

如果多项式 $f(x) | f(x^n)$, 那么 $f(x)$ 只能有
0 根或者单位根

设 ω 是 $f(x)$ 的根

$$f(\omega) = 0, f(x) \mid f(x^n) \implies f(\omega^n) = 0$$

即 ω^n 的根

$f(x) \mid f(x^n)$, 显然, $\omega, \omega^n, \omega^{n^2}, \omega^{n^3}, \dots, \omega^{n^n}, \omega^{n^{(n+1)}}$ 都是 $f(x)$ 的根

假设 $|\omega| \neq 0, |\omega| \neq 1$

推出 $f(x)$ 有 $n+1$ 个根, 矛盾

得证