

2 Лабораторная работа № 2. Закон Амдала

Цель работы: исследовать изменения производительности многопроцессорных систем в соответствии с законом Амдала.

2.1 Теоретическая часть

Джин Амдал сформулировал закон в 1967 году. Этот закон и его следствия составляют теоретическую основу оценок достижимой производительности параллельных вычислительных процессов.

Закон Амдала позволяет оценить производительность многопроцессорной вычислительной системы в зависимости от числа процессоров и степени распараллеливания вычислительного процесса.

Предположим, что некоторая задача, выполняющаяся на однопроцессорной машине за T_S единиц времени, допускает частичную параллельную реализацию. Часть операций этой задачи, для которых возможно только последовательное выполнение, обозначим, как S ($S < 1$). Соответственно, подлежащим распараллеливанию операциям остается часть задачи P , равная $(1-S)$. Если запустить задачу на идеальном параллельном компьютере с N однотипными процессорами, то ее время исполнения определяется по следующей формуле:

$$T_P = S \cdot T_S + \frac{(1-S) \cdot T_S}{N}, \quad (2.1)$$

где $S \cdot T_S$ – время выполнения последовательной части задачи, а $(1-S) \cdot T_S / N$ – время выполнения распараллеленной части на N процессорах.

Прирост производительности A абстрактного параллельного компьютера определяется как соотношение времени решения задачи обычным последовательным компьютером T_S и временем решения задачи многопроцессорным компьютером с распараллеливанием T_P по следующей формуле:

$$A(N, S) = \frac{T_S}{T_P} = \frac{N}{N \cdot S + 1 - S}. \quad (2.2)$$

Показатель прироста производительности A и является формулировкой закона Амдала.

Закон Амдала констатирует, что максимальный прирост производительности ограничен относительным числом операций, которые должны быть выполнены последовательно, то есть последовательной частью алгоритма.

Он зависит от количества процессоров и доли последовательных операций в программе, причем зависимость эта не линейна.

Закон Амдала позволяет обосновать следующие выводы (следствия):

- в случае, когда задача разделяется на несколько частей, суммарное время ее выполнения на параллельной системе не может быть меньше времени выполнения самого длинного фрагмента;
- производительность вычислительной системы, состоящей из связанных между собой устройств, определяется самым медленным компонентом системы;
- построение вычислительной системы с большим числом процессоров не всегда неэффективно, поскольку достаточный прирост производительности при этом не достигается.

2.2 Постановка задачи

В таблице 2.1 представлены варианты заданий, в соответствии с которыми необходимо провести два вычислительных эксперимента:

Эксперимент 1. Необходимо построить и произвести анализ двух графиков зависимости (2.2) при $S=\text{const}$, $N=\text{var}$, причем для первого графика $S=S1$, а для второго $S=S2$. $N0$ и Nk – соответственно, начальное и конечное число процессоров при вычислениях, а dN – шаг изменения для параметра N . В качестве вычислительной среды рекомендуется система MathCad.

Эксперимент 2. Необходимо построить и произвести анализ двух графиков зависимости (2.2) при $S=\text{var}$, $N=\text{const}$, причем для первого графика $N=N1$, а для второго $N=N2$. $S0$ и Sk – соответственно, начальная и конечная величина параметра S при вычислениях, а dS – шаг его изменения.

2.3 Порядок выполнения работы

- Для выполнения экспериментов 1 и 2 необходимо в среде MathCad составить два документа, пример для варианта № 25 представлен на рисунке 2.1;
- произвести расчет изменения производительности и построить график, пример графиков для варианта №25 представлен на рисунке 2.2;
- произвести анализ полученных результатов и сделать выводы;
- аналогично провести вычислительный эксперимент 2, примеры документа и графиков для варианта №25 представлены на рисунках 2.3 и 2.4.

$n := 1,5 \dots 500$	$A1(n) := \frac{n}{n \cdot s1 + 1 - s1}$
$s1 := 0.1 \quad s2 := 0.5$	$A2(n) := \frac{n}{n \cdot s2 + 1 - s2}$

Рисунок 2.1 – Документ MathCad для вычислительного эксперимента 1

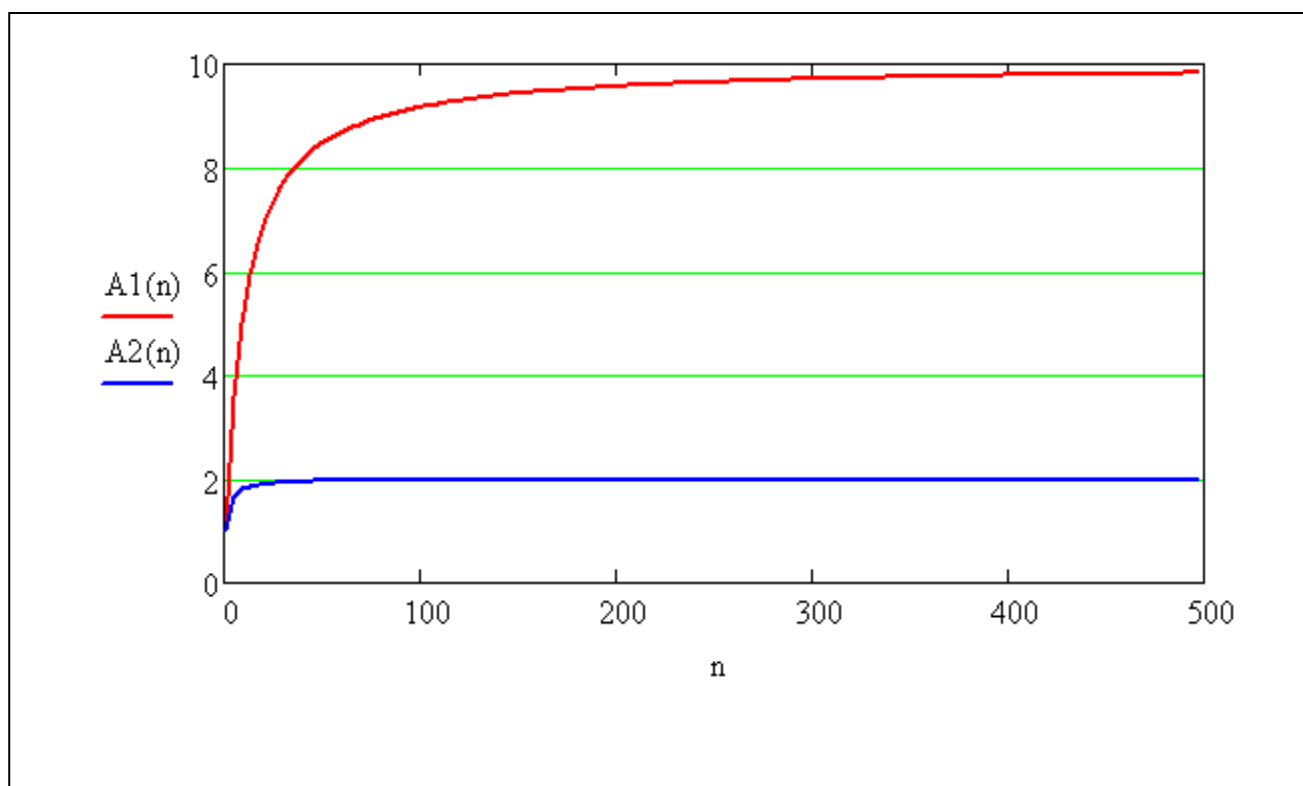


Рисунок 2.2 – Графики зависимости $A(n,s)$ для задания 1

$$\begin{array}{ll}
 s := 0.1, 0.105 \dots 0.5 & A1(s) := \frac{n1}{n1 \cdot s + 1 - s} \\
 n1 := 10 \quad n2 := 100 & A2(s) := \frac{n2}{n2 \cdot s + 1 - s}
 \end{array}$$

Рисунок 2.3 – Документ MathCad для вычислительного эксперимента 2

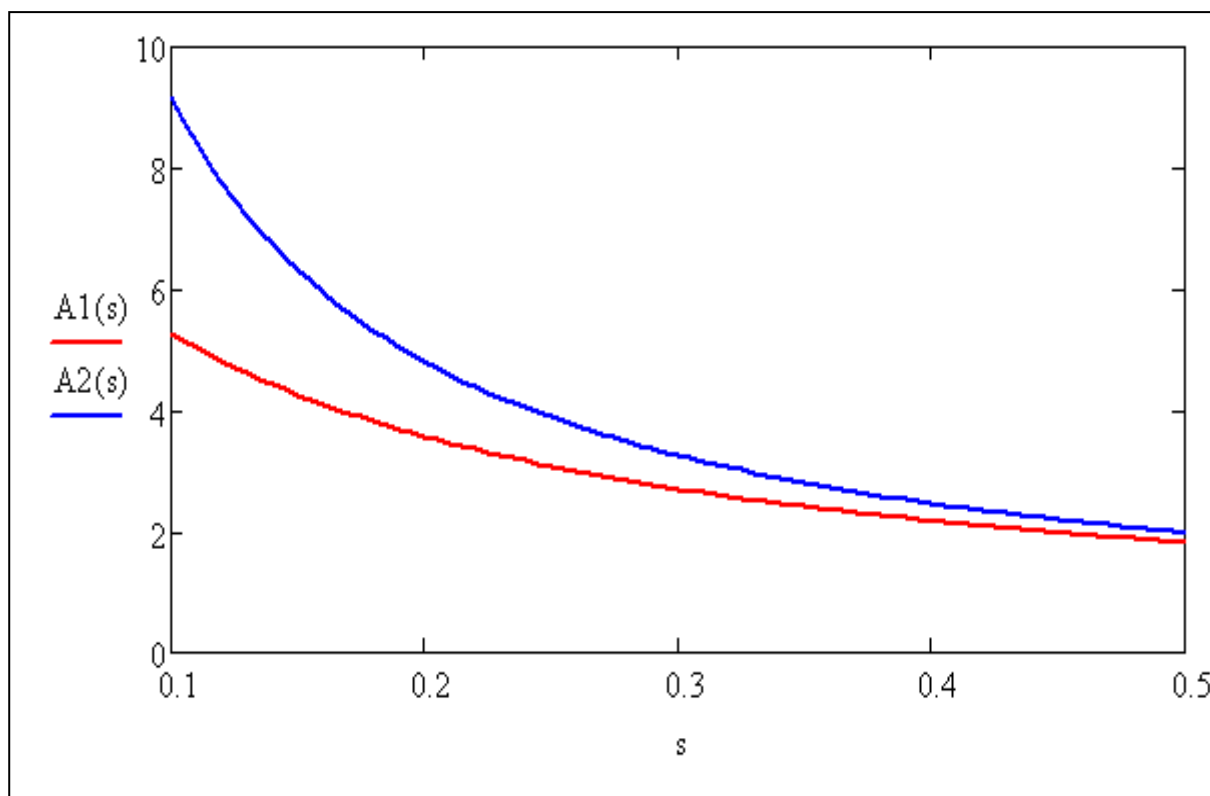


Рисунок 2.4 – Графики зависимости $A(N, S)$ для задания 2

Таблица 2.1 - Варианты заданий для лабораторной работы 2

Задание	Эксперимент 1: S=const, N=var				Эксперимент 2: N=const, S=var			
Вариант	S1;S2	N0	dN	Nk	N1;N2	S0	dS	Sk
1	0.0;0.2	10	10	1000	10;20	0.0	0.005	0.5
2	0.1;0.3	20	20	2000	50;100	0.1	0.0025	0.6
3	0.2;0.4	30	50	5000	100;200	0.2	0.005	0.7
4	0.3;0.5	40	100	10000	500;600	0.3	0.0025	0.8
5	0.4;0.6	50	10	1000	500;800	0.4	0.005	0.9
6	0.5;0.7	60	20	2000	10;20	0.5	0.0025	1.0
7	0.6;0.4	70	50	5000	50;100	0.6	0.005	0.5
8	0.7;0.5	80	100	10000	100;200	0.7	0.0025	0.6
9	0.8;0.6	90	10	1000	500;600	0.8	0.005	0.7

Продолжение таблицы 2.1

Задание	Эксперимент 1: S=const, N=var				Эксперимент 2: N=const, S=var			
вариант	S1;S2	N0	dN	Nk	N1;N2	S0	dS	Sk
10	0.9;0.7	10	20	2000	500;800	0.9	0.0025	0.8
11	1.0;0.8	110	50	5000	10;20	1.0	0.005	0.9
12	0.0;0.2	120	100	10000	50;100	0.0	0.0025	1.0
13	0.1;0.3	130	10	1000	100;200	0.1	0.005	0.5
14	0.2;0.4	140	20	2000	500;600	0.2	0.0025	0.6
15	0.3;0.5	150	50	5000	500;800	0.3	0.005	0.7
16	0.4;0.6	160	100	10000	10;20	0.4	0.0025	0.8
17	0.5;0.7	170	10	1000	50;100	0.5	0.005	0.9
18	0.6;0.4	180	20	2000	100;200	0.6	0.0025	1.0
19	0.7;0.5	190	50	5000	500;600	0.7	0.005	0.5
20	0.8;0.6	200	100	10000	500;800	0.8	0.0025	0.6
21	0.9;0.7	210	10	1000	10;20	0.9	0.005	0.7
22	1.0;0.8	220	20	2000	50;100	1.0	0.0025	0.8
23	0.0;0.2	230	50	5000	100;200	0.0	0.005	0.9
24	0.1;0.3	240	100	10000	500;600	0.1	0.0025	1.0
25	0.1;0.5	1	4	500	10;100	0.1	0.005	0.5

2.4 Контрольные вопросы

1. Что констатирует закон Амдала.
2. Определить следствия закона Амдала.
3. В каких единицах измеряется производительность суперЭВМ.
4. Что понимается под масштабируемостью высокопроизводительных вычислительных систем.
5. Чему равен 1 TFlops.

3 Лабораторная работа №3. Закон Густафсона-Барсиса

Цель работы: провести исследование изменения производительности много-процессорных вычислительных систем согласно закону Густафсона-Барсиса и сравнить результаты исследований с результатами для закона Амдала.

3.1 Теоретическая часть

Одним из условий справедливости закона Амдала является: увеличение числа процессоров в системе не сопровождается увеличением объема решаемой задачи. Реальное же поведение пользователей существенно отличается от такого представления. Обычно, получая в свое распоряжение более мощную систему, пользователь старается пропорционально приросту вычислительной мощности увеличить объем решаемой задачи. При этом наращивание общего объема программы касается главным образом распараллеливаемой части программы. Это ведет к сокращению значения S .

Для оценки изменения производительности Д. Густафсон (1988 г.) предложил использовать выражение, определенной Барсисом Е.:

$$A(N, S) = \frac{T_S(N, S)}{T_P(N, S)} = \frac{T_S \cdot S + N \cdot (1 - S) \cdot T_S}{T_S \cdot S + (1 - S) \cdot T_S} = N + (1 - N) \cdot S. \quad (3.1)$$

Из выражения (3.1) следует, что если объем задачи возрастает одновременно с мощностью системы, т.е. с параметром N , последовательная часть, определяемая параметром S , перестает быть узким местом. При этом, зависимость $A(N, S)$ принимает линейный характер.

Следует заметить, что этот закон не противоречит закону Амдала. Различие состоит лишь в форме использования дополнительной вычислительной мощности, возникающей при увеличении числа процессоров.

3.2 Постановка задачи

В таблице 2.1 представлены варианты заданий, в соответствии с которыми необходимо провести два вычислительных эксперимента:

Эксперимент 1. Необходимо построить и произвести анализ двух графиков зависимости (3.1) при $S=\text{const}$, $N=\text{var}$, причем для первого графика $S=S1$, а для второго $S=S2$. $N0$ и Nk – соответственно, начальное и конечное число процессоров при вычислениях, а dN – шаг изменения для параметра N . В качестве вычислительной среды рекомендуется система MathCad.

Эксперимент 2. Необходимо построить и произвести анализ двух графиков зависимости (3.1) при $S=\text{var}$, $N=\text{const}$, причем для первого графика $N=N1$, а для второго $N=N2$. $S0$ и Sk – соответственно, начальная и конечная величина параметра S при вычислениях, а dS – шаг его изменения.

3.3 Порядок выполнения работы

- Для выполнения экспериментов 1 и 2 необходимо в среде MathCad составить два документа, пример для варианта № 25 представлен на рисунке 3.1;
- произвести расчет изменения производительности и построить график, пример графиков для варианта №25 представлен на рисунке 3.2;
- произвести анализ полученных результатов и сделать выводы об изменении прироста производительности;
- аналогично провести вычислительный эксперимент 2, примеры документа и графиков для варианта №25 представлены на рисунках 3.3 и 3.4;
- сравнить результаты работ 2 и 3.

$n := 1,5 \dots 500$	$A1(n) := n + (1 - n) \cdot s1$
$s1 := 0.1 \quad s2 := 0.5$	$A2(n) := n + (1 - n) \cdot s2$

Рисунок 3.1 – Документ MathCad для вычислительного эксперимента 1

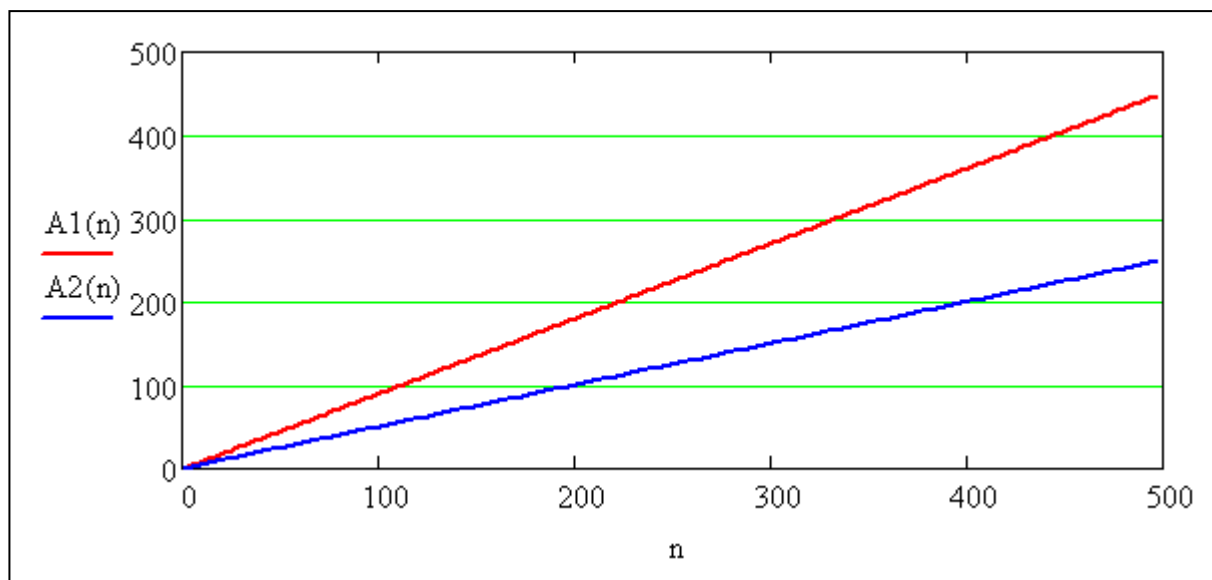


Рисунок 3.2 – Графики зависимости $A(N,S)$ для задания 1

$s := 0.1, 0.105 \dots 0.5$	$A1(s) := n1 + (1 - n1) \cdot s$
$n1 := 10 \quad n2 := 100$	$A2(s) := n2 + (1 - n2) \cdot s$

Рисунок 3.3 – Документ MathCad для вычислительного эксперимента 2

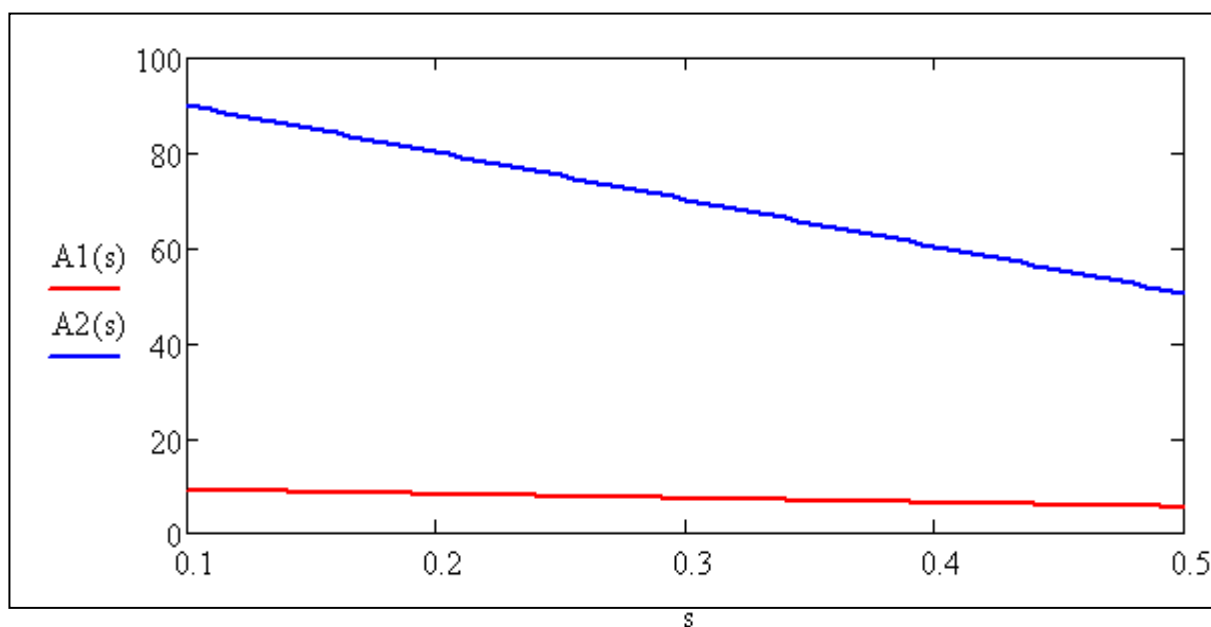


Рисунок 3.4 – Графики зависимости $A(N,S)$ для задания 2

Данный график, в отличие от графика, построенного на основе закона Амдала, показывает, что при увеличении количества процессоров линейный прирост

производительности возможен за счет увеличения сложности решаемой задачи (организация параллельных вычислений, линейное увеличение программного кода).

Наглядно видно, что чем S ближе к 1, тем меньший прирост производительности дает увеличение количества процессоров, т.к. слишком большое число последовательно выполняемых процессов.

3.4 Контрольные вопросы

1. Что констатирует Закон Густафсона-Барсиса.
2. Существует ли противоречие в законах Амдала и Густафсона-Барсиса.
3. Чему равен один PFlops.
4. Для чего предназначена библиотека функций MPI.
5. Дайте определение постулату Флинна.
6. Назначение пакета программ LINPACK.
7. В чем сущность закона Мура.