

数学知识整理练习题

Yuchong Pan

2016 年 7 月 21 日

题目名称	平方数	最大公约数之和	数论难题	递推关系
文件名	square	gcd	number	recurrence
每个测试点时限	1秒	1秒	1秒	1秒
内存限制	128MB	128MB	128MB	128MB
测试点数量	10	10	10	10
每个测试点分值	10	10	10	10
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型

本场模拟赛在Windows下测评

平方数

【问题描述】

给出 n 个整数，从中选出1个或多个，使得选出的整数的乘积是完全平方数。问一共有多少种选法。

【输入格式】

从文件 square.in 中读入数据。

输入第一行为一个整数 T ，即测试数据的数量。

每组数据包含两行，第一行为整数 n ，第二行包含 n 个整数。

【输出格式】

输出到文件 square.out 中。

对于每组数据，输出方案总数。

答案对 $10^9 + 7$ 取模。

【样例输入】

```
1
4
4 6 10 15
```

【样例输出】

```
3
```

【数据规模与约定】

对于100%的数据， $1 \leq T \leq 30$ ， $1 \leq n \leq 100$ ，所有整数均不小于1，不大于 10^{15} ，且不含大于500的素因子。

最大公约数之和

【问题描述】

输入正整数 n ，求 $\sum_{1 \leq i < j \leq n} \gcd(i, j)$ 。

【输入格式】

从文件 gcd.in 中读入数据。

输入包含多组数据，每组数据占一行，包含一个正整数 n 。

输入结束的标志为 $n = 0$ 。

【输出格式】

输出到文件 gcd.out 中。

对于每组数据，输出一行，即所求和。

答案对 $10^9 + 7$ 取模。

【样例输入】

```
10
100
200000
0
```

【样例输出】

```
67
13015
143295493160
```

【数据规模与约定】

对于100%的数据，输入包含不超过100组数据， $2 \leq n \leq 4 * 10^6$ 。

数论难题

【问题描述】

有一个正整数 n 满足 C 个条件，每个条件都形如“它除以 X 的余数在集合 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_k\}$ 中”，所有条件中的 X 两两互素，你的任务是找出最小的 S 个解。

【输入格式】

从文件 `number.in` 中读入数据。

第一行为两个整数 C 和 S 。

以下 C 行每行描述一个条件，首先是两个整数 X 和 k ，接下来 k 个整数 Y_1, Y_2, \dots, Y_k 。

所有 X 的乘积保证在32位带符号整数的范围内。

【输出格式】

输出到文件 `number.out` 中。

输出 S 个最小整数解，每行一个数，并按照从小到大顺序排列。

【样例输入】

```
3 2
2 1 1
5 2 0 3
3 2 1 2
```

【样例输出】

```
5
13
```

【数据规模与约定】

对于100%的数据， $1 \leq C \leq 9$ ， $1 \leq S \leq 10$ ， $X \geq 2$ ， $1 \leq k \leq 100$ ， $0 \leq Y_1, Y_2, \dots, Y_k < X$ 。

递推关系

【问题描述】

考虑线性递推关系 $f(n) = a_1f(n-1) + a_2f(n-2) + \cdots + a_df(n-d)$ 。
计算 $f(n)$ 除以 m 的余数。

【输入格式】

从文件 recurrence.in 中读入数据。

输入包含若干组数据。

每组数据第一行为3个整数 d, n, m 。

第二行为 d 个非负整数 a_1, a_2, \cdots, a_d 。

第三行为 d 个非负整数 $f(1), f(2), \cdots, f(d)$ 。

输入结束标志为 $d = n = m = 0$ 。

【输出格式】

输出到文件 recurrence.out 中。

对于每组数据，输出 $f(n)$ 除以 m 的余数。

【样例输入】

```
2 13 10007
1 1
1 1
0 0 0
```

【样例输出】

```
233
```


【数据规模与约定】

对于100%的数据，数据组数不超过100组， $1 \leq d \leq 15$ ， $1 \leq n \leq 2^{31} - 1$ ， $1 \leq m \leq 2 * 10^9$ ，所有非负整数均不超过 $2^{32} - 1$ 。