Магнитные свойства вещества

Артём Александров

15 ноября 2016 г.

1 Введение

Это краткое обсуждение поведения различных веществ во внешнем магнитном поле. Обсуждение опирается на так называемые полуклассические идеи, без строгого вывода соотношений квантовой теории.

Именно факт того, что магнитные свойства вещества *нельзя* описать классической физикой является принципиальным.

2 Поведение веществ в магнитном поле

Вещеста по их поведению в магнитном поле можно разделить на три большие группы:

- Ферромагнетики – сильнее всех взаимодействуют с магнитным полем, втягиваются в область сильного поля
- Диамагнетики – очень слабо взаимодействуют с полем, выталкиваются из области сильного поля
- Парамагнетики – слабо взаимодействуют с полем, втягиваются в область сильного поля

Установить к какой из групп принадлежит вещество можно при помощи простого эксперимента (см. рисунок). Очевидно что парамагнетики и ферромагнетики будут тянутся к S (причем с разной силой), а диамагнетики отталкиваться от S.

3 Качественное описание

В большинстве магнитных веществ атомы не имеют постоянного магнитного момента (т.е. все моменты внутри атома уравновешены). При включении поля генерируются слабые токи, которые по закону Ленца будут направлены так, чтобы препятствовать возрстанию внешнего поля. Значит такие вещества являются *диамагнетиками*.

Также есть такие вещества, атомы которых имеют постоянный магнитный момент. Значит возможно "выстраивание" моментов атомов в одном направлении. Причем моменты будут выстраиваться по полю, т.е. наведенный момент стремится поле усилить. Это *парамагнетики*.

У ферромагнетизма механизм довольно похожий, однако его описать можно *только* с помощью квантовой механики.

4 Связь магнитного момента и момента количества движения

Рассмотрим частицу массой m и зарядом q, которая движется по окружности со скоростью v. Вообще говоря под частицей имеется в виду электрон, поэтом релятивистскими эффектами можно пренебречь, т.к. $v/c \approx e^2/\hbar c = 1/137$. Момент количества движения будет $J = mvr$. А ток, который связан с движением этого заряда есть $I = q/T = qv/2\pi r$. А магнитный момент электрона будет $\mu = I\pi r^2 = qvr/2$.

Видно, что:

$$\overrightarrow{\mu} = \frac{q}{2m}\overrightarrow{J} \tag{1}$$

Для электрона, движущегося по орбите:

$$\overrightarrow{\mu} = -\frac{e}{2m}\overrightarrow{J} \tag{2}$$

Но квантовая механика говорит нам, что электрон обладает *собственным моментом*, т.е. имеет *спин*. И этот момент порождает магнитный момент:

$$\overrightarrow{\mu} = -\frac{e}{m}\overrightarrow{J} \tag{3}$$

Спиновой и орбитальный момент смешиваются и дают следующее соотношение:

$$\overrightarrow{\mu} = -g\frac{e}{2m}\overrightarrow{J} \tag{4}$$

Таким образом квантовая механика невероятно важную вещь: у нейтральной частицы, обладающей спином *есть* магнитный момент. Например нейтрон также обладает магнитным моментом!

Для ядер справедливо следующее соотношение:

$$\overrightarrow{\mu} = g\frac{e}{2m_p}\overrightarrow{J} \tag{5}$$

Вычисление g-фактора — одна из важных задач современной физики элементарных частиц.

5 Прецессия магнитного момента

Рассмотрим магнитный момент в однородном поле. Тогда на него действует момент $\overrightarrow{\tau} = \overrightarrow{\mu} \times \overrightarrow{B}$.

Очевидно, что:

$$\Delta J = J \sin\theta\omega\Delta t = \tau \tag{6}$$

Значит:

$$\omega = g\frac{e}{2m}B \tag{7}$$

Выходит, что магнитный момент в однородном магнитном поле будет прцессироват с угловой частотой ω.

6 Диамагнетизм

$$2\pi r E = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\pi r^2 B) \to E = -\frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \tag{8}$$

Это возникшее электрическое поле создает момент $-eEr$, который равен изменению момента количества движения:

$$\frac{\mathrm{d}J}{\mathrm{d}t} = \frac{er^2}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \to \Delta J = \frac{er^2}{2}B \tag{9}$$

Изменение момента количества движения приводит к изменению магнитного момента:

$$\Delta\mu = -\frac{e}{2m}\Delta J = -\frac{er^2}{4m}B \tag{10}$$

Усредняя по направлениям:

$$\Delta\mu = -\frac{e^2}{6m}\langle r^2\rangle B \qquad (11)$$

7 Теорема Лармора

Рассмотрим движущийся магнитный заряд в внешнем магнитном поле и в некотором сферически симметричном поле U.

Функция Лагранжа такой системы примет вид:

$$L = \frac{m\overrightarrow{v}}{2}2 + \frac{e}{2}(\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{v}) \cdot \overrightarrow{B} - U \qquad (12)$$

Рассмотрим систему отсчета, которая вращается относительно центра поля U со скоростью Ω:

$$L' = \frac{m(\overrightarrow{v} + (\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{r})^2)}{2} - U \qquad (13)$$

Из равенства $L' = L$ получаем, пренебрегая квадратами Ω:

$$\overrightarrow{\Omega} = \frac{e}{2m}\overrightarrow{B} \qquad (14)$$

Это и есть теорема Ларморма.

8 Крах классической физики

Рассмотрим замкнутую систему, например электронный газ в ящике, которая не способна вращаться как целое. Тогда в этой системе мы не увидим *никакого* магнитного эффекта.

Точнее, будем рассматривать систему, которая при данной температуре обладает только одним состоянием равновесия. Отсутствие магнитных эффектов следует напрямую из выражения для силы Лоренца и из статистической физики.

В этом и состоит крах классической физики.

9 Магнитная энергия атомов

Рассмотрим атом с магнитным моментом $\overrightarrow{\mu}$. Тогда во внешнем магнитном поле он обладает энергией $U = -\overrightarrow{\mu} \cdot \overrightarrow{B} = -\mu_z B$. Также помним, что момент магнитный связан с $\overrightarrow{J}$ следующим образом:

$$\vec{\mu} = -\frac{ge}{2m}\vec{J} \tag{15}$$

В квантовой механике момент системы может принимать *только дискретные значения*, кратные $\hbar$. Например, проекция момента на ось J_z может принимать любые $j\hbar$, $\ldots - j\hbar$.

Значит максимальная энергия, которой может обладать атом в магнитном поле есть:

$$U_{\max} = \frac{ge}{2m}\hbar j B \tag{16}$$

Величина $\mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m}$ называется *магнетоном Бора* и является квантом магнинтного момента.

10 Парамагнетизм

Определим намагниченность материала как (здесь N – число атомов в единице объема):

$$\vec{M} = N\langle\vec{\mu}\rangle \tag{17}$$

Для слабых магнитных полей легко показать, что:

$$\vec{M} = \frac{N\mu^2}{3kT}\vec{B} \tag{18}$$

Рассмотрим теперь атом со спином $1/2$ во внешнем магнитном поле. Для энергии атома в поле возможны два состояния с энергиями:

$$\Delta U_1 = g\frac{e\hbar}{2m}\frac{1}{2}B; \quad \Delta U_2 = -g\frac{e\hbar}{2m}\frac{1}{2}B \tag{19}$$

Для сокращения записей ввеедм обозначение

$$\mu_0 \equiv \frac{ge\hbar}{4m} \tag{20}$$

Вероятность найти атом в состонии с энергией ΔU, как известнно, $\propto e^{-\Delta U/kT}$:

$$N_{up} = a\exp\left[-\frac{\mu_0 B}{kT}\right]; \quad N_{down} = a\exp\left[+\frac{\mu_0 B}{kT}\right] \tag{21}$$

Постоянная a найдется из условия

$$N_{up} + N_{down} = N \tag{22}$$

Значит получаем для a:

$$a = \frac{N}{e^{+\cdots} + e^{-\cdots}} \tag{23}$$

А для среднего магнитного магнитного момента получим выражение:

$$\langle \mu \rangle = \frac{-N_{up}\mu_0 + \mu_0 N_{down}}{N} \tag{24}$$

Наконец получим:

$$M = N\mu_0 \tanh \frac{\mu_0 B}{kT} \tag{25}$$

Последнее уравнение и объясняет парагманетизм вещества.