廠商理論

宋品岳

2025-09-03

目錄

1 生產與成本

定義 1.1 — 生產

生產 (production) 是指在一定技術水準下，生產者結合各種*生產要素* (production factor) 製造商品的行爲，其中生產要素分爲勞動、資本、土地與企業家精神。

簡言之，生產就是由一些生產要素投入經過特定流程最終變成產量的過程。

1.1 生產函數

利用數學形式表達生產的過程，稱爲*生產函數* (production function)。

定義 1.2 — 生產函數

生產函數即是在一定技術水準下，生產者結合各種生產要素組合，表現出最大可能產出的函數關係。

$$Q = A_t \cdot F(K, L)$$

其中 Q 爲產量，A 代表*技術因子* (technical factor)，下標 t 隱含技術隨著時間而變化。

而在經濟學中，依照生產者使用生產要素變動與否，可以分爲短期與長期，並注意到經濟學中的長、短期與時間長短無絕對的關係:

1.1.1 短期

短期 (short run) 指生產者在所使用的生產要素中，*至少有一生產要素爲可變動的要素*，或至少有一生產要素爲不可變動期間。一般來說，因爲資本較勞動的變動能力差，故在短期內均會假設資本固定不變。此種於短期間不可變動的生產要素稱之爲*固定生產要素* (fixed production factor)，通常會在變數上方加上橫線 () 表示固定；而短期間可變動的生產要素則爲*變動生產要素* (variable production factor)。

舉例來說，短期若固定資本，則生產函數可以寫成

$$Q = F(L, \overline{K}) \quad \text{或} \quad Q = F(L)$$

表示僅有勞動此一要素的變動方能改變產量。

1.1.2 長期

相較於短期，*長期* (long run) 係指生產者使用的生產要素皆在變動，亦即無固定生產要素的期間即爲長期。長期時生產者可以任意變動生產要素組合達成所欲達成生產產量之目標

使得要素組合的成本達到最低。

1.2 短期生產分析

假設生產要素只有勞動與資本兩種情形下，且在資本無法改變的短期分析。此時生產者仍可就勞動量的使用多寡來決定其產量，爲利於以後的分析，我們先介紹總產量、平均產量與邊際產量等概念。

1.2.1 總產量

總產量 (total product) Q，指在一定的技術水準與固定生產要素數量不變下，某一特定數量下的變動生產要素 (例如勞動) 投入，所生產的產品總量。總產量可以 $Q_L = F(L, \overline{K}) = Q$ 表示，此式表示在資本固定下僅受勞動數量的影響，因此亦可寫爲 $Q_L = Q = F(L)$ 或 Q_{total}，其中的 Q_{total} 爲總實物產量 (total physical product of labor)。底下我們假設某廠商其在短期下總產量與勞動量的關係:

表 1: 生產函數數值表

勞動量 (L)	總產量 (Q)	邊際產量 (MP)	平均產量 (AP)
0	0	NA	NA
1	10	10	10.0
2	25	15	12.5
3	45	20	15.0
4	60	15	15.0
5	70	10	14.0
6	73	3	12.2
7	75	2	10.7
8	75	0	9.4
9	60	-15	6.7

如上表所示，當生產者不使用勞動量生產時，其總產量爲零，當生產者使用第一單位勞動量時，其總產量爲 10 單位，而當生產者使用第二單位勞動量時，其總產量增加至 25 單位。上表中顯示出隨生產者使用勞動量的增加，生產者的總產量亦隨之提升，但使用至第 7 及第 8 單位勞動量時總產量達到最高的 75 單位，再使用至第 9 單位勞動量時總產量反而降低，此隱含了固定生產要素資本爲固定之故，因此當生產者持續性使用勞動者至某一特定數量後，總產量反而開始隨勞動量的使用量增加而下降。有時爲了表達出總產量是來自於勞動量的變動而變動，故將總產量改爲多了下標的 Q_L，同理 $Q_K = F(\overline{L}, K) = Q = Q_{total_K}$。

1.2.2 邊際產量

由總產量可得*邊際產量* (marginal product, *MP*)，其意義爲在一段期間內，生產者生產某一特定產品，每當生產者額外增加使用一單位勞動量時其總產量的增量，亦即衡量生產者在某一特定使用量下，再額外增加一單位勞動量的使用，所導致總產量的增加量。如同上表所示，第一單位勞動使用量的總產量爲 10 單位，第二單位勞動使用量的總產量爲 25 單位，則額外增加第二單位的勞動使用量帶給生產者的總產量增量爲 15 單位，此 15 單位即爲第二單位勞動使用量的邊際產量，由此可知，第一單位勞動量的邊際產量爲 10 單位，而第三單位勞動使用量的邊際產量爲 20 單位。第 N 單位勞動量的邊際產量數學函數可表達爲:

單一要素: $MPL^N = Q_L^N - Q_L^{N-1} = \frac{\Delta Q_L(L)}{\Delta L} = \frac{dQ_L(L)}{dL} = \frac{dQ}{dL} = F'(L) = MPQ_L$

兩種要素: $MPL = \frac{\partial F(L,K)}{\partial L} = MPQ_L$ 或 $MPK = \frac{\partial F(L,K)}{\partial K} = MPQ_K$

故邊際產量可說是衡量組合外的勞動使用量對總產量的「額外貢獻」，例如上表中生產者使用第 7 單位勞動後再額外使用第 8 單位勞動的邊際產量爲 0，多使用第 8 單位或少使用第 8 單位都不影響總產量。

1.2.3 平均產量

上表中另一列爲*平均產量* (average product, *AP*) 的數字，其意義爲表達出生產者使用勞動量至某一特定數量下，單位勞動者的總產量，以數學表達爲:

$$APL = \frac{Q}{L} = APQ_L$$

如上表中當生產者使用第一單位勞動量時，其總產量爲 10 單位，此時平均產量爲 10 單位，而當生產者使用第二單位勞動量時，其總產量增加至 25 單位，此時的平均產量爲 12.5 單位。我們將上表畫爲以下的圖形:

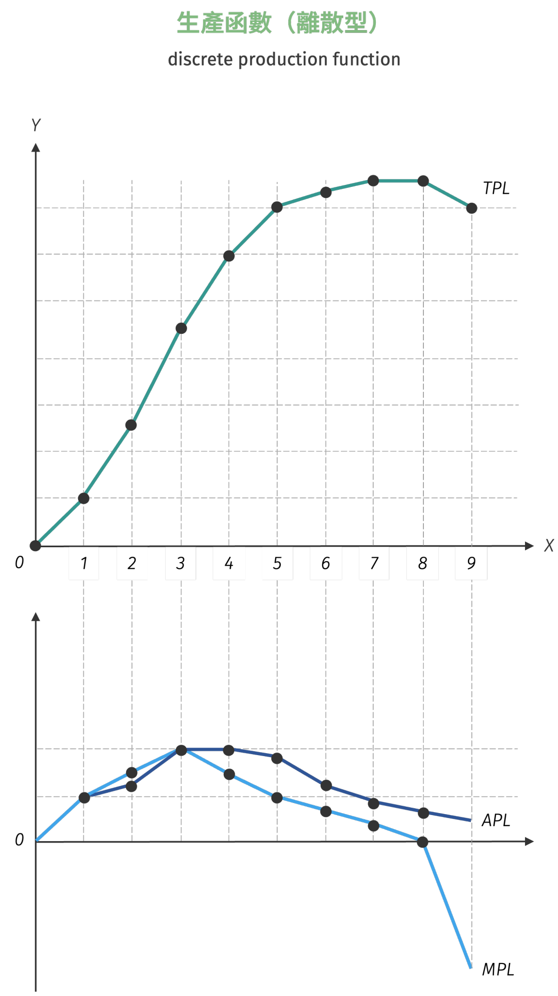

圖 1: 生產函數—離散型

圖中顯示在第 3 單位勞動量之前的邊際產量隨勞動使用量的增加而增加，因此總產量的數呈遞增式增加，而在勞動使用量超過 3 單位後之邊際產量仍然爲正數，表示只要生產者增加勞動使用量爲正值，表示生產者提升。在生產者超過第 8 單位的勞動使用量後，其邊際產量轉爲負值，此時額外多使用一單位勞動量其總產量反而會抵銷之前累積的總產量而降低，此時總產量曲線呈現負斜率。

上圖中所顯示的平均產量曲線，在第 3 及第 4 單位勞動量前隨勞動使用量增加而增加，於第 3 及第 4 單位勞動量時達到最高，嗣後隨勞動使用量的增加而遞減。此表達出邊際產量曲線呈現一定形狀的影響，在某一特定勞動使用量下，若此時邊際產量大於平均產量，顯示出多使用此一單位的勞動量其所額外增加的產量比現在的平均產量來得大，則多使用此一勞動量的生產行爲必會帶動使得平均產量繼續上升，反之若在某一特定勞動使用量下，此時的邊際產量小於平均產量，則顯示多使用此一單位的勞動使用量其所額外增加的產量比現在的平均產量來得小，則多使用此一勞動量將帶動平均產量下降。由於總產量不可能爲負值，因此平均產量亦不可能爲負值。同理 $APK = \frac{Q_K}{K} = \frac{Q}{K} = APQ_K$。

此種邊際值大於平均值會使得平均曲線呈現上升，而邊際值小於平均值會使得平均曲線呈現下降的現象，在經濟分析中屢見不鮮，就是在現實生活中也時常可見，例如某同學在期中考後已經知道了三科的成績總分為 165 分，此時平均分數為 55 分，如果此時第 4 科的 (邊際) 分數高於 55 分，必將帶動平均分數提高，反之將使得平均分數下降。

以上分析假設勞動量為離散型態，不可任意分割。若假設勞動量為連續型態 (例如不是以人數衡量，而以時數衡量，則時間可以任意分割)，則通常我們將總產量、平均產量與邊際產量曲線表達如下。

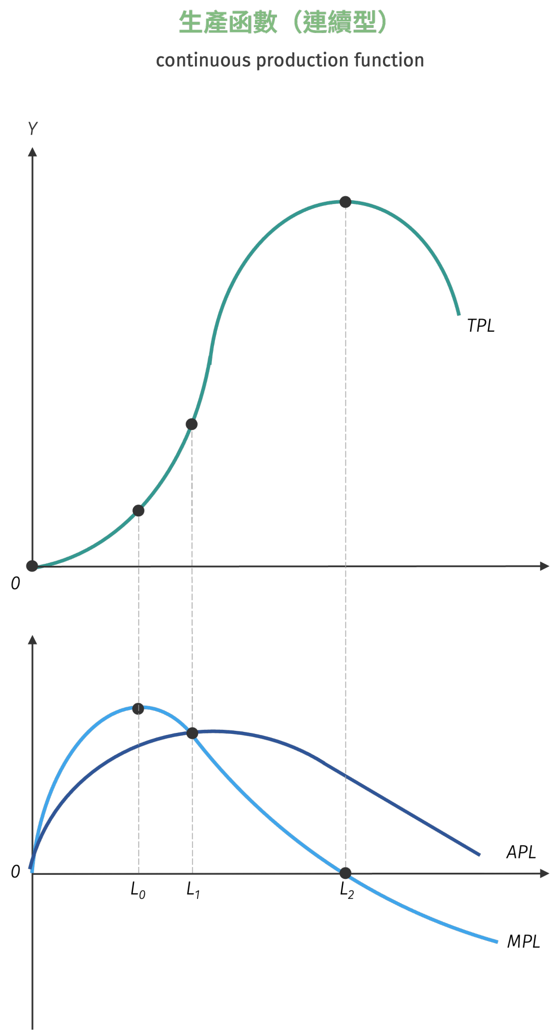

圖 2: 生產函數—連續型

上圖中仿照過去我們分析總效用與邊際效用曲線的關係，總產量與邊際產量的關係亦同。由邊際產量的定義為 $MPL = \frac{dQ_L(L)}{dL} = \frac{dQ}{dL}$，亦即在特定勞動使用量下的邊際產量即為總產量曲線的切線斜率值。因此在 A 點之前的勞動量，總產量曲線隨著勞動量的增加而增加，且增加速度逐增，故邊際產量曲線呈現正斜率。到了反曲點，此時的斜率值最大故邊際產量亦達到最高。嗣後隨著勞動量的增加，在 A 點與 B 點之間總產量曲線雖仍隨著勞動量的增加而增

加，但其增加幅度呈現遞減現象，故此時邊際產量曲線轉爲負斜率但仍爲正數。到了總產量達到最高時的 B 點，此時邊際產量爲 0。超過 B 點後，總產量隨著勞動量的增加而遞減，其意義代表在短期固定生產要素不變下，已經無法再透過勞動使用量的增加而使得總產量增加，此時邊際產量爲負值。

平均產量的定義爲 $APL = \frac{Q_L}{L} = \frac{Q}{L}$，此數值與通過原點的射線斜率值有關，如上圖中所示，通過反曲點 A 點的射線斜率值沒有 C 點來得大，實際上 C 點是總產量曲線上射線斜率值最大之處，在 C 點之前總產量曲線的射線斜率值會隨著勞動量的增加而上升，亦即表示在 C 點之前平均產量會隨著勞動量的增加而上升。而 C 點爲平均產量最大之處。嗣後 C 點後總產量曲線的射線斜率值會隨著勞動量的增加而下降，而 C 點後平均產量會隨著勞動量的增加而下降。

特別的是，邊際產量曲線會通過平均產量曲線的最高點，原因在於平均產量曲線最高點 C 點的射線斜率值亦爲切線斜率值。若對平均產量函數微分可得:

$$\begin{aligned}\frac{dAPL}{dL} &= \frac{d\left(\frac{Q_L}{L}\right)}{dL} \\ &= \frac{1}{L^2}\left(\frac{dQ_L}{dL}\cdot L - \frac{dL}{dL}\cdot Q_L\right) \\ &= \frac{1}{L^2}(MPL\cdot L - Q_L) = \frac{1}{L}(MPL - APL)\end{aligned}$$

由上式可得結論如下:

- 當 $MPL > APL$ 時，則 $\frac{dAPL}{dL} > 0$ 成立，表示當邊際產量大於平均產量時，平均產量會隨勞動使用量增加而呈現遞增，亦即 APL 在上升階段。
- 當 $MPL = APL$ 時，則 $\frac{dAPL}{dL} = 0$ 成立，表示當邊際產量等於平均產量時，平均產量曲線斜率爲零亦即 APL 在最高點，亦表示邊際產量必通過平均產量的最高點。
- 當 $MPL < APL$ 時，則 $\frac{dAPL}{dL} < 0$ 成立，表示當邊際產量小於平均產量時，平均產量會隨勞動使用量增加而呈現遞減，亦即 APL 在下降階段。

1.2.4 邊際報酬遞減法則

邊際報酬遞減法則 (the law of diminishing marginal returns) 的定義爲在一定技術水準之下，生產者在其他生產要素固定不變之下，使用勞動量 (變動生產要素) 生產，不論其邊際產量一開始是否會隨勞動量的增加而增加，最後邊際產量皆會呈現遞減的現象，稱爲邊際報酬遞減法則。邊際報酬遞減法則會成立的原因，是因爲生產要素存在固定生產要素，致使變動生產要素的持續增加，終會使得固定生產要素分配不足而減少邊際產量。

如果假設生產函數爲 $Q = F(L, \overline{K}) = F(L)$，則邊際報酬爲 $MPL = \frac{dQ}{dL} = F'(L)$。若 $\frac{dMPL}{dL} = F''(L) < 0$，即稱爲邊際報酬遞減法則成立。

如果生產者在短期之間邊際報酬遞減法則不成立，而爲邊際報酬遞增，即隨著每一單位

勞動使用量的增加邊際產量亦隨之增加，則顯示生產者只要持續性的繼續使用勞動量，將使得生產者的總產量益發快速的增加，如此有可能僅需要一家廠商就可生產全世界之所需之產量了。

上述短期分析之中，皆假設資本爲固定生產要素，勞動爲變動生產要素，我們亦可假設勞動爲固定生產要素，資本爲變動生產要素，則仿照以上說明可得不同資本使用量下的總產量 Q_K，邊際產量 $MPK = \frac{dQ_K}{dK} = \frac{dQ}{dK}$ 以及平均產量。

1.3 長期生產分析

長期是指生產者所使用的生產要素皆爲變動生產要素而無固定生產要素的期間，由於所有生產要素皆爲可變，因此生產者在生產特定的產量下，必須選擇出能夠成本最低的生產要素組合來使用，而不必受到像短期在固定生產要素的約制影響，底下我們先來瞭解長期分析常用的名詞一規模報酬。

1.3.1 規模報酬

規模報酬 (returns to scale) 是指在生產者之生產技術不變之下，當其所使用的生產要素同時變動某一特定倍數 λ 倍 (設 $\lambda > 1$)，而引發產量變動呈現特定的倍數關係。若設生產函數爲 $Q = F(L, K)$ 且滿足所有生產要素皆變動 λ 倍後生產函數會形成 $\lambda^N \cdot Q = F(\lambda L, \lambda K)$，則稱生產函數具有規模報酬的特性，換句話說，就是生產函數爲 N 階齊次函數時即具有規模報酬的特性。其中當 N 值的數值大小我們區分爲以下的幾個型態:

- 當 $N > 1$ 時稱爲規模報酬遞增 (increasing returns to scale, IRTS)，其意義是指在其他條件不變，當所有生產要素皆擴大 λ 倍，產量增加會超過 λ 倍的現象。
- 當 $N = 1$ 時稱爲規模報酬固定 (constant returns to scale, CRTS) 或固定規模報酬，指在其他條件不變，當所有生產要素皆擴大 λ 倍，產量增加會恰爲 λ 倍的現象。亦指生產函數爲一階齊次函數。
- 當 $N < 1$ 時稱爲規模報酬遞減 (decreasing returns to scale, DRTS)，指在其他條件不變，當所有生產要素皆擴大 λ 倍，產量增加會小於 λ 倍的現象。

例題 1.1 — 規模報酬

當生產函數爲 $Q = F(L, K) = L^\alpha K^\beta$ 時，則由勞動的邊際產量與二階微分

$$MPL = F_L = \alpha \cdot L^{\alpha-1}K^\beta, \quad F_{LL} = \alpha \cdot (\alpha - 1)L^{\alpha-2}K^\beta$$

可得知:

- 當 $\alpha > 1$ 時則 $F_{LL} > 0$，表示勞動邊際報酬會呈現遞增
- 當 $\alpha = 1$ 時則 $F_{LL} = 0$，表示勞動邊際報酬會呈現固定
- 當 $\alpha < 1$ 時則 $F_{LL} < 0$，表示勞動邊際報酬會呈現遞減

同理，由資本的邊際產量與二階微分

$$MPK = F_K = \beta \cdot L^\alpha K^{\beta-1}, \quad F_{KK} = \beta \cdot (\beta - 1) L^\alpha K^{\beta-2}$$

可得知

- 當 $\beta > 1$ 時則 $F_{KK} > 0$，表示資本邊際報酬會呈現遞增
- 當 $\beta = 1$ 時則 $F_{KK} = 0$，表示資本邊際報酬會呈現固定
- 當 $\beta < 1$ 時則 $F_{KK} < 0$，表示資本邊際報酬會呈現遞減。

由

$$F(\lambda L, \lambda K) = (\lambda L)^\alpha (\lambda K)^\beta = \lambda^{\alpha+\beta} \cdot L^\alpha K^\beta = \lambda^{\alpha+\beta} \cdot Q$$

可以得知:

- $(\alpha + \beta) > 1$ 則爲規模報酬遞增
- $(\alpha + \beta) = 1$ 則爲規模報酬固定
- $(\alpha + \beta) < 1$ 則爲規模報酬遞減

當 $\alpha = \beta = 0.75$ 時，表示 MPL 與 MPK 皆會呈現遞減，但是因爲 $\alpha + \beta > 1$，此時生產函數呈現規模報酬遞增。由此例可以得知，當特定要素的邊際報酬呈現遞減時，不代表生產函數亦會呈現規模報酬遞減。亦即邊際報酬與規模報酬兩者不會呈現出互相機合的關係。

1.4 等產量曲線[1]

定義 1.3 — 等產量曲線

等產量曲線 (iso-quant curve) 的定義爲，在其他情況不變之下，生產者使用 L 及 K 兩生產要素 (亦可推廣至多種生產要素)，在維持其產量水準不變下，兩種要素間的各種要素組合所連成的曲線。

一般我們將等產量曲線畫成圓滑形的曲線，在同一條等產量曲線上的各種要素組合，代表生產者客觀上的產量在某一特定的水準上，所以稱其爲等產量曲線。

[1]等產量曲線的特性與無異曲線十分相似，只要將無異曲線的特性轉換成等產量曲線即可，在此不贅述。

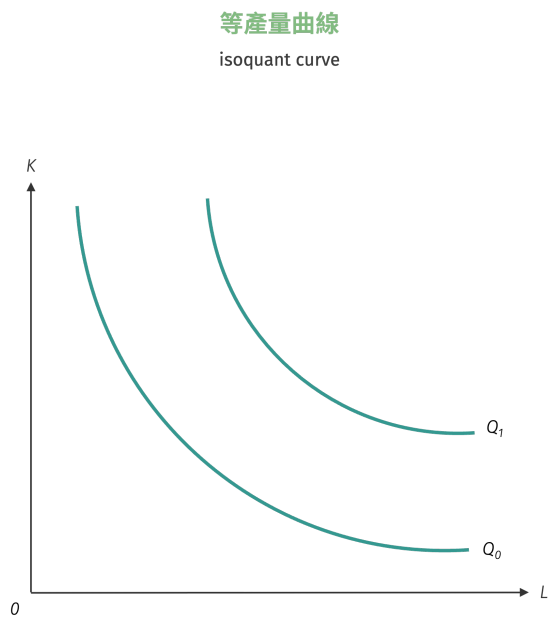

圖 3: 等產量曲線

1.4.1 等成本線

等成本線 (iso-cost line) 指生產者在技術水準及生產要素價格不變之下，衡量具有相同的生產成本下所使用的各種不同生產要素組合的連線。以數學表達爲:

$$p_L \cdot L + p_K \cdot K = \overline{C} \quad \text{或} \quad w \cdot L + r \cdot K = \overline{C}$$

上式中，$p_L = w$ 表示爲勞動的單位價格亦即名目工資，$p_K = r$ 表示爲資本的價格亦即爲名目利率，$\overline{C}$ 代表總成本。若生產者的生產成本 $\overline{C}$ 爲固定，則此式畫在 L-K 平面上將爲負斜率的直線，其斜率值爲 $-\frac{p_L}{p_K} = -\frac{w}{r}$。等成本線的圖形如下:

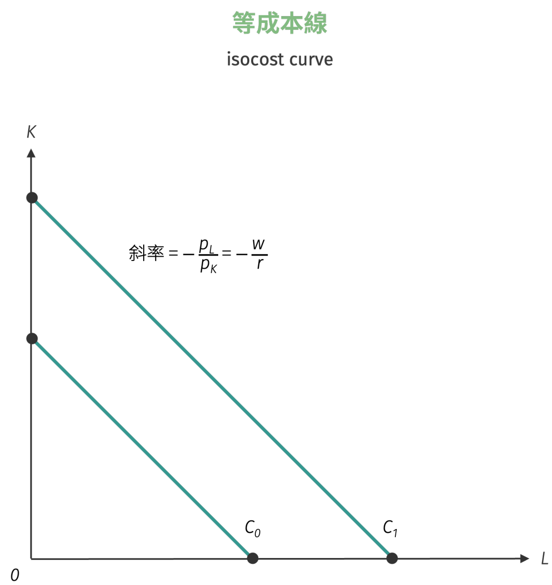

圖 4: 等成本線

很明顯的，等成本線會受到要素價格變動與成本額度的影響，與過去在消費者最適選擇理論中的預算限制式的討論相同，因此在此不再重複敘述。但在消費者最適選擇理論中預算限制式討論當某一特定要素價格改變，將會使得等成本線斜率改變而可知，當成本額度不變而某一將定要素價格改變，將會使得等成本線平行移動。而當要素價格不變時，成本額度的變動，會使得等成本線平行移動。

1.5 成本極小化

由圖中得知若我們要生產 Q_0 產量而選擇使用 A 點的要素組合，此時的成本支出爲 C_1，且由 A 點得知此時滿足:

$$MRTS_{LK} > \frac{p_L}{p_K} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{Mp_L}{Mp_K} > \frac{p_L}{p_K} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{Mp_L}{p_L} > \frac{Mp_K}{p_K}$$

顯示出生產者支出最後一元在使用勞動上所獲得的邊際產量大於最後一元在使用資本上所獲得的邊際產量，因此生產者應多使用勞動量少使用資本量。同理若我們要生產 Q_0 產量而選擇使用 B 點的要素組合，此時的成本支出爲 C_1，而由 B 點得知此時滿足:

$$MRTS_{LK} < \frac{p_L}{p_K} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{Mp_L}{Mp_K} < \frac{p_L}{p_K} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{Mp_L}{p_L} < \frac{Mp_K}{p_K}$$

顯示出生產者支出最後一元在使用資本上所獲得的邊際產量大於最後一元在使用勞動上所獲得的邊際產量，因此生產者應多使用資本量少使用勞動量。

在要素的邊際報酬遞減法則成立之下，若我們沿著 Q_0 等產量曲線，例如 A 點或 B 點分別移向 E 點，則我們將發現 E 點爲生產 Q_0 產量下成本最低的要素組合，此時必滿足:

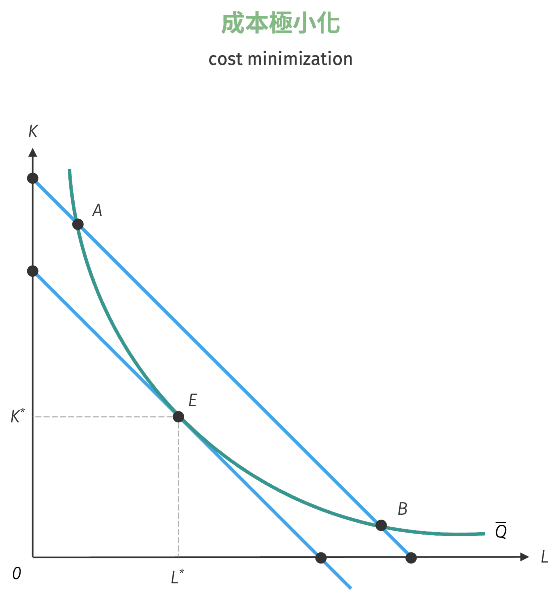

圖 5: 成本極小化

$$MRTS_{LK} = \frac{p_L}{p_K} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{Mp_L}{Mp_K} = \frac{p_L}{p_K} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{Mp_L}{p_L} = \frac{Mp_K}{p_K}$$

表示出生產者支出最後一元在使用勞動上所獲得的邊際產量等於最後一元在使用資本上所獲得的邊際產量，此時生產者達到成本極小化時亦即等產量曲線與等成本線相切之處。如果以數學來求解，則利用拉格朗日乘數法可設成拉格朗日函式爲:

$$\Gamma = w \cdot L + r \cdot K + \lambda[Q - F(L, K)]$$

利用 Γ 對 L、K、λ 微分求其最適解，可得條件要素需求函數方程。

例題 1.2 — 條件要素需求函數

若生產函數爲 Cobb-Douglas 型態且爲 $Q = F(L, K) = L^{\alpha} \cdot K^{\beta}$，則根據成本極小化條件，試問兩要素的條件要素需求函數分別爲何?

【解】:

$$L^* = A^{\frac{-1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{w}{r} \cdot \frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \cdot Q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = \hat{L}(w, r, Q)$$

$$K^* = A^{\frac{-1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{w}{r} \cdot \frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{-\alpha}{\alpha+\beta}} \cdot Q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = \hat{K}(w, r, Q)$$

2 完全競爭

3 獨佔

4 寡占

5 獨佔性競爭