

# Масса света

Артём Александров

*Саше Илларионову, моему хорошему другу и очень умному человеку*

15 ноября 2016 г.

## 1 Пара преобразований

Как известно, переход из одной системы отсчета в другую (штрихованную, движущуюся со скоростью  $v$  относительно старой) связывает новые и старые координаты следующим образом:

$$x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow x = \frac{x' - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1)$$

$$t' = \frac{t + vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow t = \frac{t' - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2)$$

Для неподвижного наблюдателя волна имеет вид:

$$\psi(x, t) = \cos(\omega t - kx) \quad (3)$$

Подставляем  $t$  и  $x$  из (1) и (2):

$$\psi(x, t) = \cos \left[ \omega \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - k \frac{x' - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right] \quad (4)$$

Перегруппировывая члены, получаем:

$$\psi(x, t) = \cos \left[ \frac{\omega + kv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} t' - \frac{k + v\omega/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} x' \right] \equiv \cos(w't' - k'x') \quad (5)$$

Т.е. движущийся наблюдатель измерит другую частоту и другое волновое число:

$$\omega' = \frac{\omega + kv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (6)$$

$$k' = \frac{k + v\omega/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (7)$$

Введем волновой вектор  $\mathbf{k}$ :

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{e}_k = k \mathbf{e}_k \quad (8)$$

Таким образом, из (6) и (7) с учетом определения (8), видно, что величины  $\mathbf{k}$  и  $\omega$  образуют *4-вектор*  $(\omega, \mathbf{k})$ .

Вспомним, что величины импульса и энергии также образуют 4-вектор и к тому же энергия выражается через импульс следующим образом ( $c = 1$ ):

$$E = \sqrt{m^2 + p^2} \quad (9)$$

Также вспомним, что имеет место соотношение  $E = \hbar\omega$ , т.е. формально частота есть просто энергия, умноженная на константу. Более того, часто считают  $\hbar = 1$ . Таким образом, получаем для частоты фотона с массой  $m$ :

$$\omega = \sqrt{k^2 + m^2} \quad (10)$$

## 2 Одна миллионная массы электрона

Пусть масса фотона  $10^{-6}m_e$ .

Фотоны с различными длинами волн, удовлетворяющие (10), будут двигаться с разными скоростями.

Тогда если мы наблюдаем затмение двойной звезды, которая достаточно далеко от нас, мы должны наблюдать затмение в голубом и красном диапазоне в разное время. А этого не наблюдается! Тогда верхняя оценка на массу фотона составляет порядка  $10^{-9}m_e$ .

## 3 На шесть порядков меньше

Ну ладно, пусть будет  $10^{-12}m_e$ .

Эффекты, которые связаны с массой фотона, будут проявляться при все больших и больших длинах волн. Исследуя такие волны, можно наложить более строгое ограничение  $10^{-15}m_e$ .

## 4 Еще на шесть порядков меньше

Почти убедили, а что для  $10^{-18}m_e$ ?

Остается "тяжелая артиллерия".

Из квантовой теории поля следует, что энергия взаимодействия двух зарядов в поле, которое имеет частицу-переносчик массой  $m$  имеет вид:

$$E \propto \frac{e^{-mr}}{r} \quad (11)$$

Земля имеет статическое магнитное поле, которое, как известно, продолжается в пространство на некоторое расстояние (это известно из анализа поведения космических лучей), причем на расстояние порядка нескольких земных радиусов.

Но это значит, что масса фотона должна быть величиной меньшей, чем та, которая соответствует длине "распада" порядка 8000 миль, что эквивалентно  $10^{-20}m_e$ .

## 5 А что если?

Я считаю, что если бы масса покоя фотона была ощутимо большая, то тогда бы это легко было заметить из (11). Экспонента является хорошо "заметным" множителем в законе взаимодействия.