2021－2022 学年 第二学期期末试卷 2022年6月5日

学号__________ 姓名___________ 成绩__________

一、单项选择题（每小题4分，满分20分）

1、设 $X_1,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，当 $c=$（ ）时，$\hat{\mu}^2=\overline{X}^2+c\hat{\sigma}^2$ 是 μ^2 的无偏估计，其中 $\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 。

（A）$-\frac{1}{n}$ ，（B）$\frac{1}{n-1}$ ，（C）$-\frac{1}{n-1}$ ，（D）$\frac{1}{n}$ 。

2、设 X_1,X_2,X_3 为总体 X 的一组样本, 在下列估计量中，总体均值 μ 的最小方差无偏估计是（ ）.

(A) $\frac{2}{9}X_1+\frac{2}{3}X_2+\frac{1}{9}X_3$ (B) $\frac{1}{5}X_1+\frac{3}{10}X_2+\frac{1}{2}X_3$

(C) $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$ (D) $\frac{1}{3}X_1+\frac{3}{4}X_2-\frac{1}{12}X_3$

3、总体 X 的数学期望 μ 的置信度为 $1-\alpha$，置信上下限分别为 $T_2(X_1,X_2,\cdots,X_n)$，$T_1(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 的置信区间为 $[T_1,T_2]$ 的意义是（ ）。

（A）$P\{T_1\le X\le T_2\}=1-\alpha$ （B）$P\{T_1\le \overline{X}-\mu\le T_2\}=1-\alpha$

（C）$P\{T_1\le \overline{X}-\mu\le T_2\}=\alpha$ （D）$P\{T_1\le \mu\le T_2\}=1-\alpha$

4、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的一个样本, $\overline{X}$ 为样本均值, S^2 为样本方差，则下列结论中成立的是（ ）

(A) $2X_2-X_1\sim N(\mu,\sigma^2)$ (B) $\frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n-1}\sim t(n-1)$

(C) $\frac{n(\overline{X}-\mu)^2}{S^2}\sim F(1,n-1)$ (D) $\frac{S^2}{\sigma^2}\sim \chi^2(n-1)$

5、某四因素二水平试验，选择正交表 $\boldsymbol{L_8(2^7)}$，已填好 D，B，C 三个因子，分别在第一，第四，第七列，若要避免“混杂”，应安排因子 A 在第（ ）列。

（交互作用表附后）

A)　2　　　B) 3　　　C) 5　　　D)　6

$L_8(2^7)$交互作用表：

1	2	3	4	5	6	7
（1）	3	2	5	4	7	6
	（2）	1	6	7	4	5
		（3）	7	6	5	4
			（4）	1	2	3
				（5）	3	2
					（6）	
						（7）

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

1．设$x_1,x_2,\cdots,x_n$独立同分布，且$x_1\sim N(\mu,\sigma^2)$。当$a=$____及$b=$____时，随机变量$a(\overline{x}-\mu)^2+bs^2\sim\chi^2(n)$。

2．在运用贝叶斯估计进行参数估计时，统计推断应该建立在____________的基础上。

3. 设总体 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x\geq\theta \\ 0, & x<\theta \end{cases}$, 又 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自于总体 X 的样本值, 则参数θ的极大似然估计$\hat{\theta}=$________

4．在 p 个水平的单因素方差分析中，在每个水平下做 r 次独立重复试验，对所得$\boldsymbol{n=pr}$个数据x_{ij}进行方差分析，得到方差分解式为$S_T=S_A+S_E$， 其中

$$S_T=\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{r}(x_{ij}-\overline{x})^2,\quad S_E=\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{r}(x_{ij}-\overline{x}_j)^2,\quad S_A=r\sum_{j=1}^{p}(\overline{x}_j-\overline{x})^2.$$

则 S_T, S_A, S_E的自由度分别为（　　　，　　　，　　　）。

5. 设总体 X 服从[0, θ]上的均匀分布，则参数 θ 的矩估计是________

三、（15 分）设$x_1,x_2,\cdots,x_m$是来自正态总体$N(\mu,1)$的简单样本，$y_1,y_2,\cdots,y_n$是来自正态总体$N(2\mu,1)$的简单样本，两样本独立，其中μ是未知参数。将两样本合并成样本容量为$m+n$样本$x_1,x_2,\cdots,x_m,y_1,y_2,\cdots,y_n$。（1）证明$T_1=\frac{1}{2}(\overline{x}+\frac{\overline{y}}{2})$是$\mu$的无偏估计；（2）求$\mu$的一致最小方差无偏估计$T_2$；（3）问$T_2$是否为$\mu$的有效估计？证明你的结论。

四、（10 分）设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的简单样本，σ^2 未知。试求假设检验问题

$$H_0 : \sigma^2 = 4 \quad H_1 : \sigma^2 = 8$$

的水平为 α 的 MPT。

五、（10 分）设有某种产品，其长度服从正态分布，现从该种产品中随机抽取 25 件，得样本均值 $\overline{x} = 9.28$（cm），样本标准差 s＝0. 36（cm），问：这批产品的长度能否认为是 9cm?（已知 $z_{0.95} = 1.645$； $z_{0.975} = 1.96$； $t_{0.975}(24) = 2.064$， $t_{0.975}(25) = 2.060$； $t_{0.95}(24) = 1.711$； $t_{0.95}(25) = 1.708$）

六、（本题 10 分）考虑某四因子二水平试验，除考察因子 A,B,C,D 外，还需考察交互作用 $A\times B$ 及 $A\times C$。今选用表 $L_8(2^7)$，表头设计及试验数据如表所示，所考虑的指标是越大越好。试用极差分析方法指出因子的主次顺序和较优工艺条件。

试验号 \ 列号	A 1	B 2	$A\times B$ 3	C 4	$A\times C$ 5	D 6	7	实验数据
1	1	1	1	1	1	1	1	350
2	1	1	1	2	2	2	2	325
3	1	2	2	1	1	2	2	425
4	1	2	2	2	2	1	1	425
5	2	1	2	1	2	1	2	200
6	2	1	2	2	1	2	1	250
7	2	2	1	1	2	2	1	275
8	2	2	1	2	1	1	2	375

七、（本题 10 分）随机向量 (x_1,x_2,x_3) 的协方差矩阵

$$\Sigma=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 18\end{pmatrix}$$

（1）根据主成分 85% 的选取标准，应选取几个主成分？

（2）试求（1）中所选的主成分。