EN):** Open-Loop Control, Closed-Loop (Feedback) Control

#### 开环控制 (Open-Loop):

- 无反馈，输出不影响输入
- 简单但无法自动纠错
- 例：定时器控制的洗衣机

#### 闭环控制 (Closed-Loop):

- 有反馈，输出通过传感器反馈到输入
- 可以自动调节误差
- 例：恒温器、巡航控制

**Key Insight:** Feedback is the key difference. Closed-loop systems are self-correcting but can become unstable.

### 核心公式 / Key Formula

开环传递函数:

$$Y(s) = G(s) \cdot R(s) \quad (182)$$

闭环传递函数:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (183)$$

其中:

- $G(s)$  = 前向通道传递函数
- $H(s)$  = 反馈通道传递函数
- $R(s)$  = 参考输入
- $Y(s)$  = 输出

## PID 控制器 (PID Controller)

**概念 (CN):** 比例-积分-微分控制器，工业控制中最常用的控制器

**Term (EN):** Proportional-Integral-Derivative Controller

三个组成部分:

- **P (比例):** 对当前误差的响应。  $K_p$  越大，响应越快，但可能振荡。
- **I (积分):** 对累积误差的响应。消除稳态误差，但增加超调。
- **D (微分):** 对误差变化率的响应。预测误差趋势，减少超调。

**Key Insight:** P = "现在的误差", I = "过去的误差", D = "未来的误差"。

### 核心公式 / Key Formula

时域表达式:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (184)$$

传递函数形式:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (185)$$

其中:

- $e(t) = r(t) - y(t)$  = 误差信号
- $K_p$  = 比例增益
- $K_i$  = 积分增益
- $K_d$  = 微分增益
- $T_i = K_p / K_i$  = 积分时间
- $T_d = K_d / K_p$  = 微分时间

### PID 调参口诀

**Ziegler-Nichols 经验法则:**

1. 设  $K_i = 0, K_d = 0$
2. 增大  $K_p$  直到系统临界振荡，记录临界增益  $K_u$  和振荡周期  $T_u$
3. 按下表设定参数:

控制器	$K_p$	$K_i$	$K_d$
P	$0.5K_u$	—	—
PI	$0.45K_u$	$1.2K_p/T_u$	—
PID	$0.6K_u$	$2K_p/T_u$	$K_p T_u / 8$

## 稳定性分析 (Stability Analysis)

概念 (CN): 判断系统是否稳定 (输出是否会发散)

Term (EN): BIBO Stability, Poles, Routh-Hurwitz Criterion

稳定性条件:

- **BIBO 稳定:** 有界输入产生有界输出
- **极点位置:** 所有闭环极点必须在左半平面 (LHP)
- 极点  $\text{Re}(p) < 0 \Rightarrow$  稳定

**Key Insight:** A system is stable if all poles of the closed-loop transfer function have negative real parts.

## 核心公式 / Key Formula

特征方程:

$$1 + G(s)H(s) = 0 \quad (186)$$

**Routh-Hurwitz 判据:**

对于特征多项式  $a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$ :

- 所有系数  $a_i > 0$  (必要条件)
- Routh 表第一列所有元素同号  $\Rightarrow$  稳定

二阶系统:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (187)$$

稳定条件:  $\zeta > 0$  (阻尼比为正)

## 频率响应 (Frequency Response)

概念 (CN): 系统对不同频率正弦输入的响应特性

Term (EN): Bode Plot, Gain Margin, Phase Margin

Bode 图:

- 幅频特性:  $20 \log |G(j\omega)|$  vs  $\log \omega$
- 相频特性:  $\angle G(j\omega)$  vs  $\log \omega$

稳定裕度:

- **增益裕度 (GM):** 相位 =  $-180^\circ$  时的增益距离 0dB 多远
- **相位裕度 (PM):** 增益 = 0dB 时的相位距离  $-180^\circ$  多远

**Key Insight:**  $\text{GM} > 0\text{dB}$  and  $\text{PM} > 0^\circ$  means stable. Larger margins = more robust.

### 核心公式 / Key Formula

一阶系统:

$$G(s) = \frac{K}{1 + \tau s}, \quad |G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad (188)$$

截止频率 (Corner Frequency):

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} \quad (189)$$

渐近线:

- $\omega \ll \omega_c$ : 0 dB/decade (平坦)
- $\omega \gg \omega_c$ : -20 dB/decade (下降)

### Thesis Connection

智能家居与控制:

你的论文中的 **Home Assistant** 实现了简单的反馈控制。

闭环控制示例:

- 传感器: SGP40 (VOC 传感器) 检测空气质量
- 控制器: Home Assistant 判断  $\text{VOC} > \text{阈值}$
- 执行器: 打开换气扇
- 反馈: 继续监测 VOC 直到下降

**Jan Koller 问题:** "Is your smart home system open-loop or closed-loop?"

**答案:** 闭环。传感器持续反馈数据, 系统根据实时状态调整输出 (如自动开灯、调温)。

[!]

考试陷阱 / Exam Pitfalls]

1. 混淆开环与闭环传递函数: 闭环  $= \frac{G}{1+GH}$ , 开环  $= GH$ 。
2. 积分器的稳态误差: 积分项消除稳态误差, 但增加超调。
3. 极点位置: 右半平面极点 = 不稳定!