

利用卡爾曼濾波修正每日地面氣溫預報

徐敏貞 唐天毅

澳門地球物理暨氣象局

摘 要

本文利用卡爾曼濾波修正日本氣象廳全球譜模式雙線性插值得到的澳門大潭山氣象站地面氣溫預報，通過雙重檢驗逐步回歸引入了 8 個因子和建立量測方程，由 2006 年 10 月 25 日開始每天對卡爾曼濾波更新 2 次，並作時間間隔為 12 小時的 72 小時氣溫預報。結果顯示，卡爾曼濾波在 12 至 60 小時預報的效果較模式的輸出結果好；另外通過調整參數，卡爾曼濾波更能適應天氣的突變，改善其預報效果。

Diurnal Corrections of Surface Temperature Forecasts Using the Kalman Filter

Choi Man Cheng Tong Tin Ngai

Meteorological and Geophysical Bureau, Macao

Abstract

This article illustrates the usage of Kalman Filter(KF) to calibrate the surface temperature forecast of Macao AWS (Taipa Grande) which was interpolated bilinear from JMA Global Spectral Model. Through the stepwise regression, 8 dominant factors are involved and the observation equation has been formed. A 72-hours temperature forecast exercise was launched from 25th October, having the parameters of KF being updated twice a day for every 12 hours. The results of such test, when comparing to the JMA output, reveals that such correction has a significant impact on the 12-60 hours surface temperature forecast. Moreover, the KF adapts better in a sudden change in weather, simply, by adjusting its parameters. Thus, forecast accuracy can be improved.

利用卡爾曼濾波修正每日地面氣溫預報

徐敏貞 唐天毅

澳門地球物理暨氣象局

1. 引言

卡爾曼濾波(下稱為 KF)方法在 1987 年開始應用到天氣預報領域，到 1992 年，日本氣象廳(下稱為 JMA)開始利用 KF 製作全國 56 個站的最高和最低氣溫預報；KF 的優點是不需要保存全部歷史資料數據，可借助於前一時刻的濾波結果，遞推出現在時刻的狀態估計量，大大減少了計算量；KF 建立的統計模型能適應數值模式的變化，用於處理帶有誤差的數值預報產品，從而得到預報值的最佳估計值，提高預報精度；KF 主要用於製作連續預報量，如溫度、風、濕度等要素的預報。

大潭山氣象站地處氹仔島大潭山海拔 114 米高的山上，是澳門具代表性的氣象站，每天的氣象報告和要素預報都是以此站為對象，由於現階段的數值預報模式的精度並不能反映大潭山氣象站的地域特徵，因此本文將利用 KF 作出預報，希望藉此來修正 JMA 全球譜模式(下稱為 GSM)的預報，以便提高氣溫預報的準確率。

2. 資料和方法

〈1〉 資料

因子資料取 2006 年 8 月 4 日 00UTC 開始的 JMA GSM 分析及預報場，觀測值取大潭山站 2006 年 8 月 4 日 00UTC 開始的地面氣溫觀測值，資料時間間隔取 12 小時。

〈2〉 卡爾曼濾波遞推系統

卡爾曼濾波用於天氣預報時，可將回歸方程作為 KF 中的量測方程。

量測方程的形式：
$$Y_t = X_t B_t + e_t \quad (2-1)$$

其中： Y_t 是預報量(°C)

X_t 是因子矩陣

B_t 是回歸系數

e_t 是量測噪聲

至於狀態方程，考慮到由季節等原因所引起的 B 變化是漸進的，且有隨機性，採用狀態方程的簡化形式：
$$B_t = B_{t-1} + \varepsilon_{t-1} \quad (2-2)$$

其中： B_t 及 B_{t-1} 是 t 及 $t-1$ 時刻的值

ε_{t-1} 是動態噪聲

動態噪聲與量測噪聲都是隨機向量，假定它們是互不相關的、均值為零、方差分別為 W ， V 的白噪聲，應用廣義最小二乘法，得到 KF 的遞推系統：

$$\hat{Y}_t = X_t \hat{B}_{t-1} \quad (2-3)$$

$$R_t = C_{t-1} + W \quad (2-4)$$

$$\sigma_t = X_t R_t X_t^T + V \quad (2-5)$$

$$K_t = R_t X_t^T \sigma_t^{-1} \quad (2-6)$$

$$\hat{B}_t = \hat{B}_{t-1} + K_t (Y_t - \hat{Y}_t) \quad (2-7)$$

$$C_t = R_t - K_t \sigma_t K_t^T \quad (2-8)$$

其中： \hat{Y}_t 是預報量(°C)

Y_t 是預報量的實測值(°C)

X_t 是預報因子

X_t^T 是預報因子 X_t 的轉置矩陣

\hat{B} 是回歸系數估算值

R_t 是外推值 \hat{B}_t 的誤差方差陣

C_{t-1} 是 \hat{B}_{t-1} 的誤差方差陣

K_t 是 Kalman Gain(KG)

σ_t 是預報誤差方陣

σ_t^{-1} 是 σ_t 的逆矩陣

W 是動態噪聲的方差陣

V 是量測噪聲的方差

量測方程與一般回歸方程不同的是其系數是隨時間變化，而每增加一次新的量測

X_t ， Y_t 時，只需利用已算出的 \hat{B}_{t-1} 和濾波誤差方差陣 C_{t-1} ，就可推算出新的方程系數估算值，以此適應數值模式的變更或數值產品誤差的變化。

〈3〉 因子選取

首先基於熱力學方程中氣象站溫度的變化與溫度平流、垂直速度和大氣穩定度有關，因此待選因子會以 1000hPa、925hPa 和 850hPa 的溫度平流，925hPa、850hPa 的垂直速度，925-1000hPa 及 850-925hPa 的溫度差作為基本因子，再加上與濕度相關的因子，包括 1000hPa、925hPa 和 850hPa 的相對濕度，地面露點和相對濕度，總共有 12 個待選因子將會通過雙重檢驗逐步回歸作出篩選。

〈4〉 量測方程及初值的決定

根據上述的 12 個因子，計算 JMA GSM 分析場四點雙線性插值得出澳門大潭山站(113.57°E, 22.17°N)單點的因子資料，時段取 2006 年 8 月 4 日 00UTC 至 2006 年 10 月 25 日 00UTC，時間間隔為 12 小時，聯同澳門大潭山站觀測資料，進行

雙重檢驗逐步回歸計算，取顯著水平為 0.05 的 F 檢驗，最後得出最優回歸方程(複相關系數為 0.91)作為卡爾曼濾波的量測方程：

$$Y = 14.44 + 0.88x_1 + 0.13x_2 + 0.07x_3 - 0.08x_4 + 0.07x_5 + 250.21x_6 - 0.18x_7 - 0.24x_8$$

其中： Y 為預報量(°C)

x_1 為地面露點 (°C)

x_2 為地面相對濕度(%)

x_3 為 1000hPa 溫度平流(10^{-5} °C/s)

x_4 為 925hPa 溫度平流(10^{-5} °C/s)

x_5 為 850hPa 溫度平流(10^{-5} °C/s)

x_6 為 850hPa 垂直速度(hPa/s)

x_7 為 850-925hPa 的溫度差(°C)

x_8 為 850hPa 相對濕度(%)

卡爾曼濾波運行前對於初值 B_0 、 C_0 以及 W 和 V 都要事先確定，由量測方程可知，

$$B_0 = [14.44 \quad 0.88 \quad 0.13 \quad 0.07 \quad -0.08 \quad 0.07 \quad 250.21 \quad -0.18 \quad -0.24]^T$$

c_0 是 B_0 的誤差方差陣，由於 B_0 是從樣本資料精確計算得到的，可以假定它與理論值相等，即認為回歸系數的初值為系統真值，則其誤差方差為零。所以 c_0 是 9×9 的零方陣。

由於 W 和 V 在進行 KF 運算起始時被確定之後就不能再改變，因此需先計算出 W 和 V 的值。

$$W \approx \begin{bmatrix} \frac{(\Delta B_1)^2}{\Delta T} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{(\Delta B_2)^2}{\Delta T} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{(\Delta B_9)^2}{\Delta T} \end{bmatrix}$$

由上式可見，W 值可用 B 的變化來估算，因此需進行另一次雙重檢驗逐步回歸計算，時段取 2006 年 8 月 4 日 00UTC 至 2006 年 11 月 03 日 12UTC，求出 B_t ，

$$B_t = [17.78 \quad 0.78 \quad 0.10 \quad 0.08 \quad -0.07 \quad 0.00 \quad 258.03 \quad 0.00 \quad -0.22]^T$$

由 B_0 和 B_t 的時間間隔 $\Delta T = 19$ ，因此可求出 W 的近似值為：

$$W \approx \begin{bmatrix} 0.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.12 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8.42 \times 10^{-7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.26 \times 10^{-6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.22 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.6 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.54 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

至於量測噪聲的方差 $V = \frac{q}{k-m-1}$,

其中 $q = \sum_{k=1}^k (y_i - \hat{y}_i)^2$ k 為樣本容量($k=165$)

m 為量測方程因子數 y_i 為觀測值 \hat{y}_i 為回歸方程估算值

最後求出 $V = 0.48$ 。

3. 業務應用及預報例子

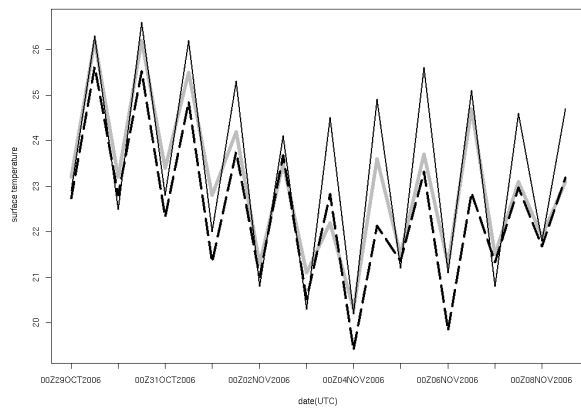
卡爾曼濾波初始參數確定後，在 10 月 25 日 12UTC 開始作不斷更新及預報，每天 JMA GSM 更新 00 或 12UTC 資料時，採用其分析場及澳門大潭山站氣溫對應時次觀察值對卡爾曼濾波進行更新，求出最新的回歸系數及其誤差方差矩陣，並由 JMA GSM 的 72 小時預報場計算出澳門大潭山站的插值預報因子，最後利用 KF 進行 72 小時預報。

〈1〉 氣溫變化較小的時段(2006 年 10 月 29 日至 11 月 8 日)

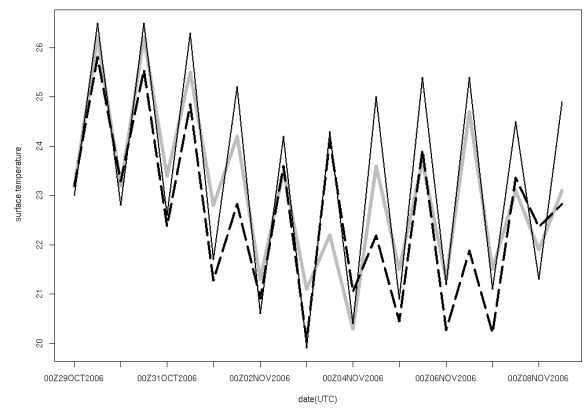
這段時間主要是受大陸性反氣旋影響，冷空氣主要活躍於華中和華北，當中在 11 月 1 日至 2 日，位於南海的熱帶氣旋西馬侖與大陸性反氣旋共同作用，使本澳風力明顯加強。

接下來繪出對 10 月 29 至 11 月 8 日作各預報時次的 JMA、KF 及實測曲線擬合圖(圖 1)，36 小時內兩者的擬合效果都較接近實測，但 48 小時開始擬合變差；JMA GSM 在各時次所作 20UTC 的預報一般都比實測值偏高，KF 相對能較好地接近實測。由表 1 可見，在作 12 小時預報，JMA GSM 和 KF 的平均絕對誤差都較少，但隨預報時次的增加，KF 的平均絕對誤差由 0.65 增至 1.23，JMA 則相對較穩定，維持在 1 度以內。表 2 反映在絕對誤差小於 0.5°C 的條件下，兩者的預報效果，在作 12 小時預報中，KF 有 5 成的預報準確率，而隨後至 36 小時預報，KF 的準確率都比 GSM 好，維持在 4 成，可惜是 72 小時預報 KF 的效果明顯下降。

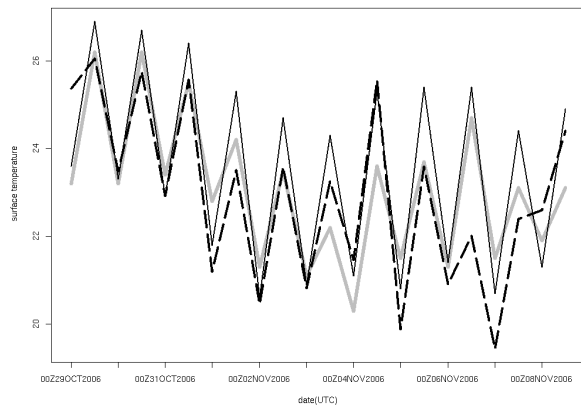
整體而言，KF 在 36 小時內的預報效果比 JMA GSM 好，在一定程度上對 JMA GSM 預報地面氣溫起到修正作用，特別是修正了 JMA GSM 在 20UTC 偏高的預報。



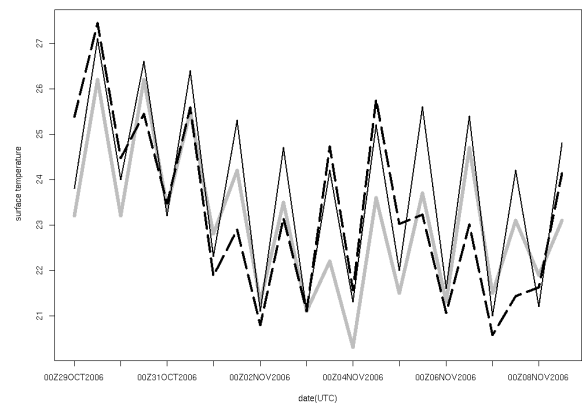
(a) 12 小時預報



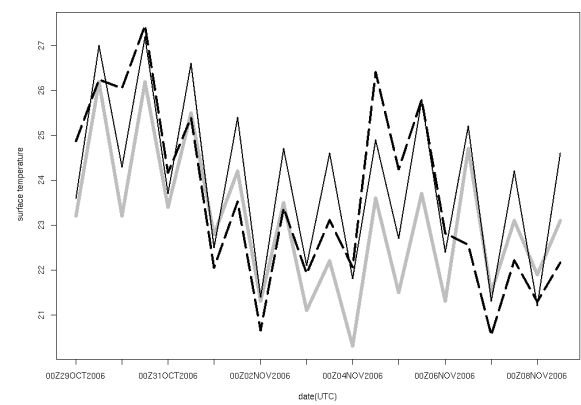
(b) 24 小時預報



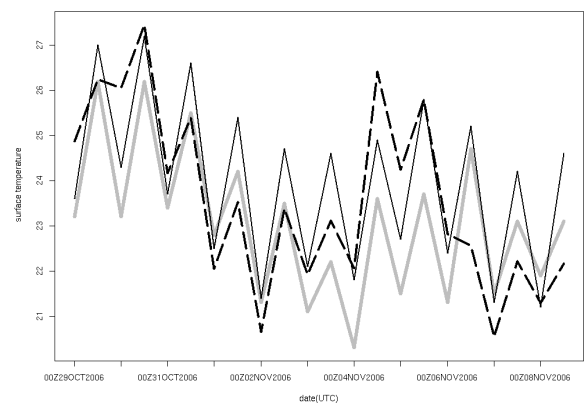
(c) 36 小時預報



(d) 48 小時預報



(e) 60 小時預報



(f) 72 小時預報

圖 1 JMA 全球譜模式(幼黑實線)、卡爾曼濾波(粗黑虛線)和大潭山氣象站觀測值(灰實線)對 2006 年 10 月 28 日至 11 月 8 日作各時次預報的擬合圖

	平均絕對誤差(°C)					
	+12 小時	+24 小時	+36 小時	+48 小時	+60 小時	+72 小時
JMA GSM	0.77	0.84	0.89	0.85	0.95	0.99
KF	0.65	0.85	0.95	1.02	1.12	1.23

表 1 JMA 全球譜模式和卡爾曼濾波在各預報時次中平均絕對誤差

	絕對誤差小於 0.5°C 的百分比(%)					
	+12 小時	+24 小時	+36 小時	+48 小時	+60 小時	+72 小時
JMA GSM	41	32	27	36	32	27
KF	50	41	41	32	32	14

表 2 JMA 全球譜模式和卡爾曼濾波在各預報時次中絕對誤差小於 0.5°C 的百分比

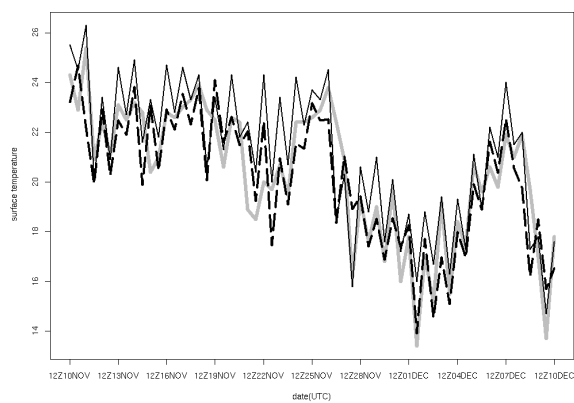
〈2〉 氣溫變化較大的時段(2006 年 11 月 10 日至 12 月 10 日)

這段時間初期主要受弱冷空氣影響，其後在 11 月 21 日至 22 日有冷鋒過境並伴有雷暴，到 11 月 23 至 26 日氣溫明顯回升，26 日晚至 28 日受另一股較強冷空氣影響，氣溫驟降，12 月 8 至 10 日再有冷鋒過境使氣溫下降。

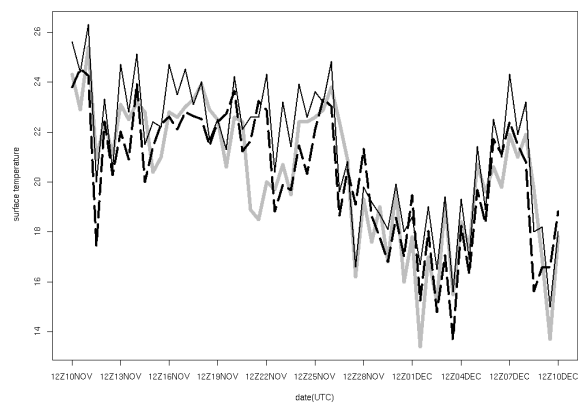
同理繪出對 11 月 10 至 12 月 10 日作各時次預報的 JMA、KF 及實測曲線擬合圖(圖 2)，在 24 至 72 小時預報中可見，11 月 21 日至 22 日氣溫下降 JMA GSM 基本沒有反映出來，而 KF 預報中出現明顯的滯後現象，這現象隨預報時次的增加很容易看到，滯後現象對 KF 來講是已知的問題；至於 12 小時的預報 KF 都能及時對 11 月 21 至 22 日的誤差作出調整，可見擬合效果較好；另外 11 月 26 至 28 日及 12 月 8 至 10 日的氣溫下降情況，由於 JMA 的預報因子場都能反映，故 KF 對這過程也很好地擬合出來，當中 36 至 72 小時在 11 月 28 日和 12 月 10 日 00UTC 預報的氣溫低值較 JMA GSM 擬合得好。

在表 3 和表 4 中看到，由於氣溫變化較大，平均絕對誤差明顯增加，當中 KF 仍只在 12 小時預報中的誤差較小；至於絕對誤差小於 0.5 度中，除了 12 小時預報外，JMA GSM 的準確率都在 KF 之上，整體而言，KF 在氣溫變化較大的時段預報效果強差人意。

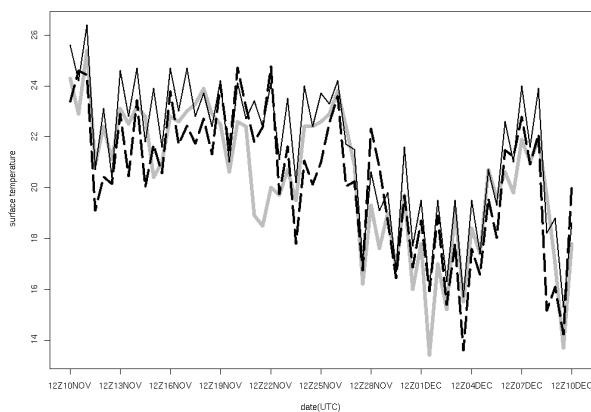
KF 會調整回歸系數的值去適應實測值的變化，但當殘差大時，相應的回歸系數就調整得太多，致使影響到整個預報效果，情況就像 11 月 21 至 22 日的氣溫下降過程，其調整的結果是使得 23 至 26 日的氣溫回升過程預報偏低，從而使殘差進一步加大，因此下面將試圖作出調校以改善其預報特性。



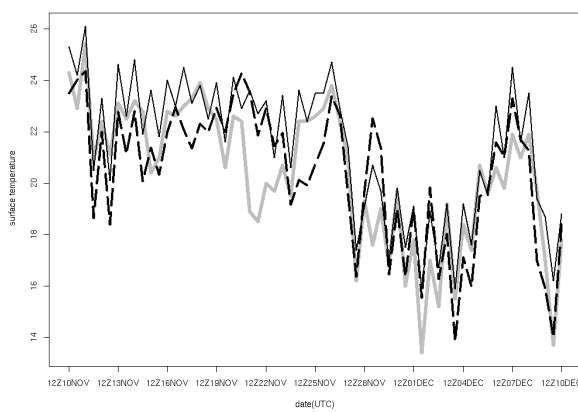
(a) 12 小時預報



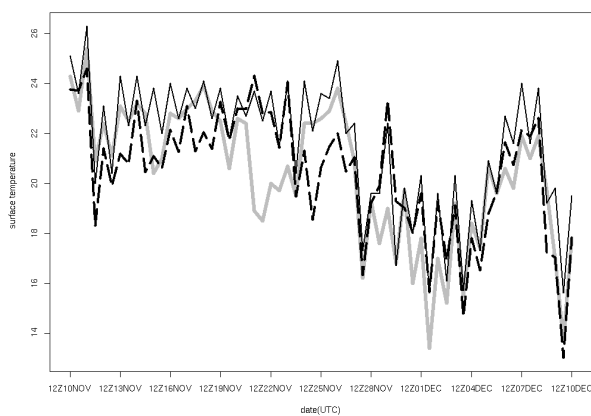
(b) 24 小時預報



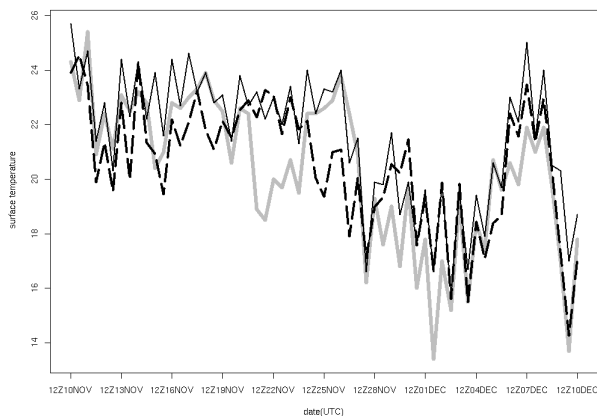
(c) 36 小時預報



(d) 48 小時預報



(e) 60 小時預報



(f) 72 小時預報

圖 2 JMA 全球譜模式(幼黑實線)、卡爾曼濾波(粗黑虛線)和大潭山氣象站觀測值(灰實線)
對 2006 年 11 月 10 日至 12 月 10 日作各時次預報的擬合圖

	平均絕對誤差(°C)					
	+12 小時	+24 小時	+36 小時	+48 小時	+60 小時	+72 小時
JMA GSM	1.21	1.24	1.25	1.20	1.29	1.32
KF	1.13	1.32	1.37	1.36	1.40	1.46

表 3 JMA 全球譜模式和卡爾曼濾波在各預報時次中平均絕對誤差

	絕對誤差小於 0.5°C 的百分比(%)					
	+12 小時	+24 小時	+36 小時	+48 小時	+60 小時	+72 小時
JMA GSM	26	26	28	31	30	31
KF	28	21	20	23	21	23

表 4 JMA 全球譜模式和卡爾曼濾波在各預報時次中絕對誤差小於 0.5°C 的百分比

4. 卡爾曼濾波的調校

〈1〉 調校說明

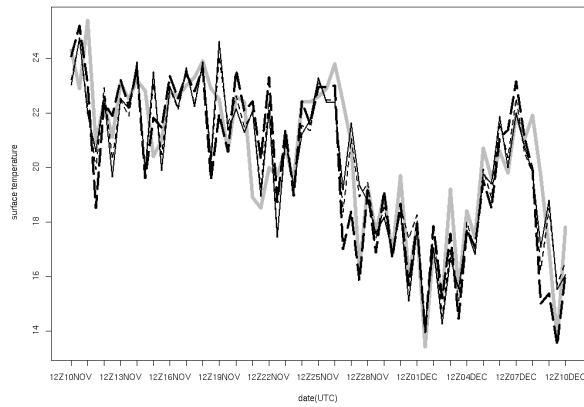
通過改變量測噪聲方差的值可以對 KF 的特性作出調整，由(2-5)及(2-6)式可知，如果將量測噪聲方差(V)增大，那麼 KF 將不太相信實測值，而 KG 相應會減少，進而影響到回歸系數的值，最後使濾波結果較慢去反應實測氣溫的變化；量測噪聲方差減少時，KF 將較相信實測值，濾波結果將較快去反應實測氣溫的變化。

因此對 V 的值進行調校，進行兩個設定的試驗，第一個為快反應設定，取 $V/100$ ，這是較快反應實測值的變化；第二個為慢反應設定，取 $V*100$ ，這是較慢反應實測值的變化。

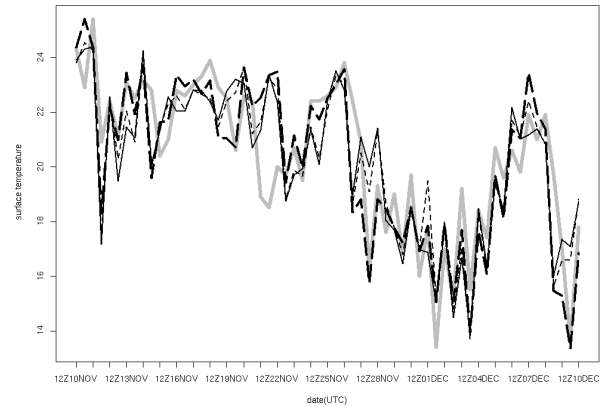
〈2〉 預報效果的比較

下面將就氣溫變化較大的時段作快慢反應以及原設定(V 不變)預報對實測值的擬合曲線，由圖 3 可見，快反應 KF 與原設定較為接近，由此可知原設定是偏向相信實測值的變化，在 11 月 21 日至 22 日的氣溫下降過程中，各預報時次中 2 個反應設定仍舊在 24 至 60 預報時次出現滯後的情況，這個與預報因子未能反映有關，但其後 23 至 26 日的氣溫回升過程，慢反應 KF 在各預報時次能較好地預報出來，當中以 60 和 72 小時的預報修正得最多。慢反應 KF 在 12 月 10 日 00UTC 預報的氣溫低值以 12 及 24 小時較其他設定好，而對於 11 月 29 至 30 日快反應 KF 預報的高值，慢反應 KF 也能很好地修正過來。

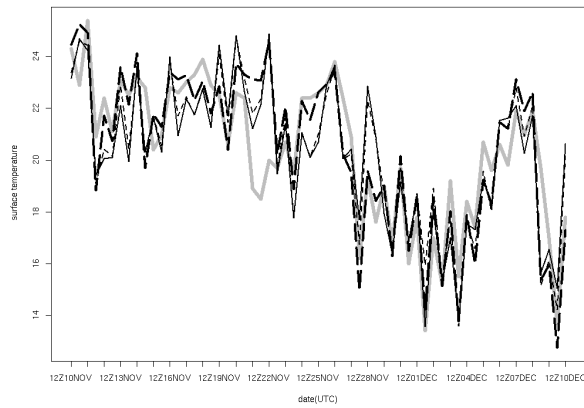
平均絕對誤差方面，表 5 總結了 KF 的 3 個設定以及 JMA 的預報以便作出比較，慢反應 KF 很明顯地各預報時次誤差維持都在 1.1 附近，其效果較其他設定以及 JMA 好。至於表 6 絕對誤差小於 0.5°C 的百分比中，慢反應 KF 以預報時次為 12 小時的百分比最高，達到 39%，其後 24 至 72 小時的百分比也不低於 30%，所以整體而言，慢反應 KF 的效果在氣溫變化較大的時段中預報較佳。



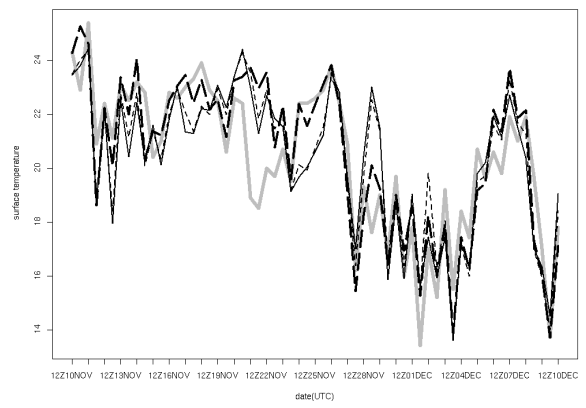
(a) 12 小時預報



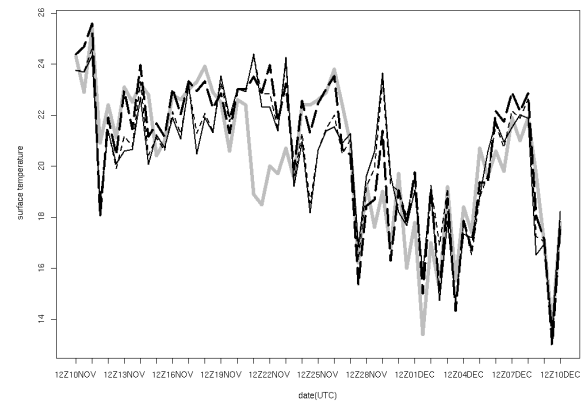
(b) 24 小時預報



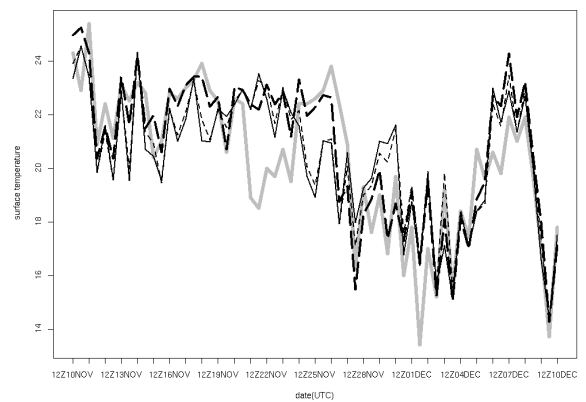
(c) 36 小時預報



(d) 48 小時預報



(e) 60 小時預報



(f) 72 小時預報

圖 3 卡爾曼濾波(幼黑虛線)、快反應 KF(幼黑實線)、慢反應 KF(粗黑虛線)和大潭山氣象站觀測值(灰實線)對 2006 年 11 月 10 日至 12 月 10 日作各時次預報的擬合圖

	平均絕對誤差(°C)					
	+12 小時	+24 小時	+36 小時	+48 小時	+60 小時	+72 小時
JMA GSM	1.21	1.24	1.25	1.20	1.29	1.32
KF	1.13	1.32	1.37	1.36	1.40	1.46
快反應 KF	1.16	1.38	1.48	1.46	1.53	1.53
慢反應 KF	1.08	1.13	1.10	1.05	1.05	1.13

表 5 JMA 全球譜模式和卡爾曼濾波在各設定中平均絕對誤差

	絕對誤差小於 0.5°C 的百分比(%)					
	+12 小時	+24 小時	+36 小時	+48 小時	+60 小時	+72 小時
JMA GSM	26	26	28	31	30	31
KF	28	21	20	23	21	23
快反應 KF	30	21	16	11	16	23
慢反應 KF	39	36	31	31	38	30

表 6 JMA 全球譜模式和卡爾曼濾波在各設定中絕對誤差小於 0.5°C 的百分比

5. 小結及展望

在氣溫變化較小的時段，KF 對 36 小時內的預報效果比 JMA GSM 好，當中以 12 小時的預報最接近實測；由此看來，KF 一定程度上起到對 JMA GSM 預報地面氣溫的修正作用，特別是修正了 JMA GSM 在 20UTC 偏高的預報。

KF 存在的滯後現象，主要與天氣變化引致氣溫驟變和預報因子的誤差有關。在氣溫變化較大的時段，通過對量測噪聲方差作出調校，發現採用慢反應 KF 來做的預報效果較佳，但由於 KF 在 10 月 25 日才開始日常運作，故本文中 KF 的預報情況暫只能反映冬半年的情況，在這段時間 KF 確實能夠作為日常天氣預報中的一種參考，當冷鋒過境使氣溫下降時，KF 對 00UTC 預報的溫度值得參考作為大潭山最低氣溫預報。

因子的選取方面本文並沒有考慮熱力學方程的非絕熱加熱項，另外還需要做大量的工作來找出其他相關和貢獻好的因子作回歸方程，至於主觀地加入因子以及因子數目是否合適等，這些還需進一步研究。

王莉^[3]提出的可變 W/V 參數，日後仍可作進一步試驗以得到更好的預報效果。由於 KF 的應用範圍廣，將來還可對各種模式做 6 小時預報、氣候預報、最低和最高氣溫預報等。

參考文獻

- [1] 黃嘉佑. 氣象統計分析與預報方法 北京: 气象出版社. 2000
- [2] 孔玉壽. 現代天氣預報技術 北京: 气象出版社. 2005
- [3] 王莉和黃嘉佑. Kalman 濾波的試驗應用研究 應用氣象學報. 1999, Vol.10 No.3
- [4] Willam Y. Y. Cheng , A Kalman Filter Approach to correct Surface Forecast Bias, 21st Conference on Weather Analysis and Forecasting/17th Conference on Numerical Weather Predution
- [5] Mariken Homleid, Diurnal Corrections of Short-Term Surface Temperature Forecasts using the Kalman Filter, Weather and forecasting. 1995, 689-707
- [6] Greg Welch and Gary Bishop, An Indroduction to the Kalman Filter, University of North Carolina at Chapel Hill. SIGGRAPH 2001