• Hamming Algorithmus

1. Die Bits des Codeworts werden von 1 an nummeriert. Bit 1 (das am weitesten links stehende) ist das most significant bit.
2. Die Paritätsbits sind die Bits des Codeworts, deren Nummer eine Potenz von 2 ist, also 1,2,4,8, . . . Alle anderen Bits sind Datenbits.
3. Jedes Paritätsbit prüft mehrere genau festgelegte Bits des Codeworts, sich selbst eingeschlossen. Ein Bit des Codewortes kann von mehr als einem Paritätsbit geprüft werden. Ein Bit B wird von den Paritätsbits $P_1, P_2, P_3 \ldots, P_k$ geprüft, wenn $B = P_1 + P_2 + \ldots + P_k$ ist. Beispiel: Bit 11 wird von den Paritätsbits 1,2 und 8 geprüft.

Parity Bit	Getestete Bits
1 :	1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21
2 :	2 3 6 7 10 11 14 15 18 19
4 :	4 5 6 7 12 13 14 15 20 21
8 :	8 9 10 11 12 13 14 15
16 :	16 17 18 19 20 21

4. Die Paritätsbits werden so gesetzt, dass die Summe der geprüften Bits (sich selbst eingeschlossen) gerade ist.

   Beispiel: Um das 8-Bit Datenwort 1011 0110 zu kodieren, benötigen wir vier Paritätsbits; das Codewort ist also 12 Bits lang und sieht folgendermaßen aus:

	P 1	P 2	D 3	P 4	D 5	D 6	D 7	P 8	D 9	D 10	D 11	D 12	(P = Paritätsbit, D = Datenbit)
Codewort :	?	?	1	?	0	1	1	?	0	1	1	0	
Parity Bit 1:	?		1		0		1		0		1		? = 1 damit Summe gerade
Parity Bit 2:		?	1			1	1			1	1		? = 1 damit Summe gerade
Parity Bit 4:				?	0	1	1					0	? = 0 damit Summe gerade
Parity Bit 8:								?	0	1	1	0	? = 0 damit Summe gerade
Codewort :	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	

• Fehlererkennung

a) Um einen Fehler zu erkennen und zu korrigieren berechnet man die Checksumme für jedes Paritätsbit. Wenn alle Checksummen gerade (bzw. ungerade) sind, dann ist das Codewort fehlerfrei.

b) Identifiziere alle Paritätsbits mit fehlerhaften Checksummen. Bilde die Schnittmenge aller von nicht korrekten Paritätsbits geprüften Bits. Eliminiere alle Bits, die auch von korrekten Paritätsbits geprüft werden. Das fehlerhafte Bit bleibt übrig.

   Alternative Methode: Die Summe der Nummern der fehlerhaften Paritätsbits ergibt die Nummer des fehlerhaften Bits.

Beispiel: Finde und korrigiere einen eventuell vorhandenen Fehler in dem Codewort 1100 0110 0110. Dieses 12-Bit Codewort hat vier Paritätsbits, Bits Nummer 1,2,4 und 8.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Codewort:	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	
Parity Bit 1:	1		0		0		1		0		1		:3 X
Parity Bit 2:		1	0			1	1			1	1		:5 X
Parity Bit 4:				0	0	1	1					0	:2
Parity Bit 8:								0	0	1	1	0	:2

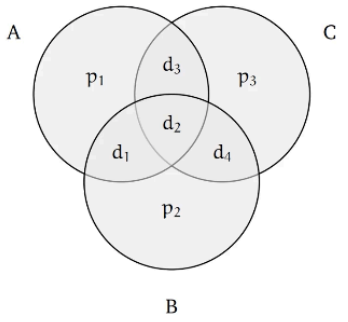
Die Prüfsummen der Bits 1 und 2 sind falsch. Die Schnittmenge der Bitlisten sind die Bits 3, 7 und 11, also ist eins von diesen fehlerhaft. Bit 11 wird auch von Bit 8 geprüft, dessen Checksumme korrekt ist, also ist auch Bit 11 OK. Bit 7 wird auch von Bit 4 geprüft, dessen Checksumme korrekt ist, also ist auch Bit 7 OK. Bit 3 wird nur von den Bits 1 und 2 geprüft, also ist Bit 3 falsch.

$$11 = 2^3 + 2^1 + 2^0 = 8 + 2 + 1$$
$$7 = 2^2 + 2^1 + 2^0 = 4 + 2 + 1$$
$$3 = 2^1 + 2^0 = 2 + 1$$

	P	P	D	P	D	D	D	P	D	D	D	D
Korrigiert:	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
8-Bit Daten:			1		0	1	1		0	1	1	0

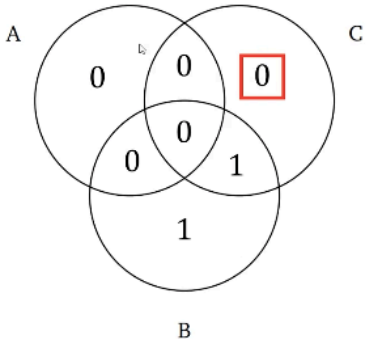
- **Venn-Diagramm:**

Wir gehen von folgender Struktur der Code-Wörter $d_1d_2d_3d_4p_1p_2p_3$ aus. Wobei $d_i(i \in \{1,2,3,4\})$ für das jeweilige Datenbit und $p_j(j \in \{1,2,3\})$ für das jeweilige Prüf- bzw. Paritätsbit steht. Die Paritätsbits zur Fehlererkennung bzw. Fehlerkorrektur für ein Datenwort $d_1d_2d_3d_4$ können anschaulich mit Hilfe eines Venn-Diagramms berechnet werden, in welchem sich die Bits wie folgt anordnen:



Beispiel:
Codiertes Code Wort 0001010. Sind Bitfehler aufgetreten?

$$0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0$$
$$d_1d_2d_3d_4p_1p_2p_3$$



Es ist kein gültiges Codewort. Bis auf Paritätsbit p_3 passt die Parität über alle Mengen. Dementsprechend ist davon auszugehen, dass Paritätsbit p_3 gekippt ist und 1 sein müsste, zumindest wenn man von einer minimalen Anzahl an gekippter Bits ausgeht. Mehr als 1 Bit kann ohnehin nicht mit Sicherheit korrigiert werden. Das Datenwort ist nicht betroffen und lautet 0001.