

基于M-估计的UKF算法及其在运动估计中的应用*

周露平¹ 王智灵¹ 陈宗海^{1,2+}

¹(多媒体计算与通信教育部-微软重点实验室 中国科学技术大学自动化系, 安徽 合肥 230027)

²(模式识别国家重点实验室(中国科学院 自动化研究所), 北京 100080)

摘要: 针对运动模型的非线性和运动估计的鲁棒性问题, 提出了一种结合 M-估计等价加权原理的鲁棒无迹卡尔曼滤波(UKF)算法(称为 M-UKF)。该方法首先利用 UKF 算法获得初步的运动参数的估计, 然后利用 M-UKF 算法得到较为准确的估计值。将 M-估计与 UKF 方法相结合, 既解决了针对运动模型非线性的估计问题, 又能较好的克服离群数据的干扰, 大大提高了估计的鲁棒性。通过模拟数据的仿真和实际图像序列的测试说明了该方法的有效性。

关键词: 运动估计, 卡尔曼滤波, 无迹卡尔曼滤波, M-估计, 鲁棒估计

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A

The UKF Algorithm Based on M-estimators and Its Application in Motion Estimation

ZHOU Lu-ping¹, WANG Zhi-ling¹, CHEN Zong-hai^{1,2+}

¹(MOE-MS Key Laboratory of Multimedia Calculation and Communication, Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei, 230027, P.R.China)

²(National Laboratory of Pattern Recognition (Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences), Beijing 100080, P.R.China)

⁺Corresponding author:Phn:+86-551-3606104, E-mail: chenzh@ustc.edu.cn

Abstract: To solve the problems of nonlinear of motion model and robust of motion estimation, we present a new robust unscented kalman filter (UKF) method, called M-UKF, which is combined with the principle of the equivalent weight of M- estimate. In this method, we first use the UKF to get the initial estimation of the parameters of motion; then M-UKF is utilized to get more accurate estimations. The combination of M-estimators and UKF can not only solve the nonlinear problems but also conquer the inflations of the outliers, which has greatly improved the robust of estimation. Finally, the experiments demonstrate the validity of the method in this paper.

Key words: motion estimation, kalman filter, unscented kalman filter, M-estimators, robust estimation

1 引言

运动估计的目的在于根据一幅或多幅二维投影图像计算出目标的运动参数, 在智能监控、车辆跟踪、医学诊断、视频压缩等领域中有着广泛的应用。卡尔曼滤波器是运动估计中最常用的一种方法^[1], 能够很好的解决线性系统的滤波问题, 在满足高斯白噪声假设时, 能实现最优无偏估计。针对非线性问题, Welch等提出了广义卡尔曼滤波(EKF)^[2]。然而, EKF的性能在很大程度上依赖于局部非线性程度, 且在运动估计过程中存在两个重要缺陷^[3]: i) 在EKF线性化过程中, 若局部的线性化近似不稳定, 将会导致整个EKF滤波器不稳定甚至发散; ii) 由于EKF需要对系统计算雅可比矩阵, 计算繁杂, 在实际应用过程中难以实现。

针对上述问题, Julier等人^[3]提出了一种称之为无迹卡尔曼滤波器(Unscented Kalman filter, UKF), 用以解决非线性滤波问题。UKF方法突破了传统的随机采样, 通过加权采样进行迭代获得参数的最优解。但UKF的一个重要缺陷是在线性化的基础上直接应用卡尔曼滤波器, 鲁棒性差。在运动估计的过程中易受到光照、摄像机抖动、阴影、背景复杂性等诸多因素的干扰, 使得观测数据中存在有很大的粗差, 给实际应用带来困难。近年来, 运动估计的鲁棒性问题已成为研究的热点^[4]。

*多媒体计算与通信教育部-微软重点实验室科研开放基金资助项目(编号: 05071806)和模式识别国家重点实验室开放课题基金(2006-3)

作者简介: 周露平(1981-), 女, 江苏江阴人, 硕士研究生, 主要研究方向是计算机视觉、鲁棒估计; 王智灵(1983-), 男, 湖南邵东人, 博士研究生, 主要研究方向是计算机视觉、鲁棒估计、运动目标检测与跟踪; 陈宗海(1963-), 男, 安徽桐城人, 教授, 博士生导师, 研究领域为复杂系统的建模、仿真与控制, 智能机器人, 量子信息控制等(手机: 13505514106, 通讯地址: 合肥市中国科学技术大学自动化系(230027) Email: chenzh@ustc.edu.cn);

为了克服粗差数据的影响，正确估计模型参数，Huber^[5]提出了一种鲁棒估计子，M-估计。M-估计代表了一类广泛的估计方法，通过选择不同的损失函数，确定观测数据对估计值的影响，得到观测数据的权值，转化为加权最小二乘估计，是一种常用的鲁棒估计子。本文将M-估计的等价加权原理应用到UKF中，提出了M-UKF方法。该方法既解决了UKF的鲁棒性问题，又克服了M-估计子只适合对线性系统进行估计的局限性，兼备了M-估计和UKF的优点。

为验证该方法的有效性，本文分别进行模拟数据仿真和对实际图像序列测试。实验结果证明了该方法具有很好的运动估计能力及跟踪效果。当图像中存在大量的离群数据时，该方法表现出比UKF更好的鲁棒性。

2 UKF算法^[3]

UKF算法的核心思想是：首先在原状态分布中取一些点，使这些点的均值和协方差等于原状态分布的均值和协方差；再将这些点代入非线性函数中，得到非线性函数值点集，通过该点集求取变换后的均值和协方差；最后根据正交投影法则导出递推公式。在实际的系统模型中，一般可以选择合适的状态向量和观测向量使系统的观测方程为线性的，但状态方程仍为非线性的。设非线性系统模型为：

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k-1), k-1) + \mathbf{g}(\mathbf{v}(k-1), k-1) \quad (1)$$

$$\mathbf{z}(k) = H(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{\omega}(k) \quad (2)$$

式中， $\mathbf{x}(k)$ 为 $n \times 1$ 维状态向量； $\mathbf{v}(k)$ 为系统的过程噪声； $\mathbf{f}(\bullet)$ 为系统的非线性状态转移矩阵； $H(k)$ 为系统的线性观测矩阵； $\mathbf{g}(\bullet)$ 为关于过程噪声的非线性的函数阵； $\mathbf{z}(k)$ 为 k 时刻的观测向量，维数为 $m \times 1$ ； $\mathbf{\omega}(k)$ 为系统的观测噪声。假设 $\mathbf{v}(k)$ 、 $\mathbf{\omega}(k)$ 的均值为零，且有

$$E\{\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \delta_{kj}Q(k) \quad E\{\mathbf{\omega}(k)\mathbf{\omega}^T(j)\} = \delta_{kj}R(k) \quad E\{\mathbf{v}(k)\mathbf{\omega}^T(j)\} = 0 \quad \forall k, j$$

UKF的计算步骤如图1所示^[6]。

(1) 初始化状态的估计值和状态协方差: $\hat{\mathbf{x}}(0|0), \hat{P}(0|0)$, $k=1$ 。

(2) 根据采样规则, 确定 $2n+1$ 个采样点以及相应的加权值

$$\begin{aligned} \chi(k-1|k-1) &= [\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \quad \hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) + (\sqrt{(n+\lambda)P_{xx}(k-1|k-1)})_i \quad \hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) - (\sqrt{(n+\lambda)P_{xx}(k-1|k-1)})_i] \\ W_0 &= \lambda/(n+\lambda) \quad W_i = 1/\{2(n+\lambda)\} \end{aligned}$$

其中 λ 为尺度参数, $(\sqrt{(n+\lambda)P_{xx}})_i$ 是矩阵 $(n+\lambda)P_{xx}$ 均方根的第 i 列; 当 $\mathbf{x}(k)$ 满足高斯假设时, 通常选择 $n+\lambda=3$; $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 表示 k 时刻的状态估计值。

(3) 一步预测:

$$\begin{aligned} \chi(k|k-1) &= \mathbf{f}[\chi(k-1|k-1), k-1] \\ \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) &= \sum_{i=0}^{2n} W_i \chi_i(k|k-1) \\ P_{xx}(k|k-1) &= \sum_{i=0}^{2n} W_i \{\chi_i(k|k-1) - \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)\} \times \{\chi_i(k|k-1) - \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)\}^T \\ \zeta(k|k-1) &= \mathbf{h}[\chi(k|k-1), k-1] \\ \hat{\mathbf{z}}(k|k-1) &= \sum_{i=0}^{2n} W_i \zeta_i(k|k-1) \end{aligned}$$

式中, $\chi_i(k|k-1)$ 是矩阵 $\chi(k|k-1)$ 的第 i 列; $\zeta_i(k|k-1)$ 是矩阵 $\zeta(k|k-1)$ 的第 i 列。

(4) 更新迭代

$$\begin{aligned} P_{zz}(k|k-1) &= R(k) + \sum_{i=0}^{2n} W_i \{\zeta_i(k|k-1) - \hat{\mathbf{z}}(k|k-1)\} \times \{\zeta_i(k|k-1) - \hat{\mathbf{z}}(k|k-1)\}^T \\ P_{zx}(k|k-1) &= \sum_{i=0}^{2n} W_i \{\chi_i(k|k-1) - \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)\} \times \{\zeta_i(k|k-1) - \hat{\mathbf{z}}(k|k-1)\}^T \\ K(k) &= P_{zx}(k|k-1)P_{zz}^{-1}(k|k-1) \\ \hat{\mathbf{x}}(k|k) &= \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + K(k)(\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k|k-1)) \\ P_{xx}(k|k) &= P_{xx}(k|k-1) - K(k)P_{zz}(k|k-1)K^T(k) \end{aligned}$$

(5) $k \rightarrow k+1$, 返回第二步重新计算

图1 UKF算法 (Fig.1 UKF algorithm)

3 基于M-估计的UKF算法 (UKF algorithm based on M-estimators)

3.1 M-UKF算法 (M-UKF algorithm)

在实际系统中由于存在大量不确定性, 如随机干扰, 噪声影响等, 导致我们不能对系统进行准确的建模, 即式(1)、(2)的系统模型中的 $\mathbf{f}(\bullet)$, $\mathbf{g}(\bullet)$, $H(k)$ 都带有不确定性。由式(1)、(2)得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}(k-1), k-1) \\ \mathbf{z}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ H(k) \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (3)$$

其中 \mathbf{I} 为单位矩阵, $\mathbf{e}(k) = \begin{bmatrix} -\nabla \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k-1)) \times (\mathbf{x}(k-1) - \hat{\mathbf{x}}(k-1)) + \mathbf{g}(\mathbf{v}(k-1), k-1) \\ \mathbf{w}(k) \end{bmatrix}$

且有

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{e}(k)\mathbf{e}^T(k)\} &= \begin{bmatrix} P_{xx}(k|k-1) & 0 \\ 0 & R(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_p(k|k-1)S_p^T(k|k-1) & 0 \\ 0 & S_r(k)S_r^T(k) \end{bmatrix} \\ &= S(k)S^T(k) \end{aligned} \quad (4)$$

$P_{xx}(k|k-1)$ 可以由图 1 的 UKF 算法求出, $S(k)$ 可以通过对 $E\{\mathbf{e}(k)\mathbf{e}^T(k)\}$ 进行 Cholesky 分解^[7]获得

$$S(k) = \begin{bmatrix} S_p(k|k-1) & 0 \\ 0 & S_r(k) \end{bmatrix} \quad (5)$$

在(3)的两边分别左乘 $S^{-1}(k)$, 得:

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{F}(k)\boldsymbol{\beta}(k) + \boldsymbol{\xi}(k) \quad (6)$$

$$\text{其中 } \mathbf{Y}(k) = S^{-1}(k) \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \\ \mathbf{z}(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(k) = S^{-1}(k) \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{H}(k) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\xi}(k) = S^{-1}(k)\mathbf{e}(k), \quad \boldsymbol{\beta}(k) = \mathbf{x}(k)$$

注意到，方程(6)中的残差为白噪声^[7]，于是对方程(3)的求解转化为一个最小二乘问题。在观测过程中，由于噪声的影响，离群数据总是不可避免的存在着。我们把由于噪声引起的离群数据叫做粗差^[8]。粗差的存在将会对估计结果产生影响，甚至个别大的粗差就会使结果产生重大偏离。**Rousseeuw**^[9]指出最小二乘法的鲁棒“溃点”为零，不具有鲁棒性，即样本集中只要存在较大扰动，就不能正确地估计参数。**M**-估计是目前使用较为广泛的鲁棒估计子。

根据 **M**-估计准则：

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(k) = \arg \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^q} \sum_{i=1}^n \rho(v_i(\boldsymbol{\beta}(k))) \quad (7)$$

其中 ρ 为损失函数， v_i 为拟合残差

$$v_i(\boldsymbol{\beta}(k)) = y_i(k) - f_i(k)\boldsymbol{\beta}(k) \quad (8)$$

其中 $f_i(k)$ 为矩阵 $\mathbf{F}(k)$ 的第 i 行。令 $\psi(v_i) = \rho'(v_i)$ ， $\omega(v_i) = \psi(v_i)/v_i$ ，并记 $\omega_i = \omega(v_i(\boldsymbol{\beta}(k)))$ ，对目标函数式(7)的求解等价于求解如下加权最小二乘问题

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(k) = \arg \min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^q} \sum_{i=1}^n \omega_i^2 v_i^2(\boldsymbol{\beta}(k)) \quad (9)$$

式中 $\psi(x) = \rho'(x)$ 为影响函数 (Influence Function)， $\omega(x) = \psi(x)/x$ 称为权函数 (Weight Function)。对方程(3)的求解就相当于加权最小二乘估计。**M**-估计的鲁棒性强弱可由影响函数反映^[8]，它通过选择不同的损失函数来实现鲁棒估计。选择 **Huber 法**^[10]进行鲁棒估计，其损失函数、权函数分别为：

$$\rho(v_i) = \begin{cases} v_i^2/2 & |v_i| \leq s \\ s(|v_i| - s/2) & |v_i| > s \end{cases} \quad \omega(v_i) = \begin{cases} 1 & |v_i| \leq s \\ s/|v_i| & |v_i| > s \end{cases} \quad (10)$$

其中， s 为尺度参数，可以通过自适应的方法求出^[11]。于是式(9)的解为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(k) = (\mathbf{F}^T(k)\boldsymbol{\Omega}(k)\mathbf{F}(k))^{-1}\mathbf{F}^T(k)\boldsymbol{\Omega}(k)\mathbf{Y} \quad (11)$$

其中， $\boldsymbol{\Omega}(k)$ 是由权函数组成的对角阵，可以通过(10)式计算得出

$$\boldsymbol{\Omega}(k) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_x(k) & \\ & \boldsymbol{\Omega}_z(k) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Omega}_x(k) = \text{diag}(w_1(k), w_2(k), \dots, w_n(k)), \quad \boldsymbol{\Omega}_z(k) = \text{diag}(w_{n+1}(k), \dots, w_{n+m}(k))$$

为得到递推公式，对(11)进行推导计算，得

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \bar{\mathbf{K}}(k)(\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k|k-1)) \quad (12)$$

$$\text{其中: } \bar{\mathbf{K}}(k) = \bar{\mathbf{P}}_{xx}(k|k-1)\mathbf{H}^T(k)(\mathbf{H}(k)\bar{\mathbf{P}}(k|k-1)\mathbf{H}^T(k) + \bar{\mathbf{R}}(k))^{-1} \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{xx}(k|k-1) = \mathbf{S}_p(k|k-1)\boldsymbol{\Omega}_x^{-1}(k)\mathbf{S}_p^T(k|k-1) \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{R}}(k) = \mathbf{S}_r(k)\boldsymbol{\Omega}_z^{-1}(k)\mathbf{S}_r^T(k) \quad (15)$$

误差方差的递推公式为：

$$\mathbf{P}_{xx}(k|k) = (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}(k)\mathbf{H}(k))\mathbf{P}_{xx}(k|k-1)(\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}(k)\mathbf{H}(k)) + \bar{\mathbf{K}}(k)\mathbf{R}(k)\bar{\mathbf{K}}^T(k) \quad (16)$$

M-UKF 方法的计算过程为：

(1) 初始化状态的估计值和状态协方差： $\hat{\mathbf{x}}(0|0), \hat{\mathbf{P}}(0|0)$ ， $k=1$ ， $\hat{\mathbf{x}}^0(1|1) = \hat{\mathbf{x}}(0|0)$ ；

(2) 根据 **UKF** 算法求得 $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1), \hat{\mathbf{P}}_{xx}(k|k-1)$ ；

- (3) 按(8)式求拟合残差,并按式(10)确定权因子,并求出等价状态协方差矩阵和观测噪声协方差矩阵;
- (5) 根据(12)式对状态进行估计求得 $\hat{\mathbf{x}}^i(k|k)$;
- (6) 将这步的参数估计值 $\hat{\mathbf{x}}^i(k|k)$ 与上一步的参数估计值 $\hat{\mathbf{x}}^{i-1}(k|k)$ 进行比较,若满足(17)式,则进行下一步;否则,返回(3)重新计算;

$$\left| \frac{\hat{\mathbf{x}}^i(k|k) - \hat{\mathbf{x}}^{i-1}(k|k)}{\hat{\mathbf{x}}^{i-1}(k|k)} \right| \leq \varepsilon \quad (17)$$

(7) 返回(2), $k+1 \rightarrow k$ 。

3.2 仿真研究 (Simulation)

为说明 M-UKF 算法的有效性,本文对 Voss 等人建立的实验模型^[12]进行了仿真,图 2 是在没有加入粗差数据下的仿真结果,其中实线是模拟的真实的观测值和状态值,虚线为估计值。显然,在没有加入粗差数据时,UKF 和 M-UKF 的估计精度基本相同,都能很好的拟合真实数据。图 3 是在图 2 的观测数据的基础上加入了半数的粗差后的仿真结果。从图中可以看出,在观测数据中加入粗差数据后,UKF 方法的状态估计已不能拟合真实的状态值,完全偏离了状态的真实值,说明 UKF 方法不具有抗粗差的能力。M-UKF 却能够抵制粗差数据的影响,较好的估计出状态值,具有一定的鲁棒性。

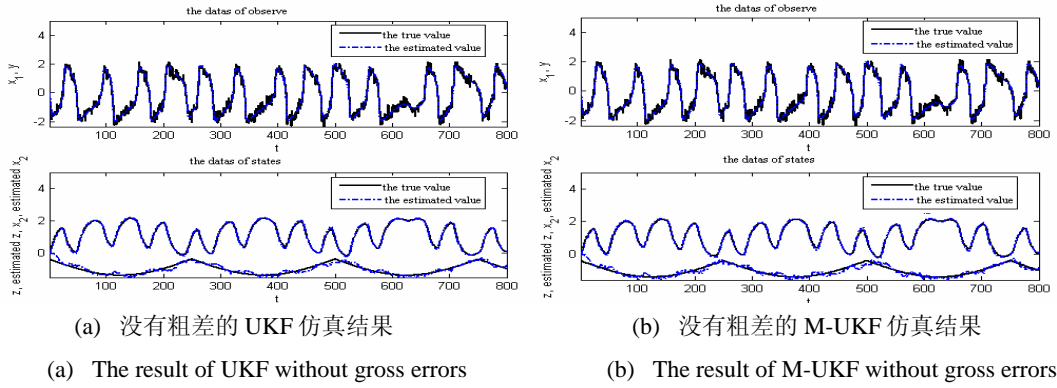


图 2 没有粗差时的仿真结果

Fig. 2 The result of simulation of without gross errors

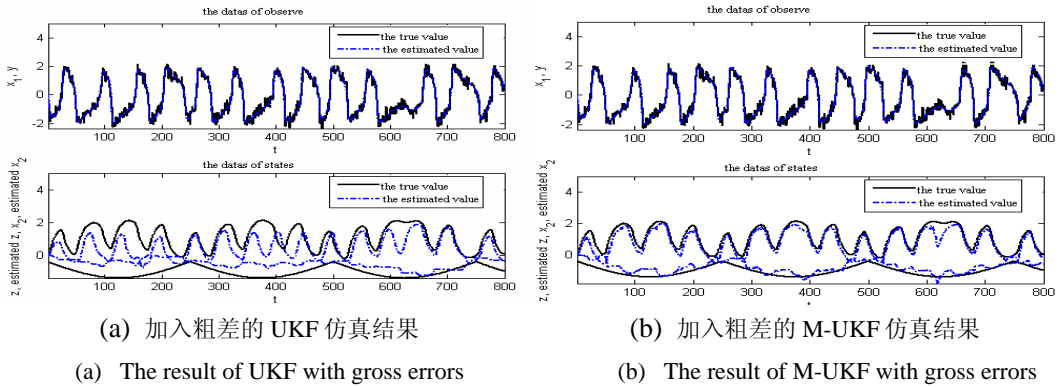


图 3 加入粗差时的仿真结果

Fig. 3 The result of simulation of with gross errors

4 在运动估计中的实验研究 (Experiment in motion estimation)

4.1 运动估计的模型 (The model of motion estimation)

目前,运动估计和跟踪的方法主要有基于光流的方法,基于特征的方法及基于轮廓的方法三大类。对于具有显著特征的物体,利用基于特征的方法相对比较简单,无须计算光流的变化,且对光照变化的敏感度较小。因此,本文采用了文献[13]提出的基于特征的方法来实现运动估计和跟踪。设点p为运动物体在图像上的一个特征点,在图像上的坐标为(x,y)。定义k时刻的状态向量为

$$X(k)=[x(k) \ y(k) \ v_x(k) \ v_y(k) \ \theta(k)]^T$$

其中, $x(k)$, $y(k)$ 为特征点在第 k 帧图像上的坐标位置, $v_x(k)$, $v_y(k)$ 表示该特征点在 x , y 方向上的平移速度, $\theta(k)$ 表示从第 $(k-1)$ 帧图像到第 k 帧图像的旋转角度。则该特征点的运动模型为:

$$\begin{cases} X(k+1)=\begin{bmatrix} x(k)\cos\theta(k)-y(k)\sin\theta(k)+v_x(k)T \\ x(k)\sin\theta(k)+y(k)\cos\theta(k)+v_y(k)T \\ v_x(k) \\ v_y(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix}+\alpha(k+1)=f(X(k))+\alpha(k+1) \\ z(k+1)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}X(k+1)+\nu(k)=HX(k+1)+\nu(k) \end{cases} \quad (18)$$

其中 $z(k)$ 表示该特征点在第 k 帧图像上的坐标, T 表示相邻两帧之间的时间间隔。

4.2 实验研究 (Experiment)

为验证 M-UKF 方法的鲁棒性, 选取一图像序列上的某特征点进行运动估计实验, 如图 4 所示。选取的特征点为图中盒子的右下角。为了避免在特征获取过程中的匹配的不准确性, 该实验采用了手动获取特征点的方法, 并人为的在观测数据中加入粗差。实验通过 Matlab 进行仿真, 图 4 给出了其中六帧图像中特征点的运动估计结果, 该结果表明, 本文提出的 M-UKF 方法效果优于标准 UKF 方法。图 5 是对特征点位置的真实值和估计值的比较。图 5(a)表示特征点位置估计的真实值与估计值的拟合情况, 其中实线为真实值, 虚线为估计值, 偏差较大的是通过 UKF 方法得到的估计值, 偏差较小的是通过 M-UKF 方法得到的估计值。图 5(b)是 UKF 和 M-UKF 的估计误差的相对值的比较, 虚线为采用 UKF 方法的结果, 实线为采用 M-UKF 方法的仿真结果。实验表明, 在有粗差数据的影响下, M-UKF 比 UKF 具有更好的估计效果, 实现更好的跟踪性能。

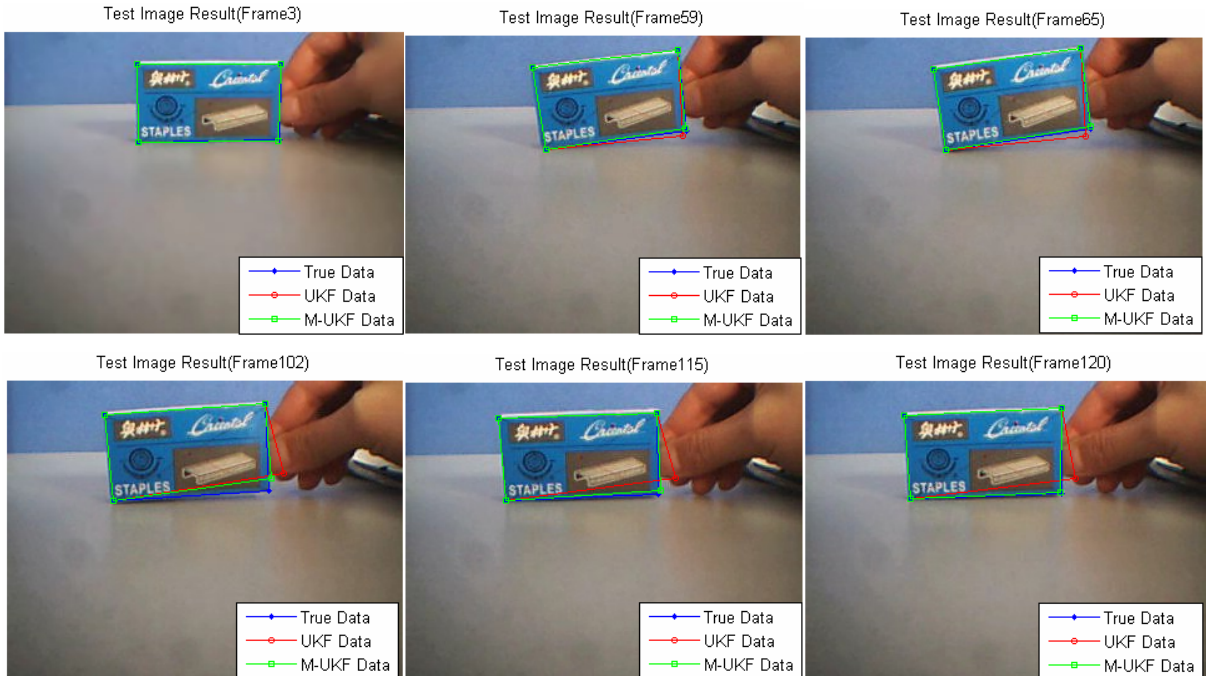
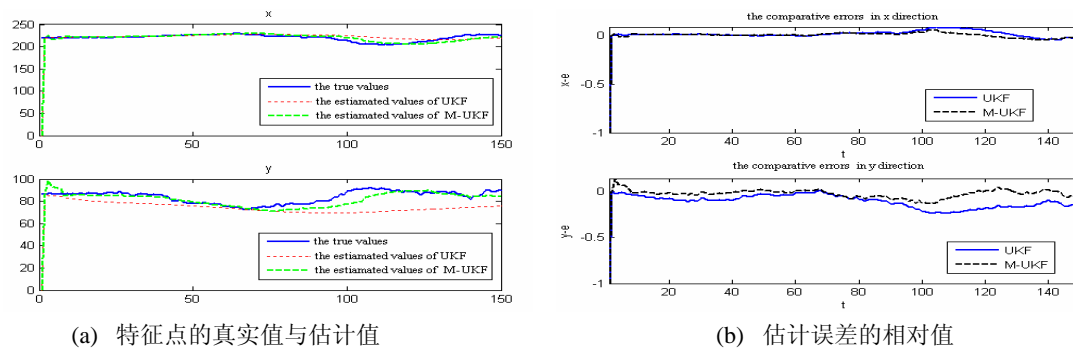


图 4 测试图像实验结果

Fig. 4 Result of the tested images



(a) The true and estimated value of the feature point (b) The comparative value of the estimated errors

图 5 特征点的状态估计

Fig. 5 Estimation of the states of feature point

5 结论 (Conclusion)

本文针对运动估计的非线性和鲁棒性问题, 提出了一种鲁棒的 UKF 方法, 该方法将 M-估计的加权原理应用到 UKF 的迭代递推的过程中, 可以有效地减弱或消除观测值中粗差的影响, 具有较好的鲁棒性。实验结果表明了当观测数据中存在有较大的粗差时, UKF 的估计值偏离了真实的数据, 并且在跟踪过程中出现了脱离跟踪物的现象, 使用本文提出的基于 M-估计的 UKF 方法, 则能很好的克服粗差的影响, 达到了很好的跟踪和估计效果。但是, 由于加权估计是需要反复迭代以到达精度要求, 这给估计与跟踪过程带来了很大的计算代价, 这需要在后续工作中进行研究和提高。

参考文献 (References)

- [1] Feili H., Feng Z., Kalman Filter for 3D Motion Estimation via Lagrange Interpolation and Numerical Integration // Proceeding of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, P.R.China, Shengyang, 2004:693-699.
- [2] Welch G., Bishop G., An Introduction to the Kalman Filter. Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill, 2004:1-16.
- [3] Julier S J, Uhlmann J K, A new extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems // Proceedings of Aerosense: The 11th International Symposium on Aerospace/Defense sensing, Simulation and Control, Orlando, Florida, 2000: 447-482.
- [4] Wang H, Robust Motion Estimation in Video Coding at Low Bit-rate // Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics Intelligent Systems and Signal Processing, P.R.China, Changsha, 2003:794-798
- [5] Huber P J, Robust estimation of a location parameter. Annals of Mathematical Statistics, 1964,35(2):73-101
- [6] Li P, Zhang T, Ma B. Unscented Kalman filter for visual curve tracking. Image and Vision Computing, 2004,22(2): 157-164.
- [7] Chan S C, Zhang Z G, Tse K W. A new robust Kalman filter algorithm under outliers and system uncertainties // Proceedings of IEEE International Symposium : Circuits and Systems, Japan, Kobe, 2005,5:4317-4320
- [8] Rousseeuw P J. Least median of squares regression. J. Amer. Statist. Assoc, 1984, 79(6): 871-880.
- [9] Huber P J. Robust statistics: A review. Annals of Mathematical Statistics.1972, 43(3): 1041-1067.
- [10] 程义军, 孙海燕, 程海斌, 抗差卡尔曼滤波及其在动态水准网差中的应用. 测绘工程, 2004, 13(4):55-71.
Cheng Yi-jun, Sun Hai-yan, Cheng Hai-bin. Robust estimate of Kalman filtering and its application in adjustment of dynamic leveling network. Engineering of Surveying and Mapping. 2004, 13(4):55-71.
- [11] 胡玉锁, 陈宗海. 一种基于鲁棒估计的自适应的图像平滑方法. 中国科学技术大学学报. 2006, 36(2):153-157. (in Chinese)
Hu Yu-suo, Chen Zong-hai. Adaptive image smoothing based on robust estimation. Journal of University of Science and Technology of China. 2006, 36(2):153-157.
- [12] Voss H U, Timmer J, Kurths J. Nonlinear dynamical Systems Identification from Uncertain and Indirect Measurements. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2004, 14(6):1905-1933.
- [13] Sheng Y Y, Chellappa R. Dynamic feature point tracking in an image sequence. Pattern Recognition, 1994, 1(1):654-657