实验说明文档——knn svm 实现

杨瑞灵 2252941

1. 实验要求

- 使用 Python 实现 k-最近邻（k-NN）分类器。
- 使用 Python 实现支持向量机（SVM）分类器。
- 理解以上分类器的差异和权衡之处。
- 将二者应用到图像分类任务上（如鸢尾花，Cifar10 或 MNIST 数据集）。

2.实现过程

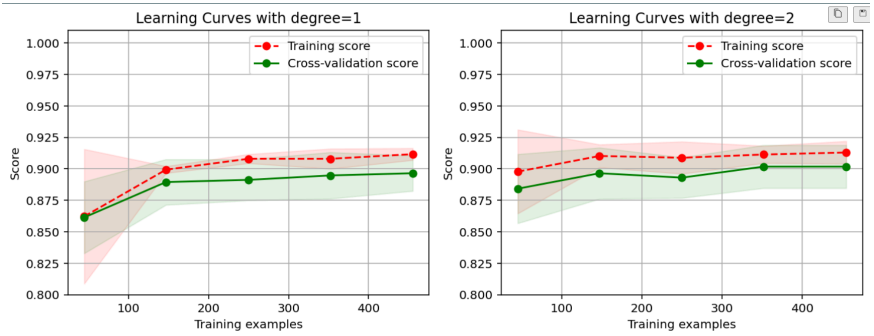
- 本次实验选用 knn 和 SVM 进行分类
- 对于鸢尾花数据分类的准确率在 90%以上，而 cifar10 最高可以达到 40%，在运用主成分分析之后准确率有一点点提升
- 作业为两部分
  - my_work 是最开始我自己实现的 knn 和 svm 类，但是 svm 只实现了二分类
  - cs231n_assignment 是 cs231n 第一个作业关于 knn 和 SVM 部分的实现，用的是 cifar10 数据集

2.1 knn

- 手动写了 knn 算法的实现类 kneighborsclassifier（在 kneighborsclassifier.py），实现了两种距离算法 weights: Union[Literal['uniform', 'distance'], None] = "uniform"

2.1.1 学习

- knn.ipynb 第一部分是 knn 的学习，最邻近分类算法是数据挖掘分类（classification）技术中最简单的算法之一，其指导思想是"近朱者赤，近墨者黑"，即由你的邻居来推断出你的类别，需要确定的超参数包括 k 的选择以及 weights 是用平均的方法还是距离远近加权。
- 可以用交叉验证等方法来确定超参数



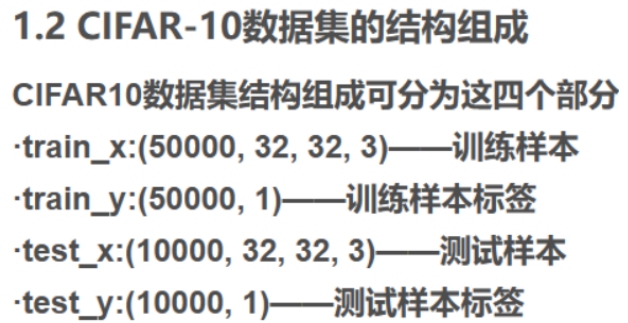
2.1.2 鸢尾花

- 鸢尾花数据集的数据个数较少，并且每一个数据都是五个特征，所以无论是 knn 还是 svm 的效果都不错。

```
predicted=1,actual=1
predicted=2,actual=2
predicted=0,actual=0
predicted=1,actual=1
predicted=0,actual=0
predicted=1,actual=1
predicted=0,actual=0
predicted=2,actual=2
predicted=2,actual=2
predicted=2,actual=2
predicted=1,actual=1
predicted=2,actual=2
predicted=2,actual=2
predicted=2,actual=2
predicted=2,actual=2
predicted=0,actual=0
predicted=2,actual=2
predicted=2,actual=2
...
predicted=1,actual=1
predicted=2,actual=2
predicted=1,actual=1
Accuracy: 95.0%
```

2.1.3 cifar10

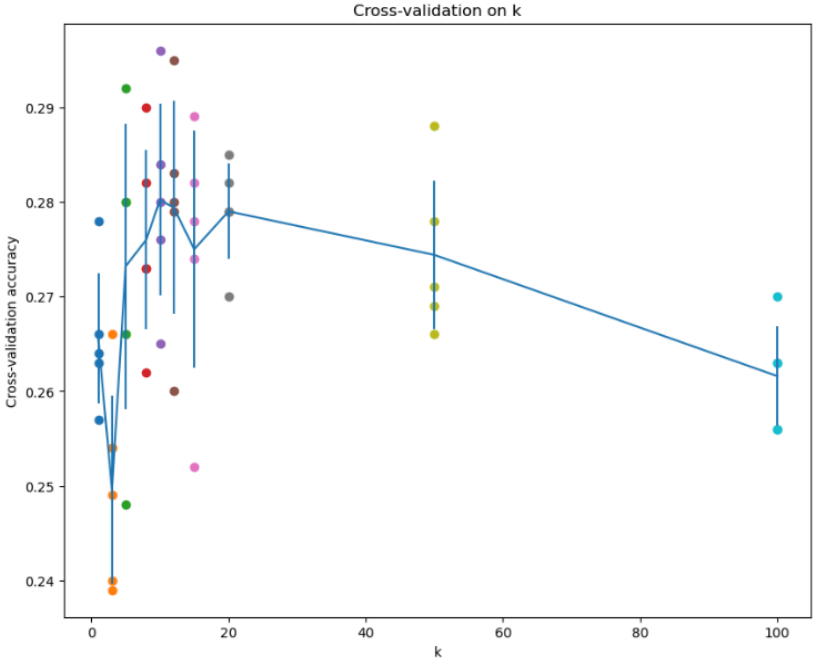
- 对于图片分类，cifar10 是非常有名的数据集，由于数据集太过庞大我们都只选用其中一部分作为训练集，图片分类最有效的还是 CNN，不过用 knn 也能达到 39%的效果，比随机的 10%高了两倍。



- 我们把图片 32*32*3 reshape 一下直接放进 knn，速度非常慢而且准确率不高

```
predicted=8,actual=0
predicted=0,actual=0
predicted=2,actual=7
Accuracy: 39.0%
```

- 交叉验证确定 k=10 的时候准确度最高，平均达到 28%，但是依然不是一个很好的效果



- 用 PCA 特征降维

```
predicted=0,actual=0
predicted=0,actual=0
predicted=0,actual=7
Accuracy: 32.0%, time:432, features:10
```

```
predicted=0,actual=0
predicted=0,actual=0
predicted=4,actual=7
Accuracy: 34.0%, time:444, features:15
```

```
predicted=0,actual=0
predicted=0,actual=0
predicted=9,actual=7
Accuracy: 39.0%, time:359, features:20
```

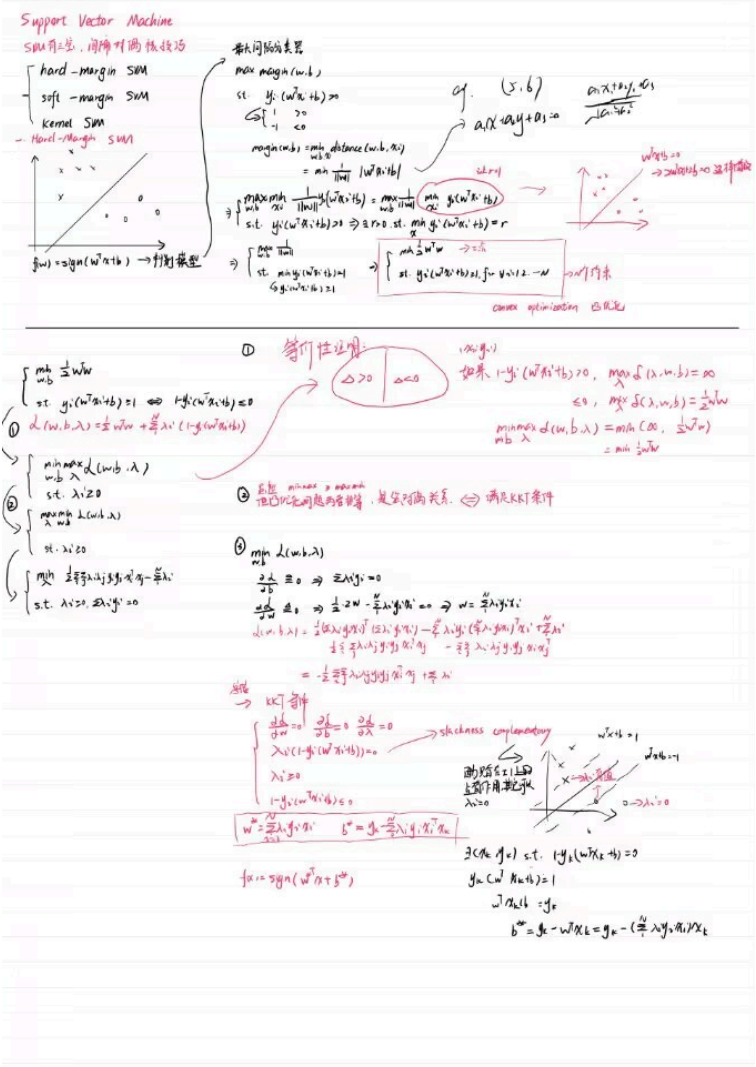
```
predicted=0,actual=0
predicted=0,actual=0
predicted=7,actual=7
Accuracy: 33.0%, time:371, features:25
```

可以看到 features=25 的时候准确度最高达到 39%，虽然没有提高准确度但是速度变快了

2.2 SVM

2.2.1.学习

- SVM 与 knn 的不同在于 knn 训练的时候只是记录，predict 时候花大量时间，这显然是不符合我们实际需求的。而 SVM 训练的时候调整 W 的值，在测试的时候不需要花时间。
- 手推公式：



二、Soft-Margin SVM

$Data=\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^{N}$, $x_i\in R^n$, $y_i\in\{1,-1\}$

Soft 允许一点错误

① $\min \frac{1}{2}w^Tw + loss$ 含义：$y_i(w^Tx_i+b)$ × 不连续

② loss：惩罚

$\begin{cases} 如果\ y_i(w^Tx_i+b)\geq 1\ ,\ loss=0 \\ 如果\ y_i(w^Tx_i+b)<1\ ,\ loss = 1-y_i(w^Tx_i+b) \end{cases}$

$\{loss = \max\{0,\ 1-y_i(w^Tx_i+b)\}$

$= \max\{0,\ 1-z\}$

$\begin{cases} \min \frac{1}{2}w^Tw + c\max\{0,1-y_i(w^Tx_i+b)\} \\ s.t.\ y_i(w^Tx_i+b)\geq 0 \end{cases}$

$s.t. \begin{cases} y_i(w^Tx_i+b)\geq 1-\xi_i \\ \xi_i\geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \min \frac{1}{2}w^Tw + c\sum \xi_i \\ \xi_i\geq 0 \end{cases}$

三、约束优化问题（原问题）

$\begin{cases} \min f(x) \\ s.t.\ m_i(x)\leq 0 \quad i=1,2\cdots m \\ n_j(x)=0 \quad j=1,2\cdots N \end{cases}$

拉格朗日函数：$L(x,\lambda,y)=f(x)+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i m_i(x)+\sum_{j=1}^{N} y_j n_j$

$\begin{cases} \min_x \max_{\lambda,y} L(x,\lambda,y) \\ s.t.\ \lambda_i\geq 0 \end{cases}$

证：若 x 违反 $m_i(x)$，$m_i(x)>0$，$\max_{\lambda,y} L\to\infty$

若 x 符合 $m_i(x)\leq 0$，$\max_{\lambda,y} L\neq+\infty$

$\min_x \max_{\lambda,y} L = \min\{\max L,\ +\infty\} = \min \max L$

四、对偶属性

$D=dom f \cap dom\ m_i \cap dom\ n_j$

$\begin{cases} \min f(x) \\ s.t.\ m_i(x)\leq 0 \\ x\in D \end{cases}$

$L(x,\lambda)=f(x)+\lambda m_i(x) \quad \lambda\geq 0$

$p^*=\min f(x)$

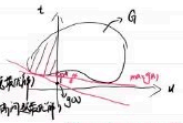
$d^*=\max_{\lambda}\min_{x} L(x,\lambda)$ （对偶最优值）

$G=\{(m_i(x), f(x)\mid x\in D\}$ （对偶问题的定义域）

$=\{(u,t)\mid (u,t)\in G\}$

$p^*=\inf\{t\mid (u,t)\in G,\ u\leq 0\}$

$d^*=\max_{\lambda,x} L(x,\lambda)$



对偶属性：

对偶问题：

$\begin{cases} \max_{\lambda,y}\min_{x} L(x,\lambda,y) \\ s.t.\ \lambda_i\geq 0 \end{cases}$

弱对偶性：对偶问题 $\leq$ 原问题

$\max_{\lambda,y}\min_{x} L(x,\lambda,y)\leq \min_{x}\max_{\lambda,y} L(x,\lambda,y)$

证：$\min_x L(x,\lambda,y)=L(x^*,\lambda,y)\leq \max_{\lambda,y} L(x,\lambda,y)$

$\underline{\min_x L(x,\lambda,y)}\leq \underline{\max_{\lambda,y} L(x,\lambda,y)}$

$A(\lambda,y)$ $\qquad$ $B(x)$

$A(\lambda,y)\leq B(x)$ 恒成立

$\max A(\lambda,y)\leq \min B(x)$

强对偶性：$\min_x \max_{\lambda,y} L(x,\lambda,y)=p^*$

$d^*\leq p^*$

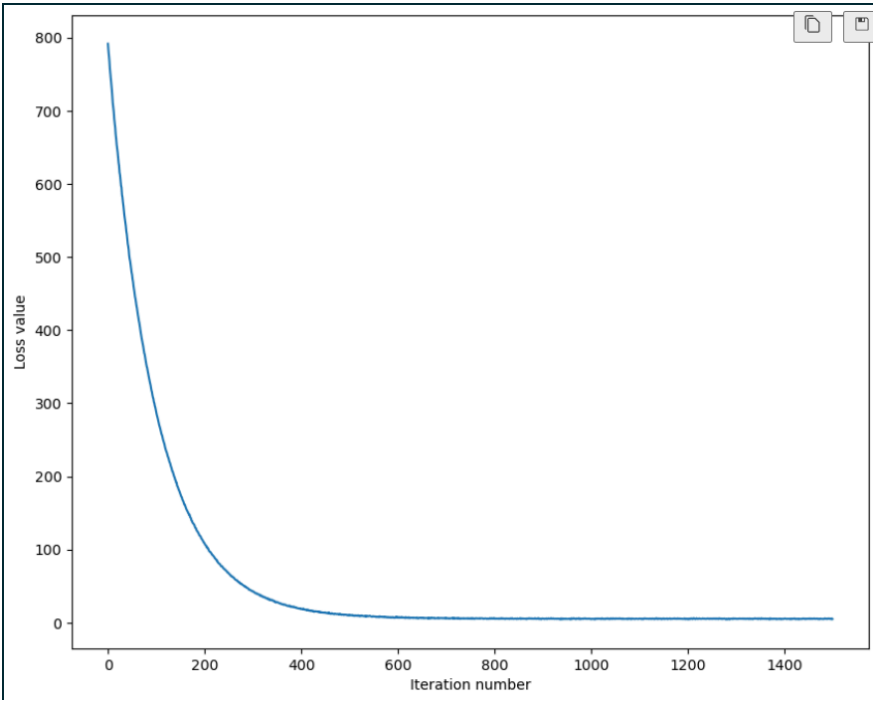
2.2.2.鸢尾花

- 不同 gamma 值准确率好像差别有点大，可能是鸢尾花数据集太少了出现了过拟合现象

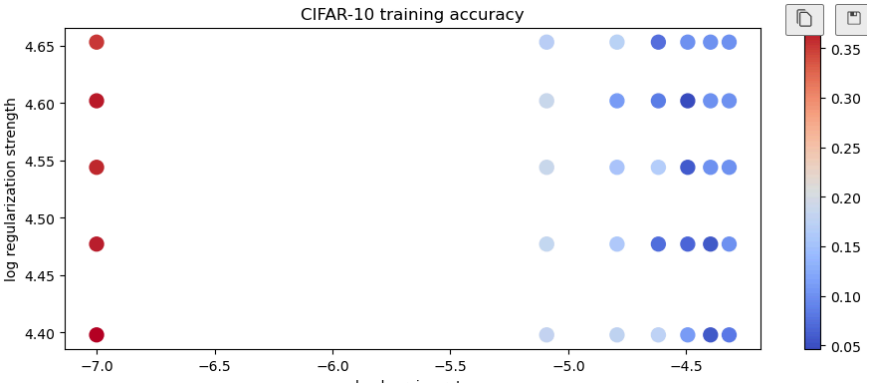
```
gamma:0.0,正确率: 28.33%
gamma:0.05555555555555555,正确率: 16.67%
gamma:0.1111111111111111,正确率: 100.00%
gamma:0.16666666666666666,正确率: 100.00%
gamma:0.2222222222222222,正确率: 16.67%
gamma:0.2777777777777778,正确率: 26.67%
gamma:0.3333333333333333,正确率: 100.00%
gamma:0.38888888888888884,正确率: 10.00%
gamma:0.4444444444444444,正确率: 35.00%
gamma:0.5,正确率: 56.67%
```

2.2.3.cifar10

- 训练结果：可以看见随着训练次数增加，损失函数再减小然后趋于稳定

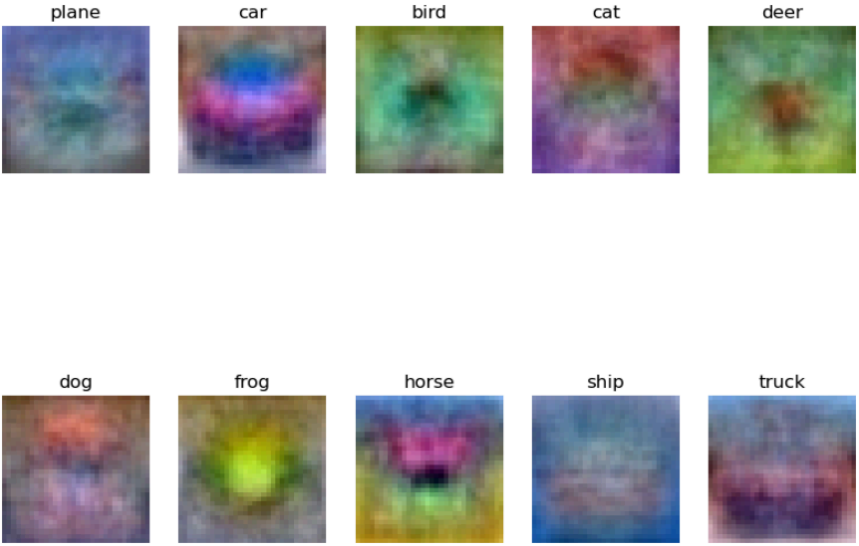


- 超参数：learning_rates，regularization_strengths，包括正则化项选择 L_1 还是 L_2 还是别的方法等等



统一用的 L2 范式，对比发现 $learning\_rates = e^{-7}, regularization\_strength = 30000$ 的时候效果较好

- W:我们把 W 每一列输出一下，发现它长得就很像本来的图片，特别是 car。可以理解为他就是在用我们的 W 去模拟一类图片的形态。这也是为什么 SVM 的准确度低的原因：因为每个事物会有不同的形态，稍微遮挡变形可能和 W 就相差很大了，很可能误识别为别的东西。



3.结果展示

- 结果图片如 2，分析一下结果。
- KNN：
  - knn 是最简单的分类器，由于它的 train 只是记录数据集，而 predict 需要大量时间计算 $m * n$ 个距离，所以在实际生活中显然不适用。
  - 同时，他对于 L1 还是 L2 甚至更高维度距离计算公式的选择也要考虑，还有 k 的选择，最好做交叉验证在 val 数据集上取最优超参数再在 test 上面验证。

- SVM：
  - 支持向量机原本是二分类，但是我们也可以把它扩展为多分类。他就是训练时间长,但一旦确定 W 就可以很快 predict。
  - 同时 SVM 用的是$L_i = \sum_{j \neq y_i} \max\{0, s_j - s_{y_i} + 1\}$，而同为线性分类器的 softmax 用的是$L_i = -\log \frac{e^{s_{yi}}}{\sum_j e^{s_j}}$，它们的区别在于 SVM 一旦超过了 1 的界限他就不会再优化了，而 softmax 会已知把对的更正、错的更负。
  - 对于$R(W)$，如果是L_1它更倾向于稀疏矩阵而L_2倾向于更平均的矩阵，要选择合适的正则化项

1. L1 正则化（Lasso）

L1 正则化通过在损失函数中加入权重向量的 L1 范数（即所有权重绝对值的和）来限制模型复杂度。其正则化项形式为：

$$\lambda \sum_{i=1}^{n} |w_i|$$

2. L2 正则化（Ridge）

L2 正则化通过在损失函数中加入权重向量的 L2 范数（即所有权重平方和的平方根）来限制模型复杂度。其正则化项形式为：

$$\lambda \sum_{i=1}^{n} w_i^2$$

4.体会

- 时间开销
  - 在完成 cs231n 的时候会发现它让我们重复的求矩阵，显示用循环然后用 numpy 的方法，我们会发现用循环的时间会远低于用 np 方法。

```
Two loop version took 24.073759 seconds
One loop version took 40.188374 seconds
No loop version took 0.217777 seconds
```

  - 这是因为 numpy 是一个专门用于处理大规模数组和矩阵运算的库，它在底层实现中使用了高度优化的 C 和 Fortran 代码，而 Python 循环则是解释执行的，速度相对较慢。

1. **向量化操作**：

    - `numpy` 允许对整个数组进行操作，而无需显式地编写循环。这种向量化操作利用底层的优化和并行计算，大大提高了计算速度。

2. **内存效率**：

    - `numpy` 数组在内存中是连续存储的，便于缓存和快速访问，而 Python 列表是对对象的引用，存储位置不连续，访问速度较慢。

3. **优化的底层实现**：

    - `numpy` 的许多函数都在底层用 C 语言实现，避免了 Python 解释器的开销，执行速度快。

- KNN 算法的缺点:
    - KNN 算法在分类时有个主要的不足是，当样本不平衡时，如一个类的样本容量很大，而其他类样本容量很小时，有可能导致当输入一个新样本时，该样本的 K 个邻居中大容量类的样本占多数。可以采用权值的方法(和该样本距离小的邻居权值大)来改进。

```
    for index, item in enumerate(distances):
        uns = item[0]
        weight = (1. if self._weights == 'uniform' else item[1]) / self._label_num[uns]
        if uns in classVotes:
            classVotes[uns] += weight
        else:
            classVotes[uns] = weight
    sortedVotes = sorted(classVotes.items(), key=operator.itemgetter(1), reverse=True)

    return sortedVotes[0][0]
```

    - 还有一个是数据量的问题，一旦 KNN 分类的种类增多那么它需要的数据量是呈指数倍增长，这就像二维正方形变成正方体，边的长度增加相同但是正方体的增加数量比正方形高一个数量级。那么 predict 的时间开销就会非常大。
- 线性分类器:
    - 相当于 n 维空间里面一个平面去分割这个空间，所以我们可以想象如果数据集不是分开到自己的部分，而是在空间里有几坨，那么线性分类器当然不适用。
    - 但是线性分类器在神经网络中还是占有很重要的地位，因为神经网络是很多层，虽然它单独的效果不是很好，但是可以搭配其他层一起食用 qwq。
- 另：cs231n 讲的真好吧 T_T