



有向图上不确定性参数系统的有限时间辨识与自适应一致性控制

岳冬冬 史建涛 王钢 曹进德

Finite-time Identification and Adaptive Consensus Control of Uncertain Parametric Systems Over Directed Graphs

YUE Dong-Dong, SHI Jian-Tao, WANG Gang, CAO Jin-De

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240382>

您可能感兴趣的其他文章

切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性

Dynamic Event-triggered Fixed-time Consensus Control of Multi-agent Systems Under Switching Topologies

自动化学报. 2023, 49(6): 1295–1305 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c211123>

通信受限的多智能体系统二分实用一致性

Bipartite Practical Consensus Control of Multi-agent Systems With Communication Constraints

自动化学报. 2022, 48(5): 1318–1326 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200600>

基于线性变换的领导跟随多智能体系统动态反馈均方一致性控制

Dynamic Feedback Mean Square Consensus Control Based on Linear Transformation for Leader-follower Multi-agent Systems

自动化学报. 2022, 48(10): 2474–2485 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200850>

DOS攻击下饱和脉冲多智能体系统的安全定制化一致性

Security Customization Consensus of Multi-agent Systems Based on Saturation Impulse Under DOS Attacks

自动化学报. 2024, 50(12): 2499–2512 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240203>

基于动态事件触发通信协议的多智能体系统自适应可靠控制

Adaptive Reliable Control of Multi-agent Systems Based on Dynamic Event-triggered Communication Protocol

自动化学报. 2024, 50(5): 924–936 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c230766>

非匹配扰动下的多智能体系统固定时间一致跟踪

Fixed-time Consensus Tracking of Multi-agent Systems Under Unmatched Disturbances

自动化学报. 2021, 47(6): 1368–1376 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c190339>

有向图上不确定性参数系统的有限时间 辨识与自适应一致性控制

岳冬冬^{1,2} 史建涛¹ 王钢³ 曹进德⁴

摘要 针对有向图上一类不确定性多智能体系统, 研究一体化参数辨识与一致性控制策略. 在现有模型参考自适应一致性 (Model reference adaptive consensus, MRACon) 框架基础上, 结合动态回归因子扩张与融合 (Dynamic regressor extension and mixing, DREM) 技术, 提出两类改进的 MRACon 控制协议, 即固定耦合 DREM-MRACon 和自适应耦合 DREM-MRACon. 其中, 自适应耦合 DREM-MRACon 在有向支撑树结构上具有时变的耦合增益. 与 MRACon 相比, 此两类改进算法均能保证系统未知参数的有限时间辨识. 此外, 固定耦合 DREM-MRACon 保证了多智能体系统的指数时间一致性, 而自适应耦合 DREM-MRACon 则克服了对于全局网络拓扑特征信息的依赖性. 最后, 通过数值仿真验证了理论成果的有效性.

关键词 多智能体系统, 自适应控制, 参数辨识, 有向图, 自适应一致性

引用格式 岳冬冬, 史建涛, 王钢, 曹进德. 有向图上不确定性参数系统的有限时间辨识与自适应一致性控制. 自动化学报, 2025, 51(2): 391–403

DOI 10.16383/j.aas.c240382 **CSTR** 32138.14.j.aas.c240382

Finite-time Identification and Adaptive Consensus Control of Uncertain Parametric Systems Over Directed Graphs

YUE Dong-Dong^{1,2} SHI Jian-Tao¹ WANG Gang³ CAO Jin-De⁴

Abstract The paper addresses an integrated parameter identification and consensus control problem of a class of uncertain multi-agent systems over directed graphs. Based on the existing model reference adaptive consensus (MRACon) framework and by leveraging dynamic regressor extension and mixing (DREM) techniques, two improved MRACon protocols are established, namely fixed-coupling DREM-MRACon and adaptive-coupling DREM-MRACon. The latter protocol contains time-varying coupling gains along a directed spanning tree. As compared to the baseline MRACon, both of the proposed protocols ensure finite-time identification of the system's unknown parameters. Additionally, fixed-coupling DREM-MRACon achieves exponential consensus of the agents, while adaptive-coupling DREM-MRACon overcomes the requirement of global information on the network topology. Finally, numerical simulations are conducted to verify the effectiveness of the theoretical results.

Key words Multi-agent systems, adaptive control, parameter identification, directed graphs, adaptive consensus

Citation Yue Dong-Dong, Shi Jian-Tao, Wang Gang, Cao Jin-De. Finite-time identification and adaptive consensus control of uncertain parametric systems over directed graphs. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(2): 391–403

收稿日期 2024-07-08 录用日期 2024-10-27

Manuscript received July 8, 2024; accepted October 27, 2024

国家重点研发计划 (2021YFB1714800), 国家自然科学基金 (62373184, 62333010), 江苏省自然科学基金 (BK20240531), 江苏省高等学校自然科学基金 (24KJB120006), 中央高校基本科研业务费专项资金 (2242024k30037, 2242024k30038) 资助

Supported by National Key Research and Development Program of China (2021YFB1714800), National Natural Science Foundation of China (62373184, 62333010), Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20240531), Natural Science Foundation of the Higher Education Institutions of Jiangsu Province (24KJB120006), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (2242024k30037, 2242024k30038)

本文责任编辑 王卓

Recommended by Associate Editor WANG Zhuo

1. 南京工业大学电气工程与控制科学学院 南京 211816 2. 东南大学复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室 南京 210096 3. 北京理工大学自主智能无人系统全国重点实验室 北京 100081 4. 东南大学数学学院 南京 211189

多智能体系统的一个显著优势在于利用群体智能求解超出个体能力的复杂问题, 或执行超越个体层面的复杂任务, 其中, 一致性控制扮演着至关重要的角色. 如不满足信号激励条件的系统辨识器个体, 可通过引入一致性控制组成辨识器网络进行协同系统辨识^[1–2]. 再如不满足可观性条件的传感器个体, 可通过引入一致性控制组成传感器网络实现协同状态估计^[3–4]. 此外, 多智能体系统的一致性在

1. College of Electrical Engineering and Control Science, Nanjing Tech University, Nanjing 211816 2. Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering, Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096 3. State Key Laboratory of Autonomous Intelligent Unmanned Systems, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081 4. School of Mathematics, Southeast University, Nanjing 211189

无人系统集群编队^[5]、多轴运动系统同步^[6]、信息物理系统^[7-8]、群体优化与博弈^[9]等复杂任务场景中都发挥着基石般的作用。

实际的被控对象往往具有不确定性,解决此问题的有利工具之一是自适应控制。近年来,针对非确定性多智能体系统的协同自适应控制问题受到广泛的关注。文献[10-13]利用神经网络和模糊逻辑系统的非线性映射逼近能力,研究了带有非线性未建模动态的多智能体系统的自适应一致性控制。文献[14-15]考虑了多智能体系统存在未知执行器故障的情形,通过构造自适应补偿项实现容错一致性。文献[16-17]研究了不依赖于全局网络拓扑特征信息的完全分布式控制方法,通过引入节点间耦合增益的自调节机制,避免了全局参数的使用。该思想于近年来已推广至分布式优化与博弈问题中^[18-20]。文献[21-23]将模型参考自适应控制(Model reference adaptive control, MRAC)应用于领导跟随多智能体系统,以克服智能体固有动力学未知时控制器设计的难题。应当指出,在多智能体系统的许多应用场景中,并不存在“领导者”,如协作装配机械臂等。由于缺乏明确的全局参考信号,无领导者系统的协同控制问题通常更具有挑战性^[24]。

早期有关无领导者多智能体系统的研究普遍假设系统的通讯拓扑为无向图(即仅包含双向通讯链路),如文献[1, 10, 16]等。然而,信息流动的有向性广泛存在于包含社交网络、车联网、万维网在内的各类实际网络系统中。因此,针对有向图上的无领导者一致性控制研究更具有普适性。当假设智能体的动力学模型为确定性的线性系统时,文献[25-29]研究了无领导者系统的完全分布式控制或优化问题。当智能体存在未建模动态时,文献[30]将模型参考自适应控制应用于有向图上的无领导者系统,提出模型参考自适应一致性(Model reference adaptive consensus, MRACon)控制。通过为每个智能体构造虚拟的参考模型,MRACon将无领导者一致性控制问题转化为本地虚拟参考模型跟踪与参考模型一致性控制两个子问题。然而,为了处理两个子问题之间的耦合关系,MRACon协议中采用依赖于全局网络拓扑特征信息的静态耦合增益参数。另外,文献[31]主张将多智能体系统的协同问题进行彻底分解,摒弃传统方法采用的智能体直接交互的方式,实行分级控制:将协同控制器划分为虚拟参考信号层和本地跟踪层,且智能体间的交互只在虚拟参考信号层进行。该分级控制具有更好的可扩展性与实用性,也为进一步对MRACon进行优化提供了思路。

回溯自适应控制的研究历史,参数估计自适应律的设计方法通常有两种:一种是以自校正控制为代表的基于参数估计的方法;另一种是以MRAC为代表的基于稳定性理论的方法^[32]。在经典MRAC闭环系统中,即使参数估计不准确,目标跟踪误差仍可实现渐近收敛。另外,参数的精确辨识能够有效提升系统的鲁棒性,但却依赖于回归信号的持续激励条件^[33]。值得注意的是,持续激励条件要求信号在任意时刻作为起始点的一个周期内均具有足够的信息裕度,因而较为严苛。随着研究深入,有学者尝试在模型参考控制框架下引入基于参数估计的自适应律设计。此类交叉设计既保留了模型参考控制框架的实用性,又克服了基于稳定性理论的设计方法的部分局限性。2017年前后,知名学者Romeo Ortega及其团队提出一类动态回归因子扩张与融合(Dynamic regressor extension and mixing, DREM)参数估计方法^[34-36]。DREM利用滤波与伴随矩阵算子构造出基于分量的参数估计自适应律,在严格弱于持续激励的条件下,给出参数收敛的充要条件。进一步,文献[37]表明基于DREM的MRAC能够克服传统方法对于系统高增益矩阵的先验假设。近年来,DREM理论迅速发展,并在安全关键系统^[38]、电力系统^[39]等领域崭露头角。然而,考虑将DREM应用于多智能体系统,目前相关工作较为少见。一个较早的尝试是文献[40],作者研究了基于DREM的离散型多智能体的协同参数辨识问题,结果表明DREM具有收敛速度快、所需激励条件弱等优势。更一般地,针对连续型非确定性多智能体系统的协同控制问题,基于DREM的参数辨识与控制方案未见报道,值得深入研究。

本文考虑有向图上的一类带有参数不确定性的无领导者多智能体系统,研究基于DREM的一体化参数辨识与一致性控制,提出固定耦合DREM-MRACon与自适应耦合DREM-MRACon两类控制协议。所提协议的优势可概括如下:

- 1) 所提协议保证了对系统未知参数的有限时间精确辨识,而文献[30]未给出参数收敛的理论保证。

- 2) 固定耦合DREM-MRACon保证了一致性误差的指数收敛性,而文献[30]仅保证渐近收敛性。实验表明,所提两类协议均大幅度提升了一致性误差的收敛速率。

- 3) 与文献[30]和固定耦合DREM-MRACon不同,自适应耦合DREM-MRACon无需选取全局耦合增益参数,即不依赖于全局网络拓扑的特征信息。

- 4) 与文献[25-29]不同,本文考虑的智能体动

力学模型带有不确定性, 适用范围更加广泛.

1 预备知识与问题描述

本文中, \mathbf{R} , \mathbf{R}_+ , \mathbf{R}^n , $\mathbf{R}^{m \times n}$ 分别表示实数、非负实数、 n 维列向量、 m 行 n 列矩阵空间. $\Re(a)$ 表示复数 a 的实部. 对向量 x , $\text{span}(x)$ 表示其张成的实空间, 即 $\text{span}(x) = \{\kappa a | \forall \kappa \in \mathbf{R}\}$. A^T (A^H) 表示 (复) 矩阵 A 的 (共轭) 转置, $\text{null}(A)$ 表示矩阵 A 的零空间, $\lambda(A)$ 表示方阵 A 的特征值, $\text{col}(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1^T, \dots, x_n^T)^T$ 表示一组向量或算子 x_i 的堆叠, \otimes 表示 Kronecker 积, I_n 和 $\mathbf{1}_n$ 分别表示 n 维单位阵与全 1 向量, $\|\cdot\|$ 表示向量 (矩阵) 的 (诱导) 2 范数, \mathbf{L}_∞ 表示无穷范数有界信号空间: 若 $\|x(t)\|_\infty = \sup_{t \geq 0} \|x(t)\|$ 存在, 则 $x(t) \in \mathbf{L}_\infty$. 记指标集 $\mathcal{I}_N = \{1, 2, \dots, N\}$.

1.1 代数图论

多智能体系统的通讯拓扑一般可用代数图来描述, 其中, 节点表示智能体, 连边表示智能体之间的通讯行为. 一个有向图可由点集 $\mathcal{V} = \mathcal{I}_N$ 、有向边集 $\mathcal{E} = \{\mathcal{E}_{ij}, i \neq j | i \rightarrow j\}$ 、权重邻接矩阵 $\mathcal{A} = (a_{ij}) \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 来描述, 记作 $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$. 在矩阵 \mathcal{A} 中, $a_{ij} > 0$ 当且仅当 $\mathcal{E}_{ji} \in \mathcal{E}$, 此时节点 j 称作节点 i 的 (入) 邻居; 相应地, i 称作 j 的出邻居. 每个智能体 i 可获取其任意入邻居 j 的状态信息. 图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L} = (l_{ij}) \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 可由邻接矩阵得出: $l_{ij} = -a_{ij}$, $\forall i \neq j$, $l_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$. 图 \mathcal{G} 的一个有向支撑树为其一个子图, 记作 $\bar{\mathcal{G}}(\mathcal{V}, \bar{\mathcal{E}}, \bar{\mathcal{A}})$, 其包含一个根节点 (无邻居节点存在), 且从根节点出发至任一其余节点有且仅有一条有向路径. 不失一般性, 总假定 $\bar{\mathcal{G}}$ 中序号为 1 的节点为根节点, 记 p_k 为节点 $k+1$ 的唯一入邻居, $k \in \mathcal{I}_{N-1}$.

假定图 \mathcal{G} 包含一个有向支撑树 $\bar{\mathcal{G}}$. 定义矩阵 $\Xi \in \mathbf{R}^{(N-1) \times N}$, $Q \in \mathbf{R}^{(N-1) \times (N-1)}$ 为

$$\Xi_{kj} = \begin{cases} -1, & \text{若 } j = k+1 \\ 1, & \text{若 } j = p_k \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$Q_{kj} = \sum_{s \in \bar{\mathcal{V}}_{j+1}} (\mathcal{L}_{k+1, s} - \mathcal{L}_{p_k, s})$$

其中, $\bar{\mathcal{V}}_{j+1}$ 代表 $\bar{\mathcal{G}}$ 中以 $j+1$ 为根节点的子树.

引理 1^[28, 41]. 若图 \mathcal{G} 包含一个有向支撑树 $\bar{\mathcal{G}}$, 则

1) 矩阵 \mathcal{L} 的特征值可排列如下: $0 = \lambda_1(\mathcal{L}) < \Re(\lambda_2(\mathcal{L})) \leq \dots \leq \Re(\lambda_N(\mathcal{L}))$.

2) 等式 $\Xi \mathcal{L} = Q \Xi$ 成立. 特别地, $\text{null}(\Xi) =$

$\text{null}(\mathcal{L}) = \text{span}(\mathbf{1}_N)$.

3) $\lambda_i(Q) = \lambda_{i+1}(\mathcal{L})$, $i = 1, \dots, N-1$.

4) 定义矩阵 $\bar{Q} \in \mathbf{R}^{(N-1) \times (N-1)}$ 如下:

$$\bar{Q}_{kj} = \sum_{s \in \bar{\mathcal{V}}_{j+1}} (\bar{\mathcal{L}}_{k+1, s} - \bar{\mathcal{L}}_{p_k, s})$$

则矩阵 \bar{Q} 和 $\bar{\mathcal{L}}$ 满足

$$\bar{Q}_{kj} = \begin{cases} \bar{\mathcal{L}}_{j+1, p_j}, & \text{若 } j = k \\ -\bar{\mathcal{L}}_{j+1, p_j}, & \text{若 } j = p_k - 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

1.2 问题描述

考虑有向图 $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 上的一类参数非确定性多智能体系统 ($i \in \mathcal{V}$):

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + B(f_i(x_i(t), t) + u_i(t)) \quad (1)$$

其中, $x_i \in \mathbf{R}^n$, $u_i \in \mathbf{R}^m$ 分别指第 i 个智能体的状态向量与输入向量, 矩阵 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 为已知的状态空间矩阵, 函数 $f_i: [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^m$ 为系统的匹配非确定性动力学. 假设 (A, B) 可镇定且 B 列满秩.

假设 1. 对于智能体 i , 函数 f_i 满足线性参数化条件

$$f_i(x_i(t), t) = W_i^T \phi_i(x_i(t), t) \quad (2)$$

其中, 矩阵 $W_i \in \mathbf{R}^{q \times m}$ 为未知的定常参数矩阵, 函数 $\phi_i: \mathbf{R}^n \times [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^q$ 为已知的回归函数.

注 1. 模型 (1) 可用于描述一阶、二阶或一般的高阶非线性系统, 如飞机的纵向动力学、无人艇的转向动力学、机械臂等^[10, 30]. 假设 1 表明系统的非线性动态可以通过参数化方法建模为已知回归函数的线性化组合. 该假设在相关文献^[30, 42-43] 中较为常见. 对于较为复杂的非线性系统, 可利用基础函数或智能方法 (如神经网络、模糊逻辑) 进行逼近. 当逼近误差足够小时, 可认为假设 1 近似成立.

本文的目标是推导较弱的针对有向图 \mathcal{G} 的连通性条件和系统信号激励性条件, 并设计参数辨识器与控制协议 u_i , 使多智能体系统 (1) 实现有限时间参数辨识及无领导者一致性, 即

$$\forall i \in \mathcal{V}, \exists T_i, \text{ s.t. } \hat{W}_i^{\text{FT}}(t) = W_i, \quad \forall t \geq T_i \quad (3a)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \quad \forall i, j \in \mathcal{V} \quad (3b)$$

其中, $\hat{W}_i^{\text{FT}}(t)$ 为智能体 i 对于未知矩阵 W_i 的在线参数辨识器. 为叙述方便, 非必要时后文将省去函数或信号的自变量部分.

在给出主要结果之前, 首先回顾文献^[30] 提出

的模型参考自适应一致性 (MRACon) 控制方案:

$$\begin{cases} u_i = Ke_i + \gamma_i - \hat{W}_i^T \phi_i \\ e_i = x_i - z_i \\ \dot{z}_i = Az_i + B\gamma_i \\ \gamma_i = cK \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i - x_j) \\ \dot{\hat{W}}_i = \Psi \phi_i e_i^T P B \end{cases} \quad (4)$$

其中, z_i 为智能体 i 的虚拟本地参考模型, $c \in \mathbf{R}_+$ 为网络耦合增益, $K \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为控制器增益参数. 矩阵变量 \hat{W}_i 用于估计系统的未知参数 W_i , 其更新律中 $\Psi \in \mathbf{R}^{q \times q}$, $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为正定矩阵.

命题 1^[30]. 假设有向图 \mathcal{G} 包含一个有向支撑树. 令 $c \geq \frac{1}{2\alpha(\lambda_2(\mathcal{L}))}$, $K = -B^T P$, 其中 P 为如下代数 Riccati 方程的唯一正定解

$$A^T P + PA - PBB^T P + I_n = 0 \quad (5)$$

则在 MRACon 控制协议 (4) 作用下, 多智能体系统 (1) 将实现渐近一致性.

在 MRACon 的基础上, 本文提出两类基于动态回归因子扩张与融合 (DREM) 的改进算法; 根据网络耦合增益的特性, 分别记作固定耦合 DREM-MRACon 和自适应耦合 DREM-MRACon.

2 有限时间参数辨识

注意到命题 1 并不能保证参数估计 \hat{W}_i 收敛至真实值 W_i . 针对此问题, 本节提出基于 DREM 的有限时间参数辨识器. 为此, 首先将控制器进行分离

$$u_i = u_i^n + u_i^a \quad (6)$$

其中, u_i^a 为自适应补偿项

$$u_i^a = -(\hat{W}_i^{\text{FT})^T \phi_i \quad (7)$$

u_i^n 为如下标准反馈项

$$\begin{cases} u_i^n = K(x_i - z_i) + \tilde{\gamma}_i \\ \dot{z}_i = Az_i + B\tilde{\gamma}_i \end{cases} \quad (8)$$

为了避免符号冗余, 沿用 z_i 表示智能体 i 的本地虚拟参考模型, $e_i = x_i - z_i$ 表示智能体 i 对于此虚拟参考模型的跟踪误差. 本节主要研究有限时间参数辨识器 \hat{W}_i^{FT} 的设计与分析, 关于误差反馈信号 $\tilde{\gamma}_i$ 的分析将在第 3 节中给出.

将式 (2) 以及式 (6) ~ (8) 代入式 (1) 中可得

$$\dot{e}_i = (A + BK)e_i + Bu_i^a + BW_i^T \phi_i \quad (9)$$

由 B 列满秩可知 $B^T B$ 可逆, 因此矩阵 B 存在左逆, 记作 $B^\dagger = (B^T B)^{-1} B^T$. 在式 (9) 中左乘 B^\dagger 得

$$B^\dagger(\dot{e}_i - (A + BK)e_i) - u_i^a = W_i^T \phi_i \quad (10)$$

为了得到关于未知参数 W_i 的线性回归方程, 引入一个稳定的线性时不变滤波 $H(s) = \frac{1}{s+k}$ ($k \in \mathbf{R}_+$) 分别作用于信号 u_i^a , ϕ_i , $(kI + A + BK)e_i$, 将输出信号相应地记作 $u_{i,f}^a$, $\phi_{i,f}$, $e_{i,f}$. 在状态空间中, 可取

$$\begin{aligned} \dot{u}_{i,f}^a &= -ku_{i,f}^a + u_i^a, \quad u_{i,f}^a(0) = 0 \\ \dot{\phi}_{i,f} &= -k\phi_{i,f} + \phi_i, \quad \phi_{i,f}(0) = 0 \\ \dot{e}_{i,f} &= -ke_{i,f} + (kI + A + BK)e_i, \quad e_{i,f}(0) = e_i(0) \end{aligned} \quad (11)$$

进而, 式 (10) 可写作

$$B^\dagger(e_i - e_{i,f}) - u_{i,f}^a = W_i^T \phi_{i,f} \quad (12)$$

令 $y_i = B^\dagger(e_i - e_{i,f}) - u_{i,f}^a$, 可得

$$y_i^T = \phi_{i,f}^T W_i \quad (13)$$

接下来, 基于 DREM 对上述线性回归方程 (13) 进行变换. 首先引入一个线性的单输入 q 输出的有界稳定算子 $\mathcal{H} = \text{col}(H_1, H_2, \dots, H_q): \mathbf{L}_\infty \rightarrow \mathbf{L}_\infty^q$, 其中 H_i 可取作时不变滤波、时变滤波、时滞滤波等^[35, 37]. 将算子 \mathcal{H} 应用于式 (13), 可得

$$Y_i = \Phi_i W_i \quad (14)$$

其中, $Y_i = \mathcal{H}(y_i^T)$, $\Phi_i = \mathcal{H}(\phi_{i,f}^T)$. 在任意时刻, $\Phi_i \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为方阵, $Y_i \in \mathbf{R}^{q \times m}$. 在式 (14) 两端左乘 Φ_i 的伴随矩阵 $\text{adj}\{\Phi_i\}$, 可得

$$\mathcal{Y}_i = \Delta_i W_i \quad (15)$$

其中, $\mathcal{Y}_i = \text{adj}\{\Phi_i\} Y_i$, $\Delta_i = \det\{\Phi_i\}$.

假设 2. 对智能体 $i \in \mathcal{V}$, 给定常数 $\mu_i \in (0, 1)$, 存在时刻 $T_i \in \mathbf{R}_+$ 和参数 $\Gamma_i \in \mathbf{R}_+$, 使得

$$\int_0^{T_i} \Delta_i^2(\tau) d\tau \geq -\frac{1}{\Gamma_i} \ln(\mu_i) \quad (16)$$

注 2. 假设 2 称作区间激励条件或有限时间激励条件, 其严格弱于传统的持续激励条件^[37]. 式 (15) 中 \mathcal{Y}_i 的计算无需通过求解 Φ_i 的伴随矩阵进行. 实际上, 根据 Cramer 法则有 $\mathcal{Y}_i(k, j) = \det\{\Phi_{Y_i}^{k,j}\}$, 其中, 矩阵 $\Phi_{Y_i}^{k,j}$ 是在 Φ_i 的基础上, 用 Y_i 的第 j 列替换 Φ_i 的第 k 列得来的. 这一技巧可以有效提升计算效率, 同时避免求解伴随矩阵可能产生的数值问题.

利用线性回归方程 (15) 设计如下有限时间参数辨识器

$$\hat{W}_i^{\text{FT}} = \frac{1}{1 - \delta_i^c(t)} (\hat{W}_i^{\text{LMS}}(t) - \delta_i^c(t) \hat{W}_i^{\text{LMS}}(0)) \quad (17)$$

式中, $\hat{W}_i^{\text{LMS}}(t)$ 为未知参数 W_i 的最小二乘估计, 即

$$\dot{\hat{W}}_i^{\text{LMS}} = \Gamma_i \Delta_i (\mathcal{Y}_i - \Delta_i \hat{W}_i^{\text{LMS}}) \quad (18)$$

其中, Γ_i 的定义见式 (16). 函数 $\delta_i^c(t)$ 为如下截断函数

$$\begin{cases} \delta_i^c(t) = \begin{cases} s\mu_i, & \text{若 } \delta_i \geq \mu_i \\ \delta_i(t), & \text{其他} \end{cases} \\ \dot{\delta}_i = -\Gamma_i \Delta_i^2 \delta_i, \quad \delta_i(0) = 1 \end{cases} \quad (19)$$

命题 2. 在假设 2 的条件下, $\hat{W}_i^{\text{FT}}(t) = W_i, \forall t \geq T_i, i \in \mathcal{V}$.

证明. 首先注意到, 对每个智能体 $i \in \mathcal{V}$,

$$\delta_i^c(t) \geq \mu_i \geq 1 \quad (20)$$

因此, \hat{W}_i^{FT} 具有良好的定义.

将参数的最小二乘估计误差记作

$$\tilde{W}_i^{\text{LMS}} = \hat{W}_i^{\text{LMS}} - W_i \quad (21)$$

根据式 (15) 和式 (18) 可得

$$\dot{\tilde{W}}_i^{\text{LMS}} = -\Gamma_i \Delta_i^2 \tilde{W}_i^{\text{LMS}} \quad (22)$$

注意到 Δ_i 为标量函数, 矩阵 \tilde{W}_i^{LMS} 的更新可执行按位操作. 根据式 (19) 的定义和线性系统的叠加性原理, 可得

$$\tilde{W}_i^{\text{LMS}}(t) = \delta_i(t) \tilde{W}_i^{\text{LMS}}(0) \quad (23)$$

于是, 由式 (21) 得

$$\hat{W}_i^{\text{LMS}}(t) = (1 - \delta_i(t))W_i + \delta_i(t)\hat{W}_i^{\text{LMS}}(0) \quad (24)$$

将式 (24) 代入式 (17), 整理得到

$$\begin{aligned} \hat{W}_i^{\text{FT}}(t) &= \frac{1}{1 - \delta_i^c(t)} \left((1 - \delta_i(t))W_i + \right. \\ &\quad \left. (\delta_i(t) - \delta_i^c(t))\hat{W}_i^{\text{LMS}}(0) \right) \end{aligned} \quad (25)$$

在假设 2 的条件下, 易得

$$\delta_i^c(t) = \delta_i(t), \quad \forall t \geq T_i \quad (26)$$

因而

$$\hat{W}_i^{\text{FT}}(t) = W_i, \quad \forall t \geq T_i \quad (27)$$

□

3 分布式一致性控制

本节将给出标准反馈项 (8) 中误差反馈信号 $\tilde{\gamma}_i$ 的设计, 以最终实现控制目标 (3). 针对多智能体系统 (1) 的通讯拓扑图作以下假设.

假设 3. 有向图 \mathcal{G} 包含一个有向支撑树 $\bar{\mathcal{G}}$.

3.1 固定耦合 DREM-MRACon

首先考虑 $\tilde{\gamma}_i$ 与 MRACon (式 (4)) 中 γ_i 相同的情形:

$$\tilde{\gamma}_i = cK \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i - x_j) \quad (28)$$

其中, $c \in \mathbf{R}_+$ 为固定耦合增益. 结合命题 2, 得到主要结果如下:

定理 1. 在假设 1 ~ 3 的条件下, 设计固定耦合 DREM-MRACon 控制协议 (6) ~ (8), (17) ~ (19), (28), 取

$$c \geq \frac{1}{2\Re(\lambda_2(\mathcal{L}))}, \quad K = -B^T P \quad (29)$$

其中, 矩阵 P 的定义见式 (5). 则多智能体系统 (1) 的参数辨识误差有限时间收敛于零, 且一致性误差指数时间收敛于零.

证明. 由命题 2 可得, 对智能体 $i \in \mathcal{V}$, 定义其参数辨识误差 $\tilde{W}_i^{\text{FT}}(t) = \hat{W}_i^{\text{FT}}(t) - W_i$, 则有

$$\tilde{W}_i^{\text{FT}}(t) = 0, \quad \forall t \geq T_i \quad (30)$$

即参数辨识误差的有限时间收敛性得证.

一致性误差的指数时间收敛性将通过以下三个步骤进行: e_i 的指数时间收敛; z_i 的指数时间一致; x_i 的指数时间一致.

步骤 1. 证明 e_i 的指数时间收敛. 由自适应补偿项 (7) 的定义知

$$u_i^a = -W_i^T \phi_i, \quad \forall t \geq T_i \quad (31)$$

根据式 (9), 得

$$\dot{e}_i = (A + BK)e_i, \quad t \geq T_i \quad (32)$$

对每个智能体 $i \in \mathcal{V}$, 自 T_i 时刻起考虑 Lyapunov 候选函数 $V_i(e_i) = e_i^T P e_i$. 对 V_i 沿轨线 (32) 求导, 结合反馈矩阵 K 的定义得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= e_i^T (PA + A^T P - 2PBB^T P) e_i = \\ &= -e_i^T (I_n + PBB^T P) e_i, \quad t \geq T_i \end{aligned} \quad (33)$$

因此,

$$\dot{V}_i(t) \leq -\varrho V_i(t), \quad t \geq T_i \quad (34)$$

其中, $\varrho = \frac{\lambda_{\min}(I_n + PBB^T P)}{\lambda_{\max}(P)} > 0$. 因此, e_i 在时刻 T_i 后以指数速率收敛于零.

步骤 2. 证明 z_i 的指数时间一致. 记 $z = \text{col}(z_1, \dots, z_N)$, $x = \text{col}(x_1, \dots, x_N)$, $e = \text{col}(e_1, \dots, e_N)$. 根据式 (8) 和式 (28) 可得 z 的闭环动力学模型为

$$\begin{aligned}\dot{z} &= (I_N \otimes A)z + c(\mathcal{L} \otimes BK)x = \\ & (I_N \otimes A + c\mathcal{L} \otimes BK)z + c(\mathcal{L} \otimes BK)e\end{aligned}$$

在假设 3 的条件下, 根据引理 1 分别定义矩阵 Ξ, Q , 并定义 $\bar{z} = (\Xi \otimes I_n)z$, 则由引理 1 的结论 1 可得

$$\dot{\bar{z}} = (I_{N-1} \otimes A + cQ \otimes BK)\bar{z} + c(\Xi \mathcal{L} \otimes BK)e \quad (35)$$

此外, $\bar{z} = 0$ 当且仅当 $z_i = z_j, \forall i, j \in \mathcal{V}$, 即智能体的虚拟参考模型信号实现一致。

定义矩阵 $\bar{A} = I_{N-1} \otimes A + cQ \otimes BK$. 接下来对矩阵 \bar{A} 的稳定性进行分析. 由于矩阵 Q 是方阵, 其必然酉相似于一个上三角矩阵. 即存在酉矩阵 U 使得

$$Q = U \begin{pmatrix} \lambda_1(Q) & & \star \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_{N-1}(Q) \end{pmatrix} U^H$$

进而, 结合引理 1 的结论 1 可知, 矩阵 \bar{A} 酉相似于 (相似变换矩阵为 $U \otimes I_n$) 如下矩阵

$$\begin{pmatrix} A + c\lambda_1(\mathcal{L})BK & & \star \\ & \ddots & \\ 0 & & A + c\lambda_N(\mathcal{L})BK \end{pmatrix} \quad (36)$$

由式 (29) 中 K 的定义可得

$$\begin{aligned}(A + c\lambda_i(\mathcal{L})BK)^H P + P(A + c\lambda_i(\mathcal{L})BK) &= \\ A^T P + P A^T - c\lambda_i(\mathcal{L})^H P B B^T P - \\ c\lambda_i(\mathcal{L}) P B B^T P &= \\ A P + P A^T - 2c\Re(\lambda_i(\mathcal{L})) P B B^T P &= \\ -I_n + (1 - 2c\Re(\lambda_i(\mathcal{L}))) P B B^T P\end{aligned}$$

对任意 $i \in \{2, 3, \dots, N\}$ 均成立. 基于引理 1 的结论 1 和式 (29) 中 c 的取值, 式 (36) 所示矩阵中的每个对角块矩阵 $A + c\lambda_i(\mathcal{L})BK$ 均为 Hurwitz 稳定矩阵. 由于相似矩阵具有相同的特征值, 可知矩阵 \bar{A} 为 Hurwitz 稳定矩阵.

由步骤 1 知, e 在时刻 $\max_i \{T_i\}$ 后指数收敛于零. 根据式 (35), \bar{z} 在时刻 $\max_i \{T_i\}$ 后同样具有指数收敛性^[44], 即 z_i 指数时间趋于一致.

步骤 3. 证明 x_i 的指数时间一致. 定义一致性误差向量 $\bar{x} = (\Xi \otimes I_n)x$, 则有

$$\bar{x} = \bar{z} + (\Xi \otimes I_n)e \quad (37)$$

根据步骤 1 和步骤 2 的结果可知, \bar{x} 以指数速

率趋近于零, 即 x_i 实现指数时间一致性. \square

注 3. 由上述证明可知, 定理 1 中的一致性误差并非从初始时刻即满足指数收敛特性, 而是存在一定的滞后 ($t \geq \max_i \{T_i\}$). 类似的情形在相关文献^[23, 45-47]中较为常见. 实际上, 此滞后项正是系统实现精确未知参数辨识所需的时间, 而并不影响系统无穷远时间的指数收敛特性. 因此, 为了避免繁琐, 通常可省去对于该有限时间滞后项的讨论, 直接得出指数收敛性结论.

注 4. 通过引入 DREM 参数辨识方法, 定理 1 在文献^[30]提出的 MRACon (式 (4)) 基础上实现了有限时间的未知参数辨识, 并将一致性误差的收敛性由渐近收敛提升为指数时间收敛. 特别地, 相较于渐近稳定系统, 指数稳定系统不仅具有快速收敛性, 而且具有更强的抗干扰鲁棒性^[48].

3.2 自适应耦合 DREM-MRACon

根据命题 1 和定理 1, MRACon 及固定增益 DREM-MRACon 中参数 c 的选取依赖于全局网络拓扑的特征信息. 为了克服此问题, 本节将基于分层控制的思想提出一类自适应耦合 DREM-MRACon. 受文献^[31]和文献^[19, 28]的启发, 取

$$\begin{aligned}\tilde{\gamma}_i &= K \sum_{j=1}^N c_{ij}(t) a_{ij}(z_i - z_j) \\ \dot{c}_{ij} &= \begin{cases} \kappa \left((z_{p_k} - z_{k+1}) - \sum_{j \in \mathcal{N}_{\text{out}}(k+1)} (z_{k+1} - z_j) \right)^T \Pi (z_{p_k} - z_{k+1}), & e_{ji} \in \bar{\mathcal{E}} \\ 0, & e_{ji} \in \mathcal{E} \setminus \bar{\mathcal{E}} \end{cases} \quad (38)\end{aligned}$$

其中, Π 为待设计的增益矩阵, $\mathcal{N}_{\text{out}}(k+1)$ 代表有向支撑树 $\bar{\mathcal{G}}$ 中节点 $k+1$ 的出邻居集合. 当 $e_{ji} \in \bar{\mathcal{E}}$ 时, 存在 $k \in \mathcal{I}_{N-1}$, 使得 $j = p_k, i = k+1$, 此时 c_{ij} 也记作 \bar{c}_{k+1, p_k} . 由上式得出, 对任意智能体 i 与其邻居节点 j , 其耦合增益 c_{ij} 为时变的当且仅当 e_{ji} 属于有向支撑树 $\bar{\mathcal{G}}$. 结合命题 2, 可得定理 2.

定理 2. 在假设 1 ~ 3 的条件下, 设计自适应耦合 DREM-MRACon 控制协议 (6) ~ (8), (17) ~ (19), (38), 初始化 $c_{ij}(0)$ 为任意常数, $\forall i \neq j$. 令

$$\kappa \in \mathbf{R}_+, \quad K = -B^T P, \quad \Pi = K^T K \quad (39)$$

其中, 矩阵 P 的定义见式 (5). 则多智能体系统 (1) 的参数辨识误差有限时间收敛于零, 且一致性误差渐近收敛于零. 此外, 自适应耦合增益 $\bar{c}_{k+1, p_k}, \forall k \in \mathcal{I}_{N-1}$, 收敛于有界常数.

证明. 首先, 多智能体系统参数辨识误差的有限时间收敛性以及本地参考模型跟踪误差 e_i 的指数时间收敛性的证明同定理 1. 后文中若无特殊说明, 符号的定义与定理 1 的证明相同.

接下来将证明 z_i 的渐近一致性. 考虑到部分耦合增益的时变性, 定义相应的时变拉普拉斯矩阵 \mathcal{L}^c 如下

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ij}^c &= -c_{ij}a_{ij}, \quad i \neq j \\ \mathcal{L}_{ii}^c &= \sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij}a_{ij}, \quad i \in \mathcal{I}_N\end{aligned}$$

相应地, $\tilde{\mathcal{L}}^c$ 为 $\tilde{\mathcal{G}}$ 的时变拉普拉斯矩阵. 定义 $\tilde{\mathcal{L}}^c = \mathcal{L}^c - \tilde{\mathcal{L}}^c$. 由式 (38) 可知, $\tilde{\mathcal{L}}^c$ 中不含有时变增益, 因而是个定常矩阵.

根据式 (8) 和式 (38) 可得 z 的闭环动力学模型为

$$\dot{z} = (I_N \otimes A + \mathcal{L}^c \otimes BK)z$$

进一步, 定义矩阵 Q^c 并进行如下分解

$$\begin{aligned}Q_{kj}^c &= \underbrace{\sum_{s \in \tilde{\mathcal{V}}_{j+1}} (\tilde{\mathcal{L}}_{k+1, s}^c - \tilde{\mathcal{L}}_{p_k, s}^c)}_{\tilde{Q}_{kj}^c} + \\ &\quad \underbrace{\sum_{s \in \tilde{\mathcal{V}}_{j+1}} (\tilde{\mathcal{L}}_{k+1, s}^c - \tilde{\mathcal{L}}_{p_k, s}^c)}_{\tilde{Q}_{kj}^c}\end{aligned}$$

其中, \tilde{Q}^c 为定常矩阵, 而 \bar{Q}^c 为时变矩阵. 具体地, 由引理 1 的结论 1 可得

$$\bar{Q}_{kj}^c = \begin{cases} \bar{c}_{j+1, p_j} a_{j+1, p_j}, & \text{若 } j = k \\ -\bar{c}_{j+1, p_j} a_{j+1, p_j}, & \text{若 } j = p_k - 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (40)$$

定义 $\bar{z} = (\Xi \otimes I_n)z$, 由引理 1 的结论 1, 可得

$$\dot{\bar{z}} = (I_{N-1} \otimes A + Q(t) \otimes BK)\bar{z} \quad (41)$$

将式 (48) 写作分量形式, 则有 $\bar{z}_k = z_{p_k} - z_{k+1}$, $k = 1, 2, \dots, N-1$. 应当指出, 矩阵 $Q(t)$ 的时变性来源于网络系统耦合增益的时变性.

考虑由式 (41) 中的变量 \bar{z}_k 和式 (38) 中的变量 \bar{c}_{c+1, p_k} 组成的自治系统, $k = 1, 2, \dots, N-1$, 构造 Lyapunov 候选函数

$$\begin{aligned}V &= \bar{z}^T (I_{N-1} \otimes P) \bar{z} + \\ &\quad \sum_{k=1}^{N-1} \frac{a_{k+1, p_k}}{\kappa} (\bar{c}_{k+1, p_k}(t) - \zeta_{k+1, p_k})^2\end{aligned}$$

其中, P 为方程 (5) 的解, $\zeta_{k+1, p_k} \in \mathbf{R}_+$ 为待定常数, $k \in \mathcal{I}_{N-1}$. 沿系统 (38) 和 (41) 的轨线对函数 V 求导得

$$\begin{aligned}\dot{V} &= 2\bar{z}^T (I_{N-1} \otimes PA - Q(t) \otimes PBK) \bar{z} + \\ &\quad 2 \sum_{k=1}^{N-1} a_{k+1, p_k} (\bar{c}_{k+1, p_k} - \zeta_{k+1, p_k}) \times \\ &\quad \left(\bar{z}_k - \sum_{j+1 \in \tilde{\mathcal{N}}_{\text{out}}(k+1)} \bar{z}_j \right)^T \Pi \bar{z}_k\end{aligned} \quad (42)$$

根据式 (40), 可得

$$\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{N-1} a_{k+1, p_k} \bar{c}_{k+1, p_k} \left(\bar{z}_k - \sum_{j+1 \in \tilde{\mathcal{N}}_{\text{out}}(k+1)} \bar{z}_j \right)^T \Pi \bar{z}_k = \\ &\quad \sum_{k=1}^{N-1} (\bar{Q}_{kk}^c \bar{z}_k + \sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} \bar{Q}_{jk}^c \bar{z}_j)^T \Pi \bar{z}_k = \\ &\quad \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} \bar{Q}_{jk}^c \bar{z}_j^T \Pi \bar{z}_k = \\ &\quad \bar{z}^T (\bar{Q}^c \otimes \Pi) \bar{z}\end{aligned} \quad (43)$$

定义矩阵

$$Z_{kj} = \begin{cases} \zeta_{j+1, p_j} a_{j+1, p_j}, & \text{若 } j = k \\ -\zeta_{j+1, p_j} a_{j+1, p_j}, & \text{若 } j = p_k - 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (44)$$

则根据式 (39), 式 (42) ~ (44), 有

$$\begin{aligned}\dot{V} &= 2\bar{z}^T (I_{N-1} \otimes PA - Q(t) \otimes PBK) \bar{z} + \\ &\quad 2\bar{z}^T ((\bar{Q}^c - Z) \otimes \Pi) \bar{z} = \\ &\quad 2\bar{z}^T (I_{N-1} \otimes PA) \bar{z} - 2\bar{z}^T ((\bar{Q}^c + Z) \otimes \Pi) \bar{z} = \\ &\quad \bar{z}^T \left(I_{N-1} \otimes (PA + A^T P) - \right. \\ &\quad \left. (\bar{Q}^c + (\bar{Q}^c)^T + Z + Z^T) \otimes \Pi \right) \bar{z}\end{aligned} \quad (45)$$

定义

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \begin{pmatrix} 2\zeta_{2, p_1} a_{2, p_1} \end{pmatrix} \\ \Omega_k &= \begin{pmatrix} \Omega_{k-1} & \varphi_k \\ \varphi_k^T & 2\zeta_{k+1, p_k} a_{k+1, p_k} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

其中, $\varphi_k = (\zeta_{k1} a_{k1}, \zeta_{k2} a_{k2}, \dots, \zeta_{k, k-1} a_{k, k-1})^T$, $k = 2, \dots, N-1$. 令 $\zeta_{k+1, p_k} > \frac{\sum_{j=2}^k \zeta_{j, p_{j-1}}^2 a_{j, p_{j-1}}^2}{2a_{k+1, p_k} \lambda_{\min}(\Omega_{k-1})}$, 则根据 Schur 补引理可得矩阵 $Z + Z^T$ 为正定矩阵^[27-28]. 进一步, 由于矩阵 \bar{Q}^c 为定常矩阵, 可选取充分大的 ζ_{k+1, p_k} , $k \in \mathcal{I}_{N-1}$, 使得 $\lambda_{\min}(\bar{Q}^c + (\bar{Q}^c)^T + Z + Z^T) \geq 2$. 则根据式 (5) 和式 (45), 可得

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq \bar{z}^T \left(I_{N-1} \otimes (PA + A^T P - 2PBB^T P) \right) \bar{z} = \\ &\quad -\bar{z}^T \left(I_{N-1} \otimes (I_n + PBB^T P) \right) \bar{z}\end{aligned} \quad (46)$$

因此, $\dot{V} \leq 0$, 故系统的任意解轨线 \bar{z}_k 和 \bar{c}_{k+1, p_k} 均有界. 注意到 $\dot{V} = 0$ 当且仅当 $\bar{z} = 0$, 根据 LaSalle 不变原理可得 \bar{z} 渐近收敛于零, 即 z_i 实现渐近一致性. 此外, 根据式 (38) 可知, $\dot{\bar{c}}_{k+1, p_k}$ 渐近收敛于零, 即 \bar{c}_{k+1, p_k} 收敛于固定常数.

最后, 由于 e_i 指数时间收敛, 根据式 (37) 得 \bar{x} 渐近收敛于零, 即智能体实现渐近一致性. \square

注 5. 对比定理 1 与定理 2 可以发现, 相比于固定耦合 DREM-MRACon, 自适应耦合增益 DREM-MRACon 的设计与实现不依赖于全局网络拓扑的特征信息, 因而更具灵活性. 与现有文献 [30] 对比, 所提的两类改进方法均实现了未知参数辨识误差的有限时间收敛, 其中固定耦合 DREM-MRACon 保证了一致性误差的指数收敛. 通过第 4 节中的仿真对比实验将看到, 两类改进算法均大幅度提升了多智能体系统的一致性控制效果.

4 仿真实验

例 1. 考虑一类 $N = 6, n = m = 2, q = 3$ 的多智能体系统. 其动力学模型服从式 (1) 和式 (2), 其中

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -0.6 \end{pmatrix}, \quad B = I_2$$

$$W_i = W = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -5 & 0 & 20 \end{pmatrix}^T$$

$$\phi_i(x_i, t) = i \times \left(\sin(\|x_i\|), \cos(t), \frac{t}{t+1} \right)^T$$

显然, 智能体的开环动力学矩阵 A 是不稳定的. 在控制设计过程中, 上述矩阵 W 的真实值是未知的. 智能体之间的通讯拓扑如图 1 所示, 其中红

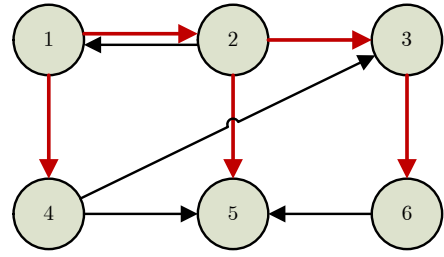


图 1 多智能体系统的通讯图 \mathcal{G}_1
(红色部分为一个支撑树 $\bar{\mathcal{G}}_1$)

Fig. 1 The communication graph \mathcal{G}_1 of the multi-agent systems (with a spanning tree $\bar{\mathcal{G}}_1$ highlighted in red)

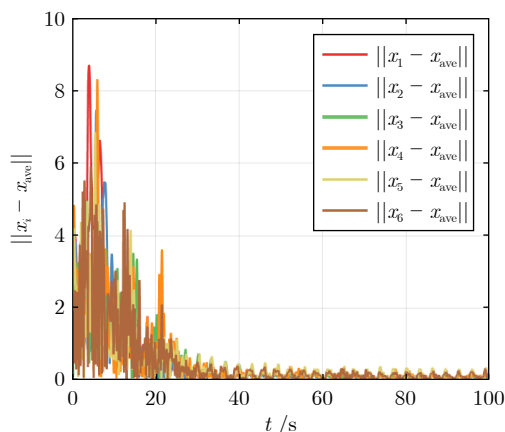
色部分为随机选取的一个有向支撑树. 图 \mathcal{G}_1 中所有边权设为 1.

为了形成对照实验, 首先考虑文献 [30] 提出的 MRACon 控制协议, 即式 (4). 根据命题 1 设计

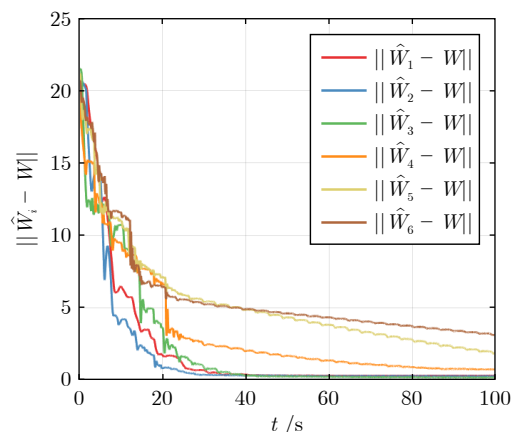
$$c = 0.6, \quad K = \begin{pmatrix} -1.5026 & -0.3974 \\ -0.3974 & -1.0708 \end{pmatrix}, \quad \Psi = I_3$$

按照标准正态分布随机生成系统的初始状态 $x_i(0), z_i(0), \hat{W}_i(0), i = 1, 2, \dots, 6$. 选取离散时间步长为 0.01. 系统的仿真结果如图 2 所示, 其中, $x_{\text{ave}}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t)$ 表示多智能体系统的平均状态, 用于衡量系统的一致性误差. 结果显示, 智能体在约 $t = 100$ 时仍存在显著的一致性误差. 同时, 由于缺乏面向参数辨识的针对性设计, 参数估计值未收敛于真实值.

接下来, 在相同的初始条件下利用本文提出的基于 DREM 的改进算法进行实验. 首先考虑固定耦合 DREM-MRACon 算法 (6) ~ (8), (17) ~ (19), (28). 在参数辨识器设计过程中, 选取线性时不变滤波器



(a) 一致性误差
(a) Consensus errors



(b) 参数辨识误差
(b) Parameter identification errors

图 2 基于文献 [30] 提出的 MRACon (即式 (4)) 求解得到的一致性误差和参数辨识误差

Fig. 2 The consensus errors and parameter identification errors by MRACon (4) proposed in [30]

$H(s) = \frac{1}{s+0.8}$, $\mathcal{H}(s) = \text{col}(\frac{1}{s+1}, \frac{2}{s+2}, \frac{4}{s+8})$. 选择参数 $\mu_i = 0.999$, $\Gamma_i = 10$. 控制参数 c 与 K 的取值同上. 系统的仿真结果如图 3 所示, 智能体在约 $t = 20$ 时一致性误差收敛于零, 且实现了参数辨识误差的有限时间收敛. 智能体的状态轨迹和参数辨识轨迹如图 4. 值得注意的是, 由于矩阵 A 不稳定且本例中没有镇定控制要求, 智能体的状态呈发散态势. 尽管如此, 所提控制器依然能够保证智能体之间实现高精度一致性. 进一步, 利用自适应耦合 DREM-MRACon 算法 (6) ~ (8), (17) ~ (19), (38) 进行仿真实验. 参数辨识器的设计及反馈增益 K 的选取同上. 另取 $\kappa = 0.2$, 初始化 $c_{ij}(0) = 0.1$. 系统的一致性误差与参数辨识误差如图 5 所示; 相应的轨迹图与图 4 相似, 故省略. 自适应耦合增益曲线如图 6, 有向支撑树所对应的耦合增益收敛于常数. 可以发

现, 在自适应耦合 DREM-MRACon 作用下一致性误差收敛的快速性和平滑性有显著提升. 实际上, 自适应耦合 DREM-MRACon 的思想在于利用反馈对系统的一个有向支撑树结构进行动态增强, 而有向支撑树结构对于网络系统的一致性具有极大的促进作用^[49], 因此其相比于固定耦合的情形可以更有效地抑制系统振荡.

最后, 为了进一步验证命题 2 中的有限时间参数辨识时刻 T_i 的准确性, 对所提改进算法进行假设 2 的在线检验. 表 1 记录了两类算法中所有智能体首次满足区间激励性条件的时刻 T_i . 通过分别与图 3 和图 5 中的参数辨识误差曲线进行比对, 可以看出该时刻与系统实现参数辨识的时刻相吻合, 进而验证了命题 2 的准确性.

例 2. 本例以水面无人艇 (Unmanned surface

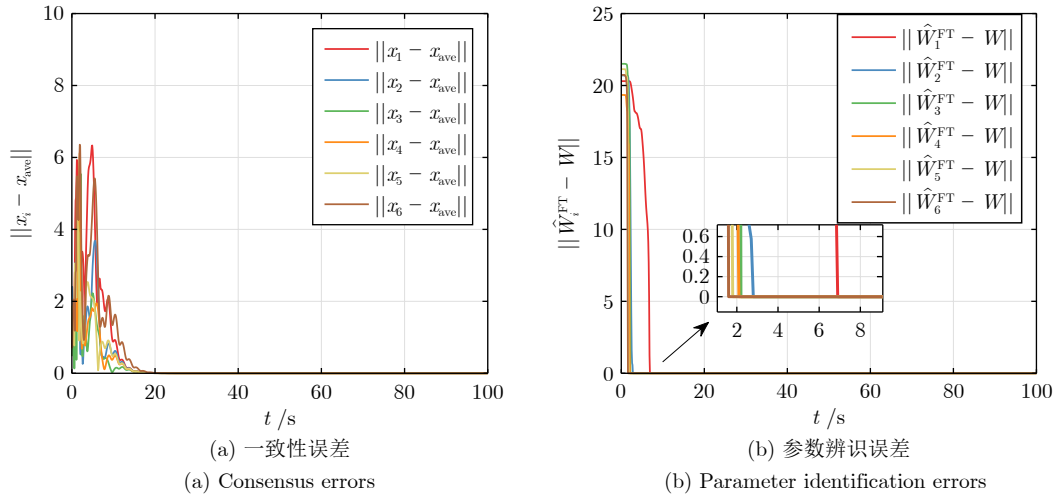


图 3 基于本文提出的固定耦合 DREM-MRACon 求解得到的一致性误差和参数辨识误差

Fig.3 The consensus errors and parameter identification errors by the proposed fixed-coupling DREM-MRACon

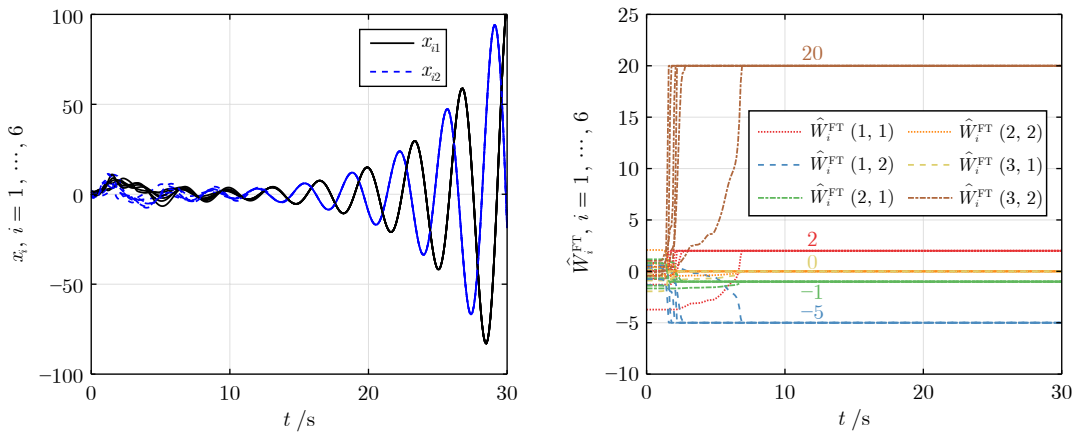


图 4 多智能体系统的状态轨迹与参数辨识轨迹

Fig.4 The state trajectories and parameter identification trajectories of the multi-agent systems

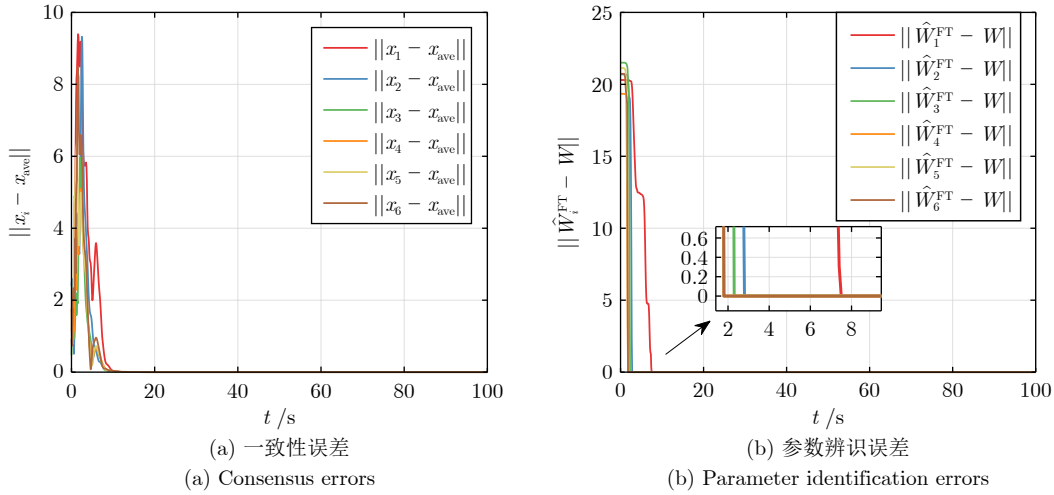


图 5 基于本文提出的自适应耦合 DREM-MRACon 求解得到的一致性误差和参数辨识误差

Fig. 5 The consensus errors and parameter identification errors by the proposed adaptive-coupling DREM-MRACon

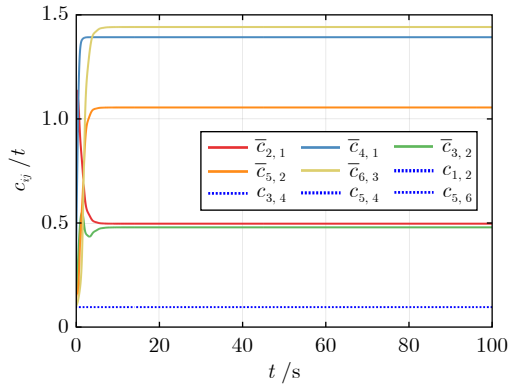


图 6 自适应耦合增益的演化曲线

Fig. 6 The evolution of the adaptive coupling gains

表 1 参数辨识的精确时刻 T_i

Table 1 The exact time T_i for parameter identification

智能体序号	MRACon ^[9]	固定耦合 DREM-MRACon	自适应耦合 DREM-MRACon
1	—	6.84	7.43
2	—	2.77	2.75
3	—	2.16	2.26
4	—	2.03	1.74
5	—	1.74	1.78
6	—	1.55	1.74

vehicle, USV) 转向动力学自动控制为背景, 测试所提出的 DREM-MRACon 方法的应用效果, 并与基础 MRACon 方法进行对比实验. 考虑由 $N = 10$ 艘无人艇组成的集群系统; 无人艇之间通过单向环状拓扑进行通讯 ($1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow 10 \rightarrow 1$).

无人艇转向动力学可建模为如下二阶系统^[10]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_i \\ \ddot{\psi}_i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \psi_i \\ \dot{\psi}_i \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\kappa}{\mathcal{T}} \end{bmatrix}}_B (\rho_i - \mathcal{F}(\dot{\psi}_i))$$

其中, ψ_i , $\dot{\psi}_i$, ρ_i 分别表示偏转角、偏转角速度和舵机输出的偏转力矩; 系统参数取为 $\kappa = 0.25$ 和 $\mathcal{T} = 100$ (与无人艇的长度和巡航速度相关). 非线性函数 $\mathcal{F}(\dot{\psi}_i)$ 表示由水动力等因素引起的未知外部干扰, 且可线性化为

$$\mathcal{F}(\dot{\psi}_i) = b_{i1}\dot{\psi}_i + b_{i2}\dot{\psi}_i^3 + b_{i3}\dot{\psi}_i^5 + \dots \quad (47)$$

本例中取前三项, 其中待辨识的常系数真实值分别为 $b_{i1} = 0.1256$, $b_{i2} = 0.3576$, $b_{i3} = 0.0278$, 即 $W_i = (0.1256, 0.3576, 0.0278)^T$.

系统控制目标为使无人艇集群的转向状态变量 $x_i = [\psi_i, \dot{\psi}_i]$ 趋于一致, 且跟踪至预设的目标轨迹: 零初始条件下, 选取自然频率 $\omega_n = 0.4$, 阻尼比 $\zeta = 0.707$ 的二阶系统; 输入周期为 60 s, 幅度为 20° 的方波信号 ς , 将系统响应作为目标轨迹. 为此, 令 $\rho_i = u_i + K_s x_i + K_r \varsigma$, 其中, $K_s = (-0.16, -0.57)$, $K_r = 0.16$ 分别为校正状态反馈增益和输入信号反馈增益. 相应地, 令式 (8) 中 $\dot{z}_i = A z_i + B(\tilde{\gamma}_i + K_s z_i + K_r \varsigma)$.

考虑本文提出的固定耦合 DREM-MRACon 算法 (6) ~ (8), (17) ~ (19), (28). 设定控制器参数 $c = 1$, $K = (-1, -1.7321)$. 在参数辨识器设计过程中, 选取线性时不变滤波器 $H(s) = \frac{1}{s+1}$, $\mathcal{H}(s) = \text{col}(\frac{1}{s+10}, \frac{2}{s+20}, \frac{4}{s+40})$. 选择参数 $\mu_i = 1 - 10^{-12}$, $\Gamma_i = 10^6$. 按照标准正态分布随机生成系统的初始状态 $x_i(0)$, $z_i(0)$, $\hat{W}_i(0)$, $i = 1, 2, \dots, 10$. 离散时

间步长选取为 0.01. 系统的仿真结果如图 7 所示, 无人艇集群转向状态轨迹 (彩色虚线) 趋于一致, 并较好地实现了对目标轨迹 (黑色实线) 的跟踪. 图 8 给出了分别采用固定耦合 DREM-MRACon 方法与基础 MRACon 方法^[30] 得到的误差结果对比. 结果表明, 所提方法提升了无人艇系统的转向动力学控制精度, 同时对外部干扰的线性化近似系数实现了精确辨识. 在实验过程中, 自适应耦合 DREM-MRACon 展现出了与固定耦合 DREM-MRACon 相近的控制效果. 限于篇幅, 此处予以省略.

通过上述两个仿真实验可以看到, 得益于系统辨识思想的引入, 基于 DREM 的改进 MRACon 算法能够在有限时间内实现对未知参数的精确辨识,

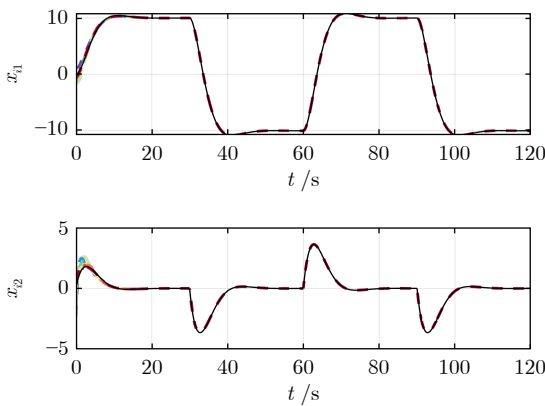


图 7 无人艇的偏转状态 (偏转角和偏转角速度) 轨迹
Fig. 7 The evolution of the yaw states (yaw angle and yaw rate) of the USVs

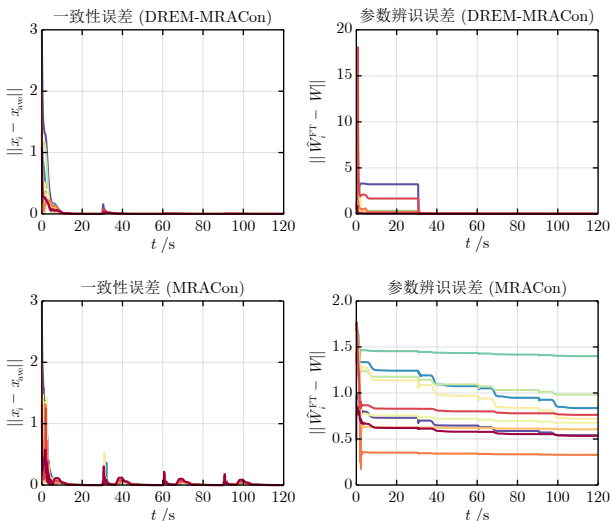


图 8 分别基于本文提出的 DREM-MRACon 与文献^[30] 中的基础 MRACon 得到的误差曲线

Fig. 8 The error curves by the proposed DREM-MRACon and by the baseline MRACon^[30]

并极大地促进多智能体系统一致性误差的收敛. 实验结果较好地验证了理论结果的准确性和有效性.

5 结束语

本文研究了基于动态回归因子扩张与融合 (DREM) 的非确定性多智能体系统的参数辨识与协同控制问题. 针对有向图上的无领导者多智能体系统, 提出固定耦合 DREM-MRACon 和自适应耦合 DREM-MRACon 两类协议. 其中, MRACon 为现有文献中提出的模型参考自适应一致性协议. 与 MRACon 相比, 所提协议保证了对系统未知参数的有限时间辨识, 从而进一步提升了多智能体一致性的收敛速率与暂态性能. 未来工作将考虑当智能体动力学矩阵未知时基于数据驱动的一体化辨识与控制方案. 此外, 注意到智能体在参数辨识阶段不存在信息交互, 未来工作将进一步研究带有通讯机制的分布式 DREM 的可行性.

References

- Chen W S, Wen C Y, Hua S Y, Sun C Y. Distributed cooperative adaptive identification and control for a group of continuous-time systems with a cooperative PE condition via consensus. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(1): 91–106
- Papusha I, Lavretsky E, Murray R M. Collaborative system identification via parameter consensus. In: *Proceedings of American Control Conference (ACC)*. Portland, USA: IEEE, 2014, 13–19
- Wei G L, Li W Y, Ding D R, Liu Y R. Stability analysis of covariance intersection-based kalman consensus filtering for time-varying systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, **50**(11): 4611–4622
- Gao C, Wang Z D, Hu J, Liu Y, He X. Consensus-based distributed state estimation over sensor networks with encoding-decoding scheme: Accommodating bandwidth constraints. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2022, **9**(6): 4051–4064
- Tian Lei, Dong Xi-Wang, Zhao Qi-Lun, Li Qing-Dong, Lv Jin-Hu, Ren Zhang. Distributed adaptive time-varying output formation tracking for heterogeneous swarm systems. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(10): 2386–2401 (田磊, 董希旺, 赵启伦, 李清东, 吕金虎, 任章. 异构集群系统分布式自适应输出时变编队跟踪控制. *自动化学报*, 2021, **47**(10): 2386–2401)
- Xu X, Gu G Y, Xiong Z H, Sheng X J, Zhu X Y. Development of a decentralized multi-axis synchronous control approach for real-time networks. *ISA Transactions*, 2017, **68**: 116–126
- Liu W J, Sun J, Wang G, Bullo F, Chen J. Data-driven resilient predictive control under denial-of-service. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(8): 4722–4737
- Wang X, Sun J, Wang G, Allgöwer F, Chen J. Data-driven control of distributed event-triggered network systems. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2023, **10**(2): 351–364
- Xu W Y, Wang Z D, Hu G Q, Kurths J. Hybrid nash equilibrium seeking under partial-decision information: An adaptive dynamic event-triggered approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(10): 5862–5876
- Peng Z H, Wang D, Zhang H W, Sun G. Distributed neural network control for adaptive synchronization of uncertain dynamical multiagent systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*

- and *Learning Systems*, 2014, **25**(8): 1508–1519
- 11 Yue D D, Cao J D, Li Q, Liu Q S. Neural-network-based fully distributed adaptive consensus for a class of uncertain multiagent systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021, **32**(7): 2965–2977
 - 12 Wang Qing-Ling, Wang Xue-Rao. Adaptive NN consensus of nonlinear multi-agent systems under switching topologies. *Control Theory and Technology*, 2023, **40**(4): 633–640
(王庆领, 王雪娆. 切换拓扑下非线性多智能体系统自适应神经网络一致性. 控制理论与应用, 2023, **40**(4): 633–640)
 - 13 Mao B, Wu X Q, Lv J H, Chen G R. Predefined-time bounded consensus of multiagent systems with unknown nonlinearity via distributed adaptive fuzzy control. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, **53**(4): 2622–2635
 - 14 Wang Y J, Song Y D, Lewis F L. Robust adaptive fault-tolerant control of multiagent systems with uncertain nonidentical dynamics and undetectable actuation failures. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, **62**(6): 3978–3988
 - 15 Fan Quan-Yong, Zhang Nai-Zong, Tang Yong, Xu Bin. Adaptive reliable control of multi-agent systems based on dynamic event-triggered communication protocol. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(5): 924–936
(范泉涌, 张乃宗, 唐勇, 许斌. 基于动态事件触发通信协议的多智能体系统自适应可靠控制. 自动化学报, 2024, **50**(5): 924–936)
 - 16 Li Z K, Ren W, Liu X D, Xie L H. Distributed consensus of linear multi-agent systems with adaptive dynamic protocols. *Automatica*, 2013, **49**(7): 1986–1995
 - 17 Lv Y Z, Li Z K, Duan Z S, Feng G. Novel distributed robust adaptive consensus protocols for linear multi-agent systems with directed graphs and external disturbances. *International Journal of Control*, 2017, **90**(2): 137–147
 - 18 Li Z H, Ding Z T, Sun J Y, Li Z K. Distributed adaptive convex optimization on directed graphs via continuous-time algorithms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(5): 1434–1441
 - 19 Yue D D, Baldi S, Cao J D, Li Q, DeSchutter B. Distributed adaptive resource allocation: An uncertain saddle-point dynamics viewpoint. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2023, **10**(12): 2209–2221
 - 20 Ye M J, Hu G Q. Adaptive approaches for fully distributed nash equilibrium seeking in networked games. *Automatica*, 2021, **129**: Article No. 109661
 - 21 Baldi S, Yuan S, Frasca P. Output synchronization of unknown heterogeneous agents via distributed model reference adaptation. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2018, **6**(2): 515–525
 - 22 Azzollini I A, Yu W W, Yuan S, Baldi S. Adaptive leader-follower synchronization over heterogeneous and uncertain networks of linear systems without distributed observer. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, **66**(4): 1925–1931
 - 23 Goel R, Garg T, Roy S B. Closed-loop reference model based distributed MRAC using cooperative initial excitation and distributed reference input estimation. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2022, **9**(1): 37–49
 - 24 Agha R, Rehan M, Ahn C K, Mustafa G, Ahmad S. Adaptive distributed consensus control of one-sided lipschitz nonlinear multiagents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, **49**(3): 568–578
 - 25 Mei J, Ren W, Chen J. Distributed consensus of second-order multi-agent systems with heterogeneous unknown inertias and control gains under a directed graph. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, **61**(8): 2019–2034
 - 26 Lv Y Z, Li Z K. Is fully distributed adaptive protocol applicable to graphs containing a directed spanning tree? *Science China Information Sciences*, 2022, **65**(8): Article No. 189203
 - 27 Yu Z Y, Huang D, Jiang H J, Hu C, Yu W W. Distributed consensus for multiagent systems via directed spanning tree based adaptive control. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2018, **56**(3): 2189–2217
 - 28 Yue D D, Baldi S, Cao J D, Li Q, DeSchutter B. A directed spanning tree adaptive control solution to time-varying formations. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2021, **8**(2): 690–701
 - 29 Yue D D, Baldi S, Cao J D, Li Q, DeSchutter B. Distributed adaptive optimization with weight-balancing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, **67**(4): 2068–2075
 - 30 Mei J, Ren W, Song Y D. A unified framework for adaptive leaderless consensus of uncertain multi-agent systems under directed graphs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, **66**(12): 6179–6186
 - 31 Wang X Y, Xu Y J, Cao Y, Li S H. A hierarchical design framework for distributed control of multi-agent systems. *Automatica*, 2024, **160**: Article No. 111402
 - 32 Chai Tian-You, Yue Heng. *Adaptive Control*. Beijing: Tsinghua University Press, 2016.
(柴天佑, 岳恒. 自适应控制. 北京: 清华大学出版社, 2016.)
 - 33 Ioannou P A, Sun J. *Robust Adaptive Control*. New York: Dover Publications, Inc., 2012.
 - 34 Aranovskiy S, Bobtsov A, Ortega R, Pyrkin A. Parameters estimation via dynamic regressor extension and mixing. In: Proceedings of American Control Conference (ACC). Boston, MA, USA: IEEE, 2016. 6971–6976
 - 35 Ortega R, Nikiforov V, Gerasimov D. On modified parameter estimators for identification and adaptive control. A unified framework and some new schemes. *Annual Reviews in Control*, 2020, **50**: 278–293
 - 36 Wang L, Ortega R, Bobtsov A. Observability is sufficient for the design of globally exponentially stable state observers for state-affine nonlinear systems. *Automatica*, 2023, **149**: Article No. 110838
 - 37 Ortega R, Gerasimov D N, Barabanov N E, Nikiforov V O. Adaptive control of linear multivariable systems using dynamic regressor extension and mixing estimators: Removing the high-frequency gain assumptions. *Automatica*, 2019, **110**: Article No. 108589
 - 38 Wang S B, Lv B, Wen S P, Shi K B, Zhu S, Huang T W. Robust adaptive safety-critical control for unknown systems with finite-time elementwise parameter estimation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, **53**(3): 1607–1617
 - 39 Shadab S, Revati G, Wagh S, Singh N. Finite-time parameter estimation for an online monitoring of transformer: A system identification perspective. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2023, **145**: Article No. 108639
 - 40 Matveev A S, Almodarresi M, Ortega R, Pyrkin A, Xie S Y. Diffusion-based distributed parameter estimation through directed graphs with switching topology: Application of dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, **67**(8): 4256–4263
 - 41 Ren W, Beard R W. *Distributed Consensus in Multi-Vehicle Cooperative Control*. London: Springer London, 2008.
 - 42 Na J, Herrmann G, Zhang K Q. Improving transient performance of adaptive control via a modified reference model and novel adaptation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, **27**(8): 1351–1372
 - 43 Garg T, Roy S B. Distributed adaptive estimation without persistence of excitation: An online optimization perspective. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2023, **37**(5): 1117–1134
 - 44 Cai H, Lewis F L, Hu G Q, Huang J. The adaptive distributed observer approach to the cooperative output regulation of linear multi-agent systems. *Automatica*, 2017, **75**: 299–305
 - 45 Yuan C Z, Stegagno P, He H B, Ren W. Cooperative adaptive

- containment control with parameter convergence via cooperative finite-time excitation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, **66**(11): 5612–5618
- 46 Hou Q H, Dong J X. Cooperative output regulation of linear multiagent systems with parameter convergence. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, **53**(1): 518–528
- 47 Sun Z Y, Rantzer A, Li Z K, Robertsson A. Distributed adaptive stabilization. *Automatica*, 2021, **129**: Article No. 109616
- 48 Shen Y, Wang J. Robustness analysis of global exponential stability collaborative system identification of recurrent neural networks in the presence of time delays and random disturbances. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2011, **23**(1): 87–96
- 49 Yu W W, Lv J H, Yu X H, Chen G R. Distributed adaptive control for synchronization in directed complex networks. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2015, **53**(5): 2980–3005



岳冬冬 南京工业大学电气工程与控制科学学院副教授。2021 年获得东南大学控制科学与工程专业博士学位。东南大学博士后。主要研究方向为网络系统的分布式自适应辨识, 控制与优化。

E-mail: yued@njtech.edu.cn

(YUE Dong-Dong) Associate professor at the College of Electrical Engineering and Control Science, Nanjing Tech University. He received his Ph.D. degree in control science and engineering from Southeast University in 2021. He was a postdoctor at Southeast University. His research interest covers distributed adaptive identification, control, and optimization of network systems.)



史建涛 南京工业大学电气工程与控制科学学院教授。2016 年获得清华大学控制科学与工程专业博士学位。主要研究方向为最优与学习控制, 分布式协同控制, 故障检测与容错控制。本文通信作者。

E-mail: shjt@njtech.edu.cn

(SHI Jian-Tao) Professor at the College of Electrical Engineering and Control Science, Nanjing Tech University. He received his Ph.D. degree in control sci-

ence and engineering from Tsinghua University in 2016. His research interest covers optimal and learning control, distributed and cooperative control, and fault diagnosis and fault-tolerant control. Corresponding author of this paper.)



王 钢 北京理工大学自主智能无人系统全国重点实验室教授。2018 年获得北京理工大学控制科学与工程专业博士学位, 同年获得明尼苏达大学电气与计算机工程专业博士学位。明尼苏达大学博士后。主要研究方向为信号处理, 强化学习, 信息物理系统, 多

智能体系统。E-mail: gangwang@bit.edu.cn

(WANG Gang) Professor at the State Key Laboratory of Autonomous Intelligent Unmanned Systems, Beijing Institute of Technology. He received his Ph.D. degree in control science and engineering from Beijing Institute of Technology, and his Ph.D. degree in electrical and computer engineering from the University of Minnesota, both in 2018. He was a postdoctor at University of Minnesota. His research interest covers signal processing, reinforcement learning, cyber-physical systems, and multi-agent systems.)



曹进德 东南大学首席教授。1998 年获得四川大学应用数学专业博士学位。香港中文大学博士后。IEEE 会士, 俄罗斯科学院院士, 欧洲科学院院士。主要研究方向为复杂网络与复杂系统, 神经动力学与优化。

E-mail: jdcao@seu.edu.cn

(CAO Jin-De) Endowed chair professor of Southeast University. He received his Ph.D. degree in applied mathematics from Sichuan University in 1998. He was a postdoctor at Chinese University of Hong Kong. He is elected as a fellow of IEEE, a member of Russian Academy of Sciences, a member of the Academy of Europe. His research interest covers complex networks and complex systems, and neural dynamics and optimization.)