

TCG HW1 311551059 陳昱丞

1.

2048 state-space complexity:

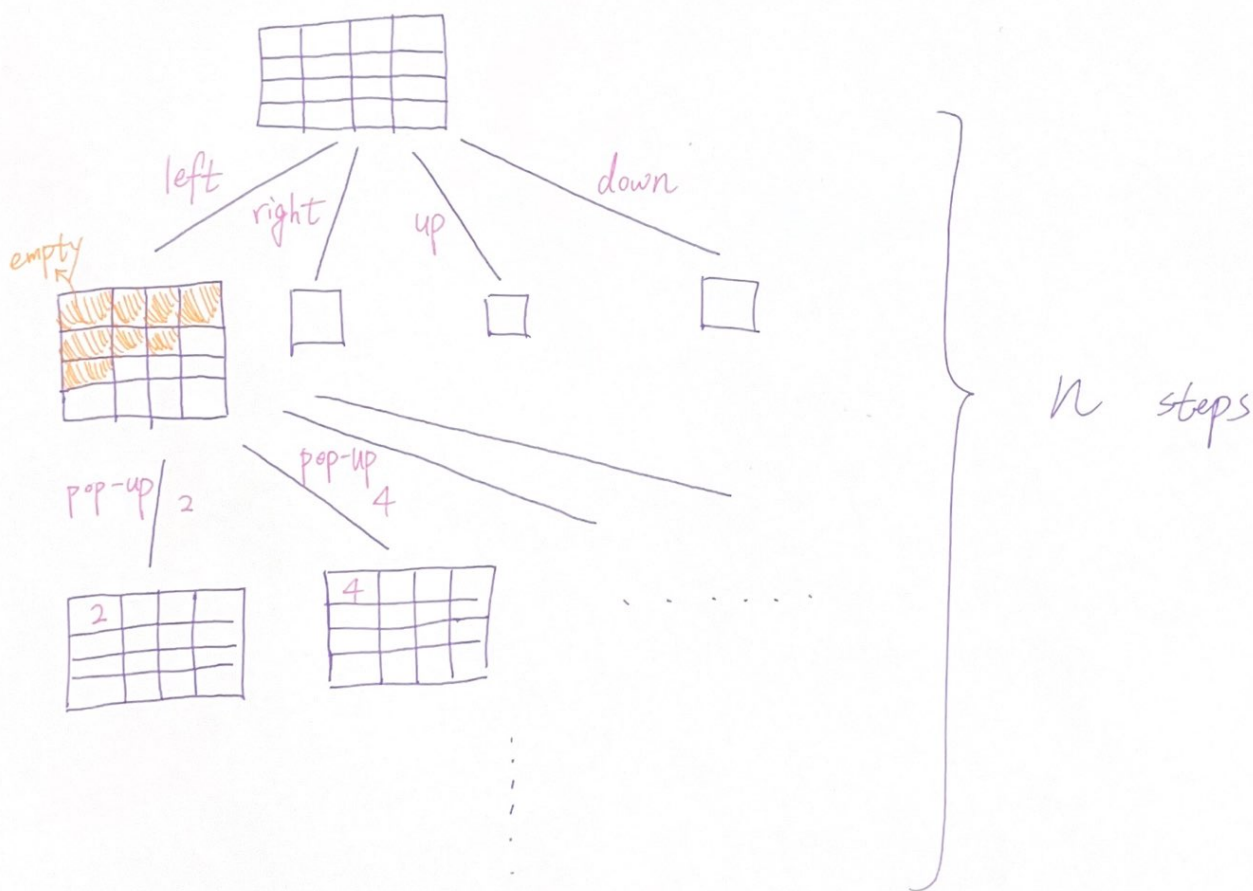
假設 2048 最高可以達到 65536 分，則每格可以有

$\{ \text{empty}, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}, 2^{11}, 2^{12}, 2^{13}, 2^{14}, 2^{15}, 2^{16} \}$

這 17 種情況，總共有 16 格，因此 state-space complexity 為  $17^{16} \doteq 10^{20}$ .

2048 game-tree complexity:

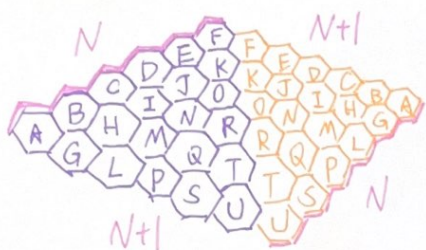
2048 有兩種 move, 分別是 slide 和 pop-up. slide 有四種, 分別為上、下、左、右; pop-up 有兩種可能, 分別是生成 2 和生成 4. 假設每次 slide 的四種 action 都可行, 又假設每次平均有 8 個空格可以 pop-up, 每個空格都可以 pop-up 2 或 4 兩種格子, 則 game-tree 如下:





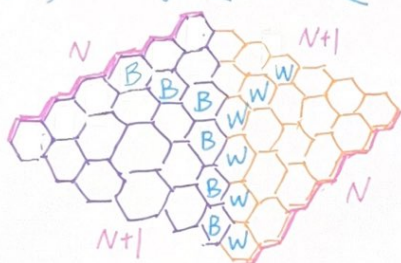
設遊戲進行  $n$  步結束, 並有  $\frac{n}{2}$  在進行 slide;  $\frac{n}{2}$  在進行 pop-up, 則 game-tree complexity 為

$$\underbrace{4^{\frac{n}{2}}}_{\text{slide}} \times \underbrace{(8 \times 2)^{\frac{n}{2}}}_{\text{pop-up}} = 4^{\frac{n}{2}} \times 16^{\frac{n}{2}} = 4^{\frac{n}{2}} \times 4^n = 2^n \times 2^{2n} = 2^{3n} = 8^n$$

2. 設以下  $N \times (N+1)$  Hex 棋盤:



令短邊先走，為黑方。不論黑方走什麼位置，白方皆下對應位置。舉例來說，黑方走 , 白方就走 。這樣黑方想要連接兩邊，就必定會被白方阻斷。如下圖所示:



這樣就會是白方，也就是長邊獲勝。不論黑方下在哪邊，白方用此策略皆可阻斷黑方連線的路徑。

而若是讓長邊，也就是白方先走，則白方可以使用 strategy-stealing，即先隨機下一個點，接著再使用以上策略，還是可以阻斷黑方的路徑。

另外已知 Hex 這個遊戲並不會有平手的結果發生。  
由此可以證明長邊是必勝的。



3. 若黑方有一個 winning strategy 在  $\text{Connect}(m, n, k, p, q)$  中，  
則在起手時多下一顆子並不會影響這個 strategy 的使用。  
只要多下的那顆子也遵循同一個 strategy，黑方就一樣  
能維持先手的優勢。因此  $\text{Connect}(m, n, k, p, q+1)$   
is not worse than  $\text{Connect}(m, n, k, p, q)$ .

4. 要使用 strategy-stealing 有兩個條件：  
① symmetry games.  
② an arbitrary move can never be a disadvantage.

在 Connect 和 Hex 中 extra move 都不會有負面影響。只要  
起始狀態是 symmetric，就能確保 strategy-stealing 的使用。  
因此只要檢查起始狀態有沒有 symmetric 就行。

(a) No, not symmetric.

(b) Yes, symmetric. Can be ultra-weakly solved with strategy-stealing.

(c) Yes, symmetric. Can be ultra-weakly solved with strategy-stealing.

(d) No, not symmetric.

(e) Yes, symmetric. Can be ultra-weakly solved with strategy-stealing.