

4. (a) 首先，我們需要黑棋和白棋各一張 hash table。  
以講義中的例子說明：

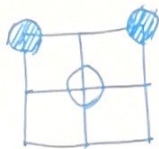
黑:

|    |    |    |
|----|----|----|
| 35 | 48 | 5  |
| 63 | 52 | 41 |
| 16 | 7  | 9  |

白:

|    |    |    |
|----|----|----|
| 21 | 65 | 61 |
| 73 | 43 | 54 |
| 12 | 99 | 38 |

那麼若我們想要表示以下狀態：



就是  $35 \oplus 5 \oplus 43$

- (b) 若我們想表示一個 path  $(P_i, P_{i+1}, P_{i+2})$ ，第一直覺就是把它們代入 hash function 再 XOR 起來：

$$\text{hash}(P_i) \oplus \text{hash}(P_{i+1}) \oplus \text{hash}(P_{i+2})$$

但由於 XOR 有交換律，因此  $\text{hash}(P_1) \oplus \text{hash}(P_2) \oplus \text{hash}(P_3)$  會等於  $\text{hash}(P_3) \oplus \text{hash}(P_2) \oplus \text{hash}(P_1)$ ，就無法表示先後順序。為此，我們可以隨機產生一組  $X_1, X_2, X_3$ ，如此一來  $(X_1 \text{hash}(P_1)) \oplus (X_2 \text{hash}(P_2)) \oplus (X_3 \text{hash}(P_3))$  就不會等於  $(X_1 \text{hash}(P_3)) \oplus (X_2 \text{hash}(P_2)) \oplus (X_3 \text{hash}(P_1))$ 。如此即可辨別先後順序不同為不同 path。