УО “Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники”

Кафедра ПОИТ

Отчет по лабораторной работе №4

по предмету

Методы оптимизации

Вариант 28

Выполнила: Тесловская Е. П., 051004

Проверила: Петюкевич Н. С.

Минск 2022

**Задание 1**

1 . Определить с помощью пассивного поиска минимум функции f (х), заданной на отрезке [0, 8]:

а) при N=16, ε = 0,1; б) при N=17.

2. Определить методом дихотомии минимум функции f (х), заданной на отрезке [0, 8], при N=16, ε = 0,1.

3. Определить методом Фибоначчи минимум функции f (х), заданной на отрезке [0, 8], при N=16, ε = 0,2.

4. Определить методом золотого сечения минимум функции f (х), заданной на отрезке [0, 8], при N=16.

f (х) = х2 - 9х + 3

1. **Метод пассивного поиска**

**N = 16, ε = 0.1**

, j = 1..8

, j = 1..8

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер отсчета | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| x | 0.84 | 0.94 | 1.73 | 1.83 | 2.62 | 2.72 | 3.51 | 3.61 |
| f(x) | -3.85 | -4.58 | -9.58 | -10.12 | 13.72 | -14.08 | -16.27 | -16.46 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Номер отсчета | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| x | 4.4 | 4.5 | 5.29 | 5.39 | 6.18 | 6.28 | 7.07 | 7.17 |
| f(x) | -17.24 | -17.25 | -16.63 | -16.46 | -14.43 | -14.08 | -10.65 | -10.12 |

min(f(xi)) = f(10).

**Δ16 = [x9, x11] = [-17.24, -16.63]**

**x\* 4.5; f(x)\* ≅ -17.25**

**N = 17**

, i = 1..17

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер отсчета | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| x | 0.44 | 0.88 | 1.32 | 1.76 | 2.2 | 2.64 | 3.08 | 3.52 | 3.96 |
| f(x) | -0.77 | -4.15 | -7.14 | -9.74 | -11.96 | -13.76 | -15.23 | -16.29 | -16.96 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Номер отсчета | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |  |
| x | 4.4 | 4.84 | 5.28 | 5.72 | 6.16 | 6.6 | 7.04 | 7.48 |  |
| f(x) | -17.24 | -17.13 | -16.64 | -15.76 | -14.49 | -12.84 | -10.8 | -8.47 |  |

min(f(xi)) = f(10).

**Δ17 = [x9, x11] = [-16.96, -17.13]**

**x\* ≅ 4.4; f(x)\* ≅ -17.24**

1. **Метод дихотомии**

**N = 16, ε = 0.1**

Количество итераций: 8.

, j = N/2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации | x1(j) | x2(j) | f1(j) | Знак неравенства | f2(j) | a(j) | b(j) |
| 0 | - | - | - |  | - | 0 | 8 |
| 1 | 3.95 | 4.05 | -16.95 |  | -17.05 | 3.95 | 8 |
| 2 | 5.93 | 6.025 | -15.21 |  | -14.92 | 3.95 | 6.025 |
| 3 | 4.94 | 5.04 | -17.06 | < | -16.96 | 3.95 | 5.04 |
| 4 | 4.44 | 4.55 | -17.25 |  | -17.25 | 3.95 | 4.55 |
| 5 | 4.2 | 4.3 | -17.16 | > | -17.21 | 4.2 | 4.55 |
| 6 | 4.33 | 4.43 | -17.22 | > | -17.25 | 4.33 | 4.55 |
| 7 | 4.39 | 4.49 | -17.24 | > | -17.25 | 4.39 | 4.55 |
| 8 | 4.42 | 4.52 | -17.24 | > | -17.25 | 4.42 | 4.55 |

**Δ16 = [4.42, 4.55]**

На данном отрезке исследованы точки:

a(8) = 4.42 → f(a(8)) = -17.24

b(8) = 4.55 → f(b(8)) = -17.25

x1(8) = 4.42 → f(x1(8)) = -17.24 => x\* ≅ 4.52; f(x)\* ≅ -17.25

x2(8) = 4.52 → f(x2(8)) = -17.25

**x\* ≅ 4.52; f(x)\* ≅ -17.25**

1. **Метод Фибоначчи**

**N = 16, ε = 0.2**

Количество итераций: 15.

*f1=f(x1),f2=f(x2)*

Числа Фибоначчи:

F0 = F1 = 1, F2 = 2, F3 = 3, F4 = 5, F5 = 8, F6 = 13, F7 = 21, F8 = 34, F9 = 55, F10 = 89,

F11 = 144, F12 = 233, F13 = 377, F14 = 610, F15 = 987, F16 = 1597

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации | x1(j) | x2(j) | f1(j) | Знак неравенства | f2(j) | a(j) | b(j) |
| 0 | - | - | - |  | - | 0 | 8 |
| 1 | 3.06 | 4.94 | -15.16 | > | -17.05 | 3.06 | 8 |
| 2 | 4.94 | 4.94 | -17.05 | < | -17.05 | 3.06 | 4.94 |
| 3 | 3.06 | 4.94 | -15.16 | > | -17.05 | 3.06 | 4.94 |
| 4 | 4.94 | 4.94 | -17.05 | < | -17.05 | 3.06 | 4.94 |
| 5 | 3.05 | 4.94 | -15.16 | > | -17.05 | 3.05 | 4.94 |
| 6 | 4.94 | 4.95 | -17.05 | < | -17.05 | 3.05 | 4.95 |
| 7 | 3.05 | 4.94 | -15.16 | > | -17.05 | 3.05 | 4.94 |
| 8 | 4.94 | 4.95 | -17.05 | < | -17.05 | 3.05 | 4.95 |
| 9 | 3.05 | 4.94 | -15.16 | > | -17.05 | 3.05 | 4.95 |
| 10 | 4.94 | 4.96 | -17.05 | < | -17.04 | 3.05 | 4.96 |
| 11 | 3.06 | 4.94 | -15.18 | > | -17.05 | 3.06 | 4.96 |
| 12 | 4.94 | 5.025 | -17.05 | < | -16.97 | 3.06 | 5.025 |
| 13 | 3.16 | 4.94 | -15.45 | > | -17.05 | 3.16 | 5.025 |
| 14 | 4.94 | 5.4 | -17.05 | < | -16.44 | 3.16 | 5.4 |
| 15 | 3.9 | 4.94 | -16.89 | > | -17.05 | 3.16 | 4.94 |

**Δ16 = [3.16; 4.94]**

**x\* ≅ 4.94; f(x)\* ≅ -17.05**

1. **Метод золотого сечения**

**N = 16**

Количество итераций: 15.

Дроби Фибоначчи:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации | x1(j) | x2(j) | f1(j) | Знак неравенства | f2(j) | a(j) | b(j) |
| 0 | - | - | - |  | - | 0 | 8 |
| 1 | 3.06 | 4.94 | -15.18 | > | -17.06 | 3.06 | 8 |
| 2 | 4.94 | 6.11 | -17.06 | < | -14.66 | 3.06 | 6.11 |
| 3 | 4.23 | 4.94 | -17.18 | < | -17.06 | 3.06 | 4.94 |
| 4 | 3.78 | 4.23 | -16.73 | > | -17.18 | 3.78 | 4.94 |
| 5 | 4.23 | 4.50 | -17.18 | > | -17.25 | 4.23 | 4.94 |
| 6 | 4.50 | 4.67 | -17.25 | < | -17.22 | 4.23 | 4.67 |
| 7 | 4.40 | 4.50 | -17.24 | > | -17.25 | 4.40 | 4.67 |
| 8 | 4.50 | 4.57 | -17.25 | ≤ | -17.25 | 4.40 | 4.57 |
| 9 | 4.46 | 4.50 | -17.25 | ≤ | -17.25 | 4.40 | 4.50 |
| 10 | 4.44 | 4.46 | -17.25 | ≤ | -17.25 | 4.40 | 4.46 |
| 11 | 4.42 | 4.44 | -17.24 | ≤ | -17.25 | 4.42 | 4.46 |
| 12 | 4.44 | 4.44 | -17.25 | ≤ | -17.25 | 4.42 | 4.44 |
| 13 | 4.43 | 4.44 | -17.25 | ≤ | -17.25 | 4.42 | 4.44 |
| 14 | 4.43 | 4.43 | -17.25 | ≤ | -17.25 | 4.42 | 4.43 |
| 15 | 4.42 | 4.43 | -17.24 | > | -17.25 | 4.42 | 4.43 |

**Δ16 = [4.42; 4.42]**

**x\* ≅ 4.43; f(x)\* ≅ -17.25**

**Задание 2**

Склад оптовой торговли отпускает 5 видов товаров. Известны потребности Vi, издержки заказывания Ki, издержки содержания si, расход складской площади на единицу товара fi, а также величина складской площади торгового зала F. Хотя бы одна единица товара каждого вида должна храниться на складе. Требуется определить оптимальные партии поставок при ограничении на максимальный уровень запаса при условии, что все пять видов продукции поступают на склад от разных поставщиков (раздельная оптимизация)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| F | i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Метод |
| 500 | Vi | 700 | 200 | 500 | 150 | 800 | Метод сопряженных направлений |
| Ki | 5 | 5 | 20 | 3 | 4 |
| Si | 15 | 4 | 10 | 2 | 20 |
| fi | 20 | 5 | 2 | 8 | 4 |

*Математическая модель задачи. Общий вид.*

Целевая функция:

Для данного варианта математическая модель примет следующий вид:

1. **Метод сопряженных направлений**

**Алгоритм:**

1. Задать начальную точку y0 = х0 = (1,1,1,1,1), число е = 0.01 > 0 для окончания алгоритма, начальные направления поиска d1 = (1,0,0,0,0), d2 = (0,1,0,0,0), d3 = (0,0,1,0,0), d4 = (0,0,0,1,0), d5 = (0,0,0,0,1).
2. Найти xi+1 = xi + λidi. Так как функция является квадратической, то для поиска коэффициента λ был использован *метод квадратичной интерполяции*:
3. В качестве начальной точки используем х1 = xi, h = 1 > 0 – величина шага, eps = 0.01 – числа, характеризующие точность.
4. Вычислить х2 = х1 + h
5. Вычислить f1 = f(x1), f2 = f(x2)
6. Сравнить f1 и f2 :

* Если f1 > f2, то x3 = x1 + 2h,
* Иначе x3 = x1 – h

1. Вычислить f3 = f(x3)
2. Найти Fmin = min{f1, f2, f3}, Xmin = xi : f(xi) = Fmin
3. Вычислить точку минимума интерполяционного полинома и f():



1. Проверить: 

* Если оба условия выполнены – заканчиваем, x\* = 
* Если хотя бы одно из условий не выполнено и  находится между [x1;x3], то выбрать наилучшую точку (Xmin и ) и две точки по обе стороны от нее, перейти к 6)
* Если хотя бы одно из условий не выполнено и  находится за границами [x1;x3], то x1= , перейти к 2)

1. Проверить выполнение условий:

* Если i < n – 1, то i = i + 1 и перейти к 2)
* Если i = n – 1, то проверить:

xn = y0 – завершить поиск и x\* ≅ yn, иначе i = i + 1 b перейти к 2)

* Если i = n, то проверить:

xn+1 = x1 – завершить поиск и x\* ≅ yn+1, иначе перейти к 4)

1. xn+1 = yn+1. Проверить

* Если || xn+1 – xn || < e – завершить поиск и x\* ≅ yn
* Иначе di = di+1, dn = xn+1 – y0, y0 = xn+1, перейти к 2)

Была написана программа на языке С++, вычисляющая минимум функции по методу сопряженных направлений Пауэлла (так как функция является квадратической, то для поиска коэффициента λ был использован метод квадратичной интерполяции). Результат отработки программы:

F(x) x1 x2 x3 x4 x5

18175.5 1 1 1 1 1 (начальные значения)

15859.6 2.99357 1 1 1 1

15197.6 2.99357 2.994 1 1 1

6895.83 2.99357 2.994 5.97607 1 1

6526.71 2.99357 2.994 5.97607 5.92465 1

3918.27 2.99357 2.994 5.97607 5.92465 5.89769

3758.75 2.99357 5.93128 5.97607 5.92465 5.89769

3076.53 2.99357 5.93128 10.3154 5.92465 5.89769

3049.53 2.99357 5.93128 10.3154 10.0346 5.89769

2870.48 2.99357 5.93128 10.3154 10.0346 9.88744

2060.08 6.52057 8.00107 12.4026 10.568 10.3852

1777.43 6.52057 8.00107 20.7515 10.568 10.3852

1772.42 6.52057 8.00107 20.7515 12.7013 10.3852

1742.76 6.52057 8.00107 20.7515 12.7013 12.3762

1547.78 9.62523 10.3912 21.6399 13.2525 12.86

1483.19 11.0978 11.437 22.5346 13.9083 13.5622

1480.68 11.0978 11.437 22.5346 16.5318 13.5622

1470.02 11.0978 11.437 22.5346 16.5318 15.6691

1417.87 13.8527 14.0906 22.3838 16.9923 15.9932

1400.32 15.132 15.1154 22.5083 17.502 16.4096

1385.72 16.0469 16.7449 22.7799 18.4775 16.9113

1385.16 16.0469 16.7449 22.7799 18.4775 17.9145

1358.7 18.3483 18.8962 23.8 19.0051 17.8979

1346.56 19.1179 19.5146 24.6031 19.4444 17.8461

1339.47 19.6031 20.396 25.1079 20.0412 17.8633

1338.74 20.007 20.7809 25.1079 20.2776 17.8788

1325.87 20.8153 21.5705 26.2837 20.4677 17.8857

1318.38 21.0178 21.7325 27.0977 20.6178 17.8915

1314.68 21.1392 21.9463 27.5284 20.8116 17.894

1314.64 21.2349 22.0313 27.5284 20.8872 17.8938

1299.8 21.3295 22.1173 29.5608 21.0332 17.8874

1297.59 21.399 22.1696 29.9091 21.061 17.8863

1296.47 21.4399 22.2399 30.091 21.0947 17.8832

1296.46 21.4715 22.2683 30.091 21.1074 17.8802

1291.58 21.5024 22.2968 30.9405 21.1304 17.8715

1290.32 21.5925 22.3827 31.1763 21.1396 17.8715

1289.94 21.5908 22.3828 31.2471 21.1396 17.8684

1289.94 21.5893 22.3829 31.2471 21.1396 17.8664

1288.31 21.5879 22.3829 31.5655 21.1396 17.8623

1287.91 21.5836 22.383 31.6452 21.1395 17.8623

1287.32 21.5836 22.383 31.7647 21.1395 17.8623

1287.32 21.5836 22.383 31.7647 21.1395 17.8623

1287.02 21.5836 22.383 31.8244 21.1395 17.8623

1286.95 21.5836 22.383 31.8393 21.1395 17.8623

1286.84 21.5836 22.383 31.8617 21.1395 17.8623

1286.73 21.5836 22.383 31.8841 21.1395 17.8623

1286.73 21.5836 22.383 31.8841 21.1395 17.8623

1286.73 21.5836 22.383 31.8841 21.1395 17.8623

1286.73 21.5836 22.383 31.8841 21.1395 17.8623

1286.73 21.5836 22.383 31.8841 21.1395 17.8623

1286.73 21.5836 22.383 31.8841 21.1395 17.8623

Result:

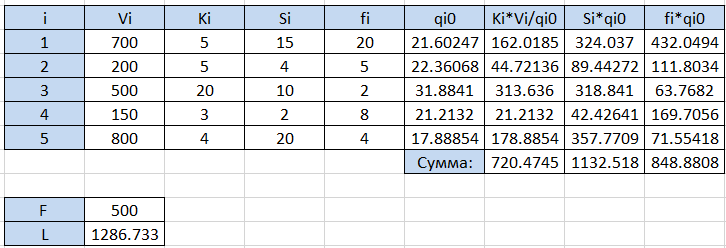
1286.73 21.5836 22.383 31.8841 21.1395 17.8623

1. **Решение на компьютере**

*1. Оптимизация без ограничений на складские площади.*

Найдём оптимальные размеры поставок при отсутствии ограничений по формуле Уилсона:

Рассчитаем суммарные расходы при данном плане поставок:



Издержки в данной ситуации составят L=1286.733 ден.ед.

Поскольку ограничения накладываются на уровень запаса, то h=1. Проверим существенность ограничения на складские площади: F=500 ед., для чего сравним необходимое количество складских площадей с полученным:

Так как полученное значение больше исходного, то ограничение является существенным.



**Вывод**

Из результатов очевидно отсутствие влияния ограничения на оптимизацию.

Оптимальные объёмы поставок товаров составляют:

* 1 вида – 1 ед.;
* 2 вида – 32 ед.;
* 3 вида – 44 ед.;
* 4 вида – 20 ед.;
* 5 вида – 17 ед.;

при этом будет задействовано 500 ед. складской площади, а издержки составят 976.45 ден. ед.