

# Dynamical Code による unfolding Color Code

Bravyi と Cross の Doubled Color Code [1]、Fu と Gottesman の Error Correction in Dynamical Codes(Dynamical Code はおそらく Subsystem と Floquet Code の総称) [2] を参考にして、Gidney の Magic State Cultivation [3] の Color Code から Surface Code への escape を考えてみた。

## 1. Dynamical Code による Color Code の unfolding (Color Code $\rightarrow$ Surface Code)

ここでは、Fig.1 のような符号距離 5 の Color Code について考える。Color Code から Surface Code に変換するためには、Color Code を拡張すると同時に、Gauge Fixing を行わなければならない。はじめ、Color Code は logical operator として、以下の 2 つを持っている。

$$X_L = X(\bar{1}), Z_L = Z(\bar{1}), \quad (1)$$

Color Code から Surface Code に移行するときは (1) 式の hamming weight が保存されたままでないといけない。

ここでは Color Code を Fig.1 の Blue Boundary を折り目として開くことを考える。Color Code を unfold する直前は Fig.2 のように折り目の Boundary 方向に初期化された量子ビットを、unfold する Color Code の量子ビット数から符号距離を引いた  $n - d$  個を用意する。

## REFERENCES

- [1] Sergey Bravyi and Andrew Cross. “Doubled Color Codes”, arXiv preprint. eprint: 1509.03239. URL: <https://arxiv.org/abs/1509.03239>.
- [2] Xiaozhen Fu and Daniel Gottesman. “Error Correction in Dynamical Codes”, arXiv preprint. eprint: 2403.04163. URL: <https://arxiv.org/abs/2403.04163>.
- [3] Craig Gidney, Noah Shutty, and Cody Jones. “Magic state cultivation: growing T states as cheap as CNOT gates”, arXiv preprint. eprint: 2409.17595. URL: <https://arxiv.org/abs/2409.17595>.