

一种快速 Kalman 滤波算法实现及效果评估

李彦鹏 黎湘 庄钊文

(国防科技大学 ATR 国家重点实验室 长沙 410073)

摘要: 该文介绍了一种新的快速 Kalman 滤波算法实现方法。对于某些不能够采取离线计算的滤波过程来说,它可以在保证一定精度的同时极大地提高计算速度和减少计算占用资源。文中以仿真实验的跟踪数据做出了对比仿真。

关键词: Kalman 滤波, 算法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)01-0153-02

A Fast Kalman Filtering Algorithm and Its Evaluation

Li Yan-peng Li Xiang Zhuang Zhao-wen

(ATR Key Lab of NUDT, Changsha 410073, China)

Abstracts A new fast Kalman filtering algorithm is illustrated in detail. For some filtering courses whose coefficients can not be caculated offline, this way offers high work speed and has certain accuracy, at the same time, it takes less resource. The idea is tested with simulated tracking data.

Key words Kalman filtering, Algorithm

1 引言

Kalman 滤波算法在对非平稳过程的估计中发挥了重要作用^[1]。它的一个方便之处就是:当观测噪声是零均值高斯分布时,预测误差方差阵、Kalman 滤波增益、滤波误差方差阵都可以离线计算^[2]。比如,在雷达目标跟踪中,假如目标的运动状态方程和传感器的测量方程在同一坐标系下均为线性方程,观测噪声是零均值高斯分布时,Kalman 滤波算法运算简便,满足最小方差要求^[3,4]。

但是,雷达目标跟踪实际应用中,目标的状态方程常采用直角坐标描述,传感器的状态方程一般采用极坐标描述,坐标转换后的观测噪声不再是零均值高斯分布。这样,滤波算法往往需要在线计算,而 Kalman 滤波算法中固有的矩阵求逆运算将占用相当的时间和资源。对于一些复杂的应用,比如状态量比较多的情况,计算量的问题始终存在。

我们在工作中尝试采用矩阵的 Taylor 展开方法求逆,节约了计算时间和资源,并保证了精度的要求。

2 Kalman 滤波算法介绍

大部分读者对 Kalman 滤波算法很熟悉,仅结合需要说明的问题作简要介绍。

设一个随机过程的状态方程和观测模型分别为

$$x(k) = \phi(k, k-1)x(k-1) + \Gamma(k-1)w(k) \quad (1)$$

式(1)中, $x(k)$ 为系统状态矢量, $w(k)$ 为系统噪声矢量。 $\phi(k, k-1)$, $\Gamma(k-1)$ 为系数矩阵。

$$Z(k) = C(k)x(k) + v(k) \quad (2)$$

则其滤波运算过程为

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}(k|k) &= \phi(k, k-1)\hat{x}(k-1|k-1) + K(k)v(k) \\ \hat{x}(k|k-1) &= \phi(k, k-1)\hat{x}(k-1|k-1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

观测噪声矢量:

$$v(k) = Z(k) - C(k)x(k|k-1) \quad (4)$$

预测误差方差阵:

$$P(k|k-1) = \phi(k, k-1)P(k-1|k-1)\phi^T(k, k-1) + \Gamma(k-1)Q(k-1)\Gamma^T(k-1) \quad (5)$$

增益算法:

$$K(k) = P(k|k-1)C^T(k)[C(k)P(k|k-1)C^T(k) + R(k)]^{-1} \quad (6)$$

滤波误差方差阵:

$$P(k|k) = [I - K(k)C(k)]P(k|k-1) \quad (7)$$

上述公式中, I 是单位矩阵, $R(k)$ 是 $v(k)$ 的方差阵, $Q(k-1)$ 是 $w(k-1)$ 的方差阵。

3 Kalman 滤波快速算法

在线求解 $K(k)$ 是运算瓶颈,我们尝试了一种新的快速

算法。

3.1 快速算法核心思想

在式(6)中, 假设

$$M(k) = C(k)P(k|k-1)C^T(k) + R(k) \quad (8)$$

令 $N(k) = M(k) - I$, 则当 $N(k)$ 的谱半径 $\rho(N) < 1$ 时,

$$M^{-1}(k) = I - N(k) + N(k) \cdot N(k) - N(k) \cdot N(k) \cdot N(k) + \dots \quad (9)$$

不难看出, 当 $\rho(M) \geq 1$ 时, 式(9)不再收敛^[5]。这时假设矩阵 $M(k)$ 绝对值最大的特征值为 λ_m 。若 λ_m 为正, 可以选择 $N_1(k) = (M(k) - \eta \cdot I) / \eta$, 并按照下式计算:

$$M^{-1}(k) = \{I - N_1(k) + N_1(k) \cdot N_1(k) - N_1(k) \cdot N_1(k) \cdot N_1(k) + \dots\} / \eta \quad (10)$$

其中 $\eta > \lambda_m$ 为一任意选择的正数, 一般可以选取一个便于计算且与 λ_m 相差不大的正整数。

若 λ_m 为负, 可以选择 $N_2(k) = (M(k) - \zeta \cdot I) / \zeta$, 并按照下式计算

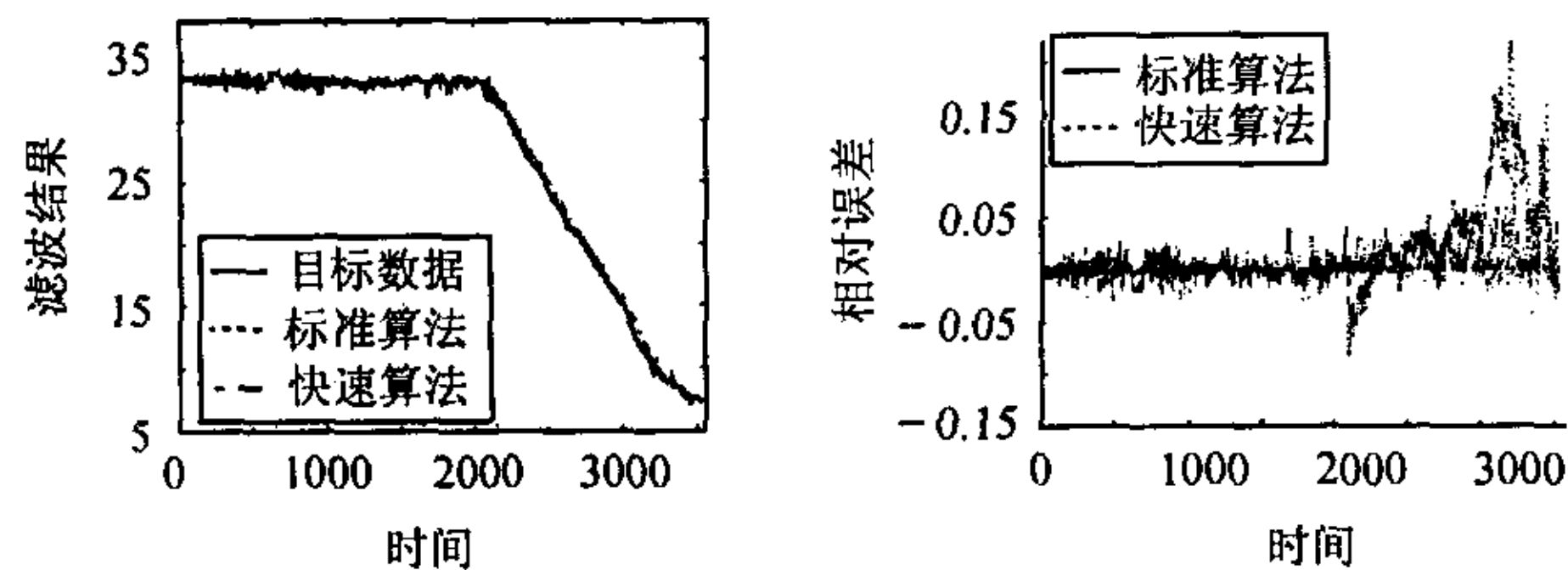
$$M^{-1}(k) = \{I - N_2(k) + N_2(k) \cdot N_2(k) - N_2(k) \cdot N_2(k) \cdot N_2(k) + \dots\} / \zeta \quad (11)$$

其中 $\zeta < \lambda_m$ 为一任意选择的负数, 一般可以选取一个便于计算且与 λ_m 相差不大的负整数。式(9)~式(11)中展开项数目选择方法是, 根据计算的精度要求, 将达到精度要求的一项后面所有展开项都舍去。

3.2 仿真结果

为了验证上述想法的正确性, 我们采用了某仿真实验数据进行检验。图 1(a)是跟踪过程角度信息的滤波结果对比, 图 1(b)是两种运算方法的相对误差对比。仿真过程中, 采用式(10)展开式的前 5 项计算。数据点共计 3522 个, 数据采样周期 0.02s。

标准方法平均需要 4.11ms 完成一次滤波过程 (14.4754s/3522), 快速算法平均需要 2.64ms 完成一次滤波过程 (9.2964s/3522), 所需时间仅为原来的 64.22%。



(a) 滤波结果对比

(b) 相对误差对比

图1 仿真结果

4 实验结果分析以及本方法优缺点讨论

通过仿真结果知本方法优点主要表现在以下几个方面:

(1) 快速算法大大加快了运算速度, 占用了更少的计算资源。因而, 本方法可以适用于快速采样系统的滤波计算。

(2) 对于状态量越多的复杂系统, 本方法的效率提高更为明显。过去曾有人采用离线计算 $P(k|k-1)$, $K(k)$, $P(k|k)$ 来提高运算速度, 这种做法不适合非高斯分布的观测噪声情况。

(3) 通过增加式(10)展开式的项数可以提高运算精度, 因而误差具有可控性。采用迭代方法等等来求解矩阵的逆计算量不会少于文中方法, 同时, 不会得到计算误差的信息。

这种修正方法也存在不足, 信号突变的时刻往往不能及时跟上变化, 可以在一定限度内增加式(10)展开式的项数来缓解。

在仿真调试过程中, 快速算法曾出现不收敛现象, 原因在于首先采用式(9)计算, 收敛条件不满足, 改用式(10)问题就解决了。

在多传感器数据处理、目标跟踪等等场合可以尝试采用本快速算法。

参考文献

- [1] 杨春玲, 刘国岁, 倪晋麟. 基于转换坐标卡尔曼算法的雷达目标跟踪. 现代雷达, 1998, 20(5): 48 - 54.
- [2] Moustakides G V. Correcting the instability due to finite precision of the fast Kalman identification algorithms. Signal Processing. 1989, 18(1): 33 - 42.
- [3] Yaakov Bar-Shalom. Multitarget-multisensor tracking and fusion. 1997 IEEE National Radar Conference, Syracuse, NY, 1997: 180 - 192.
- [4] 刘福声, 罗鹏飞, 编著. 统计信号处理. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999: 82 - 131.
- [5] 熊洪允, 曾绍标, 毛云英, 编著. 应用数学基础. 天津: 天津大学出版社, 1996: 190 - 220.

李彦鹏: 男, 1972年生, 博士生, 感兴趣的研究方向为目标识别、自适应信号处理、计算机网络管理。

黎湘: 男, 1967年生, 博士, 副教授, 感兴趣的研究方向为自动目标识别、非线性信号处理、信号检测等。

庄钊文: 男, 1958年生, 博士, 教授, 博士生导师, 感兴趣的研究方向为信号处理、雷达目标识别、模糊信息处理等。