

A - 提示の痛

难度	考点
1	读题

题目分析

本题主要是为了强调提示的重要性，把下面提示里的公式照搬到程序里就行了。

注意：需要判断“库默-艾诺条件”的不是输入的数字，而是“metricolla 函数”的计算结果。再次强调读题要仔细。

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main()
4  {
5      int a, r;
6
7      scanf("%d", &a);
8      r = (a ^ 114514) >> 2;
9      printf("%d\n", r);
10     if (((r + 521) & 1) > 0)
11     {
12         printf("I can see the hint");
13     }
14     else
15     {
16         printf("HINT!");
17     }
18
19     return 0;
20 }
```

B - 位运算比大小（简单版）

难度	考点
2	二进制

题目分析

本题的题意较为直白，同学们只需要根据题目要求，直接二重循环遍历所有可能的无序二元组并判断即可，注意运算符优先级。

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main()
4  {
5      int a[5000 + 5];
6      int n, i, j, ans = 0;
7
8      scanf("%d", &n);
9      for (i = 0; i < n; i++)
10     {
11         scanf("%d", &a[i]);
12     }
13     for (i = 0; i < n - 1; i++)
14     {
15         for (j = i + 1; j < n; j++) // 注意从 i+1 开始避免重复计算 (i, j) 和 (j,
16         i)
17         {
18             if ((a[i] & a[j]) > (a[i] ^ a[j])) // 注意此处适当添加括号
19             ans++;
20         }
21     }
22     printf("%d", ans);
23     return 0;
24 }
```

C - 301 Moved Permanently!

难度	考点
2	重定向

题目分析

本题主要考察重定向，可以参考第三次课件中的 `freopen` 的使用方法。

需要注意的是，题目要求最后一组数据末尾不输出换行符，如果输出了多余换行符可能导致 WA。

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main()
4  {
5      freopen("301.txt", "w", stdout);
6
7      int n, op, i;
8      long long a1, b1;
9      double a2, b2;
10
11     scanf("%d", &n);
12     for (i = 1; i <= n; i++)
13     {
14         scanf("%d", &op);
15         if (op == 1 || op == 2)
16         {
17             scanf("%lld%lld", &a1, &b1);
18             printf("%lld", a1 + b1);
19         }
20         else
21         {
22             scanf("%lf%lf", &a2, &b2);
23             printf("%.4f", a2 + b2);
24         }
25         if (i != n) printf("\n");
26     }
27
28     return 0;
29 }
```

D - DECIMAL or TERNARY?

难度	考点
3	数学计算

题目分析

将一个数字变成三进制，只需要对它逐步模三取余再除以三直到它变成 0，再倒序输出即可。

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main()
4  {
5      int a;
6      int ans[100], num, i;
7
8      while (scanf("%d", &a) > 0)
9      {
10         num = 0;
11         ans[num] = a % 3;
12         a /= 3;
13         num++;
14         while (a > 0)
15         {
16             ans[num] = a % 3;
17             a /= 3;
18             num++;
19         }
20         if (num >= 5)
21         {
22             printf("LONG");
23         }
24         for (i = num - 1; i >= 0; --i)
25         {
26             printf("%d", ans[i]);
27         }
28         printf("\n");
29     }
30
31     return 0;
32 }
```

E - 刷朋友圈

难度	考点
3	模拟

题目分析

本题需耐心读题，配合样例准确理解题意。之后按照题目的规则用循环按顺序模拟一遍刷朋友圈的过程即可。

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main()
4  {
5      int n, L, i, sum = 0, l, ans = 1;
6
7      scanf("%d%d", &L, &n);
8      for (i = 1; i <= n; i++)
9      {
10         scanf("%d", &l);
11         sum += l;
12         if (sum > L)
13         {
14             ans += 2;
15             sum = 0;
16             if (i == n) ans--;
17         }
18         else if (sum == L)
19         {
20             sum = 0;
21             ans++;
22             if (i == n) ans--;
23         }
24     }
25     printf("%d", ans);
26
27     return 0;
28 }
```

F - 0 和 1

难度	考点
3	二进制

题目分析

本题要求较为直白，只要用二重循环分别依次求出范围内每个数字的 0 和 1 的数量即可。

注意在统计时，如果 $L = 0$ ，要额外处理一下，否则会少算一个 0。

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main()
4  {
5      int l, r, temp;
6      int zero = 0, one = 0;
7
8      scanf("%d%d", &l, &r);
9      if(l == 0) zero++;
10
11     for (; l <= r; l++)
12     {
13         for (temp = l; temp; temp >>= 1)
14         {
15             if (temp & 1)
16                 one++;
17             else
18                 zero++;
19         }
20     }
21     printf("%d %d\n", zero, one);
22
23     return 0;
24 }
```

G - 我要当矿主

难度	考点
3	补码 位运算

题目分析

这道题实际上是一道求补码题。对于给定的变量，我们遍历它的 32 位补码表示中的每一位，统计 0 的个数并与 *targetbits* 比较即可。C 语言中，整型变量的就是以补码的形式存储在内存中的，我们只需要利用位运算使每一位 `& 1`，即可遍历变量的补码。具体代码如下：

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main()
4  {
5      int t;
6      int i;
7      int hash;
8      int sum = 0;
9
10     scanf("%d", &t);
11     scanf("%d", &hash);
12     for (i = 0; i < 32; i++)
13     {
14         if (((hash >> i) & 1) == 0) sum++;
15     }
16     if (sum == t)
17         printf("coins++");
18     else
19         printf("continue to work hard");
20
21     return 0;
22 }
```

H - 位运算与集合

难度	考点
4	位运算、二进制、集合

题目分析

首先根据题目中给的信息，将 A, B 集合保存成一个整数，交集、并集、对称差则对应二进制运算中的与、或、异或。

字母 `alpha` 的编号可以利用 ASCII 计算，`alpha-'a'` 可以将 `a~z` 编号为 `0~25`。

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2  #include <string.h>
3
4  int main()
5  {
6      int a, b, i, j, size;
7      char sa[105], sb[105];
8
9      while (~scanf("%s%s", sa, sb))
10     {
11         a = 0;
12         b = 0;
13         // 读入a
14         for (i = 0; i < strlen(sa); i++)
15         {
16             a |= 1 << (sa[i] - 'a');
17         }
18         // 读入b
19         for (i = 0; i < strlen(sb); i++)
20         {
21             b |= 1 << (sb[i] - 'a');
22         }
23
24         // 输出a
25         for (i = 0; i < 26; i++)
26         {
27             if (a & (1 << i))
28             {
29                 putchar(i + 'a');
30             }
31         }
32         putchar('\n');
33
34         // 输出b
35         for (i = 0; i < 26; i++)
36         {
37             if (b & (1 << i))
38             {
39                 putchar(i + 'a');
```



```
40     }
41 }
42 putchar('\n');
43
44 // 输出a、b交集
45 for (i = 0; i < 26; i++)
46 {
47     if ((a & b) & (1 << i))
48     {
49         putchar(i + 'a');
50     }
51 }
52 putchar('\n');
53
54 // 输出a、b并集
55 for (i = 0; i < 26; i++)
56 {
57     if ((a | b) & (1 << i))
58     {
59         putchar(i + 'a');
60     }
61 }
62 putchar('\n');
63
64 // 输出a、b对称差
65 for (i = 0; i < 26; i++)
66 {
67     if ((a ^ b) & (1 << i))
68     {
69         putchar(i + 'a');
70     }
71 }
72 putchar('\n');
73 }
74
75 return 0;
76 }
```

I - 寻找单身狗

难度	考点
6	位运算

知识点分析

本题主要考察了位运算中的异或运算，其中，异或运算的真值表如下：

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

我们可以发现，对于一位二进制数字，两个相同的数字异或结果为0。推广到`int`型变量，我们能够得到： $a \oplus a = 0$ ， $a \oplus 0 = a$ 。同时，异或运算是具有交换律和结合律的。掌握了这些后，这道题就可以做啦。

题目分析

- 1. 对于没有单身狗的情况，只需要遍历一遍，维护最大值最小值，输出即可。
- 2. 对于一只单身狗的情况，同样只需要遍历一遍，把所有数字做异或操作，最后得到的答案就是结果。
- 3. 对于两只单身狗的情况，需要遍历两遍，第一遍遍历把所有数字做异或操作，得到的结果是 $x = a \oplus b$ ，因为 $a \neq b$ ，所以结果的二进制中至少有一位为 1，我们不妨找到最低位的 1，不妨设 a 的这一位为 1， b 的这一位为 0。我们再遍历一次数组，把这一位为 1 的所有数字做异或运算，得到的结果就是 a ，此时 $b = a \oplus x$ ($x = a \oplus b$)。

注意：对于三种情况，要用 `if` 条件语句分清。第三种情况两个数字的乘积可能会超过 `int` 范围，请用 `long long` 输出。

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2  #define MaxInt 2147483647
3
4  int array[1000005];
5
6  int main()
7  {
8
9      int ans = 0, max = 0, min = MaxInt, a, b; // 全局变量初始值为 0
10     int N, temp, flag, position = 0, i, ans1;
11
12     scanf("%d", &N);
13     for (i = 0; i < N; i++)
```

```

14     {
15         scanf("%d", &array[i]);
16         temp = array[i];
17         ans = ans ^ temp;
18         if (temp > max) max = temp;
19         if (temp < min) min = temp;
20     }
21     if (ans == 0 && (N & 1) == 0)
22     {
23         printf("%d %d", min, max);
24     }
25     else if ((N & 1) == 1)
26     {
27         printf("1 %d", ans);
28     }
29     else
30     {
31         ans1 = ans;           // 将ans保存下来，以便后面求b
32         while ((ans & 1) == 0) // 求a^b二进制中最低位为1的，则a和b对应的位置一定一
// 个是1，另一个是0
33         {
34             ans = ans >> 1;
35             position++;
36         }
37         for (i = 0; i < N; i++) // 重新遍历数组，只要该位是1，就进行异或运算，最后得
// 到的是a
38         {
39             if ((array[i] >> position) & 1 == 1)
40             {
41                 a = a ^ array[i];
42             }
43         }
44         b = a ^ ans1; // 因为ans1 = a ^ b，所以 b = ans1 ^ a
45         printf("2 %lld", (long long)a * (long long)b);
46     }
47
48     return 0;
49 }

```

J - 基础物理实验（困难版）

难度	考点
7	数学思维，一维数组的运用

题目分析

我们可以将序列 $A = [p_1, p_2, \dots, p_n]$ 按照下标的奇偶分为两个序列 $B = [p_1, p_3, \dots]$ 和 $C = [p_2, p_4, \dots]$ ，那么对于题目中的一次操作，等价于将上述任意一个序列中任意两个相邻的数字交换，因此题目有解的**第一个**必要条件是所有的奇数都出现在 B 中且所有的偶数都出现在 C 中。

我们定义一个序列的逆序对为

$$\{(i, j) \mid i < j \text{ and } p_i > p_j\}$$

因为每次操作要求 $p_{i-1} > p_i > p_{i+1}$ ，所以每次操作会令 A 中逆序对数量减少 3， B 和 C 中的恰好一个序列的逆序对数量减少 1。因此题目有解的**第二个**必要条件是 A 中逆序对数量是 B 中逆序对数量与 C 中逆序对数量之和的三倍。

下面我们证明题目有解的充分条件是同时满足上述两个必要条件：因为我们满足**第一个**必要条件，所以可以考虑 [基础物理实验（简单版）](#) 中将两个 B 和 C 两个序列变为有序的过程。我们只需证明如果满足**第二个**必要条件的前提下，那么这个过程每一步都是合法操作（即满足 $p_{i-1} > p_i > p_{i+1}$ ），即可证明题目有解。

因为每次操作要求 $p_{i-1} > p_i > p_{i+1}$ ，所以每次操作如果 A 中逆序对数量减少 3 那么它一定是合法操作，同时每次操作 A 中逆序对数量至多减少 3。而因为 A 中逆序对数量是 B 中逆序对数量与 C 中逆序对数量之和的三倍，假设有一次操作不满足 A 中逆序对数量减少 3，那么最终当 B 和 C 都有序时， A 中逆序对数量必然大于 0，从而 A 无序，这与 B 和 C 都有序矛盾。因此每次操作会使 A 中逆序对数量减少 3，从而这个过程中每次操作都是合法操作。

由上述证明过程我们可以得到，如果题目有解，那么所需操作数为 B 中逆序对数量与 C 中逆序对数量之和。

我们可以使用一维数组和二重 `for` 循环来实现求解一个序列的逆序对数量，时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

示例程序

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main()
4  {
5      int a[1086], t, n, tag, i, j;
6      int x, y;
7
8      scanf("%d", &t);
9      while (t--)
10     {
11         scanf("%d", &n);
12         for (i = 1; i <= n; i++)
13             scanf("%d", &a[i]);
14         tag = 0;
15         for (i = 1; i <= n; i++)
16             if ((i - a[i]) & 1) tag = 1;
```

```
17     if (tag)
18     {
19         puts("-1");
20         continue;
21     }
22     x = 0, y = 0;
23     for (i = 1; i <= n; i++)
24     {
25         for (j = 1; j < i; j++)
26         {
27             x += a[j] > a[i];
28         }
29     }
30     for (i = 1; i <= n; i += 2)
31     {
32         for (j = 1; j < i; j += 2)
33         {
34             y += a[j] > a[i];
35         }
36     }
37     for (i = 2; i <= n; i += 2)
38     {
39         for (j = 2; j < i; j += 2)
40         {
41             y += a[j] > a[i];
42         }
43     }
44     if (y * 3 != x)
45     {
46         puts("-1");
47         continue;
48     }
49     printf("%d\n", y);
50 }
51
52 return 0;
53 }
```