

高校物理 完全テキスト
物理基礎・物理
法則・証明・実験・演習

2026 年 2 月 1 日

目次

第1部 力学	7
第1章 運動の記述	9
1.1 位置と変位	9
1.2 速度	10
1.3 加速度	10
1.4 自由落下と鉛直投射	11
1.5 相対運動	11
1.6 演習問題	12
第2章 運動の法則	13
2.1 ニュートンの運動の法則	13
2.2 力の種類	13
2.3 力のつり合い	14
2.4 運動方程式の立て方	14
2.5 斜面上の運動	15
2.6 連結物体の運動	16
2.7 演習問題	16
第3章 仕事とエネルギー	17
3.1 仕事	17
3.2 運動エネルギー	17
3.3 位置エネルギー	18
3.4 力学的エネルギー保存則	18
3.5 非保存力がある場合	19
3.6 演習問題	19
第4章 運動量	21
4.1 運動量と力積	21
4.2 運動量保存則	21
4.3 衝突	22
4.4 2次元衝突	23
4.5 演習問題	23
第5章 円運動と万有引力	25
5.1 等速円運動	25

5.2	非等速円運動	26
5.3	単振動	27
5.4	万有引力	28
5.5	演習問題	28
第 II 部 熱力学		29
第 6 章 熱と温度		31
6.1	温度と熱平衡	31
6.2	熱と熱量	31
6.3	熱量保存則	31
6.4	相変化と潜熱	32
6.5	熱の伝わり方	32
6.6	演習問題	33
第 7 章 気体の法則		35
7.1	理想気体	35
7.2	気体の法則	35
7.3	理想気体の状態方程式	36
7.4	気体分子運動論	36
7.5	気体の内部エネルギー	37
7.6	演習問題	37
第 8 章 熱力学法則		39
8.1	熱力学第一法則	39
8.2	熱力学的過程	39
8.3	熱機関とカルノーサイクル	40
8.4	熱力学第二法則	40
8.5	エントロピー	41
8.6	演習問題	41
第 III 部 波動		43
第 9 章 波の基礎		45
9.1	波とは	45
9.2	波を表す量	45
9.3	正弦波	46
9.4	波の重ね合わせ	46
9.5	定常波	46
9.6	波の反射と屈折	47
9.7	演習問題	47
第 10 章 音波		49
10.1	音の性質	49
10.2	音速	49

10.3	共鳴・共振	49
10.4	ドップラー効果	50
10.5	音の干渉	51
10.6	演習問題	51
第 11 章 光波		53
11.1	光の性質	53
11.2	光の反射	53
11.3	光の屈折	53
11.4	レンズ	54
11.5	光の干渉	54
11.6	光の回折	55
11.7	光の偏光	55
11.8	演習問題	55
第 IV 部 電磁気学		57
第 12 章 静電気		59
12.1	電荷と帶電	59
12.2	クーロンの法則	59
12.3	電場	60
12.4	電位とポテンシャルエネルギー	60
12.5	コンデンサー	61
12.6	演習問題	62
第 13 章 電流と回路		63
13.1	電流	63
13.2	オームの法則	63
13.3	抵抗の接続	64
13.4	キルヒホッフの法則	64
13.5	電力とジュール熱	64
13.6	電気回路の素子	65
13.7	演習問題	65
第 14 章 磁場		67
14.1	磁石と磁場	67
14.2	電流がつくる磁場	67
14.3	電流が磁場から受ける力	68
14.4	ローレンツ力	68
14.5	電場と磁場が同時に存在する場合	69
14.6	演習問題	69
第 15 章 電磁誘導		71
15.1	電磁誘導の法則	71
15.2	誘導起電力の発生機構	71

15.3	自己インダクタンス	72
15.4	相互インダクタンス	72
15.5	交流	72
15.6	変圧器	73
15.7	演習問題	73
第 V 部 原子・量子物理		75
第 16 章 原子構造		77
16.1	原子の発見	77
16.2	原子模型	77
16.3	ボーアの原子模型	77
16.4	水素原子のスペクトル	78
16.5	現代の原子模型	78
16.6	演習問題	79
第 17 章 原子核と放射線		81
17.1	原子核の構成	81
17.2	放射性崩壊	81
17.3	質量とエネルギーの等価性	82
17.4	核反応	82
17.5	放射線の利用と防護	82
17.6	演習問題	83
第 18 章 量子論入門		85
18.1	光の粒子性	85
18.2	光電効果	85
18.3	コンプトン効果	86
18.4	物質の波動性	86
18.5	不確定性原理	86
18.6	波動関数と確率解釈	87
18.7	応用と現代物理学への橋渡し	87
18.8	演習問題	87

第 I 部

力学

第 1 章

運動の記述

1.1 位置と変位

定義 1.1 (位置ベクトル). 物体の位置は、原点 O から物体への位置ベクトル \mathbf{r} で表される：

$$\mathbf{r} = x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y + z \mathbf{e}_z$$

ここで、 (x, y, z) は座標、 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ は単位ベクトルである。

定義 1.2 (変位). 時刻 t_1 から t_2 の間の変位は：

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1)$$

変位は経路によらず、始点と終点のみで決まるベクトル量である。

例 1.1. ある物体が点 $A(2, 3)$ から点 $B(5, 7)$ へ移動した。変位ベクトルを求めよ。

解答：

$$\Delta \mathbf{r} = (5 - 2) \mathbf{e}_x + (7 - 3) \mathbf{e}_y = 3 \mathbf{e}_x + 4 \mathbf{e}_y$$

変位の大きさは $|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ である。

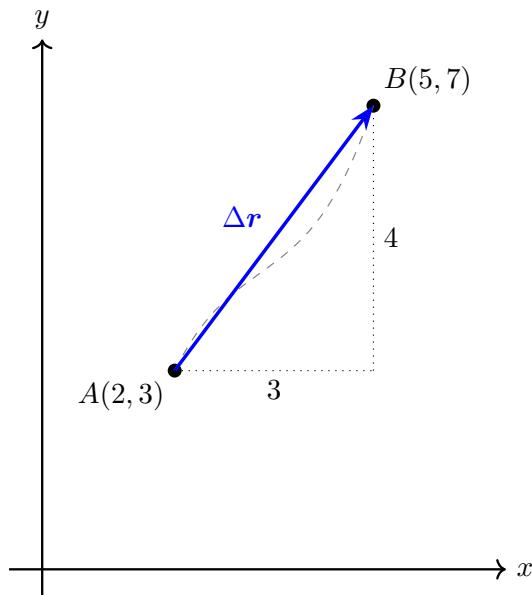


図 1.1 変位ベクトル：経路（破線）によらず始点 A と終点 B のみで決まる

1.2 速度

定義 1.3 (平均速度). 時間間隔 $\Delta t = t_2 - t_1$ における平均速度は :

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1)}{t_2 - t_1}$$

定義 1.4 (瞬間速度). 瞬間速度は、平均速度の $\Delta t \rightarrow 0$ の極限として定義される :

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

コメント 1.1. 速度はベクトル量であり、大きさ（速さ）と向きを持つ。速さは $v = |\mathbf{v}|$ である。

実験 1.1 (等速直線運動の測定). 目的 : 一定速度での運動を確認する。

器具 : 記録タイマー、力学台車、紙テープ

方法 :

1. 力学台車に紙テープを取り付け、記録タイマーを通す。
2. 台車を一定速度で押し、テープに打点を記録する。
3. 各打点間の距離を測定し、 $x-t$ グラフを作成する。

結果 : 等速直線運動では、 $x-t$ グラフは直線となり、傾きが速度を表す。

1.3 加速度

定義 1.5 (平均加速度). 時間間隔 Δt における平均加速度は :

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}(t_2) - \mathbf{v}(t_1)}{t_2 - t_1}$$

定義 1.6 (瞬間加速度). 瞬間加速度は :

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

定理 1.1 (等加速度直線運動の公式). 初速度 v_0 、加速度 a の等加速度直線運動において :

$$v = v_0 + at \tag{1.1}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \tag{1.2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \tag{1.3}$$

Proof. (1) 加速度の定義 $a = dv/dt$ を積分すると :

$$\int_{v_0}^v dv' = \int_0^t a dt' \implies v - v_0 = at$$

(2) 速度の定義 $v = dx/dt$ より、(1) を積分すると :

$$\int_{x_0}^x dx' = \int_0^t (v_0 + at') dt' \implies x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

(3) (1) より $t = (v - v_0)/a$ を (2) に代入して整理すると :

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

□

例 1.2. 自動車が 10 m/s から 2 m/s^2 で加速する。5s 後の速度と移動距離を求めよ。

解答 :

$$v = v_0 + at = 10 + 2 \times 5 = 20 \text{ m/s}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 75 \text{ m}$$

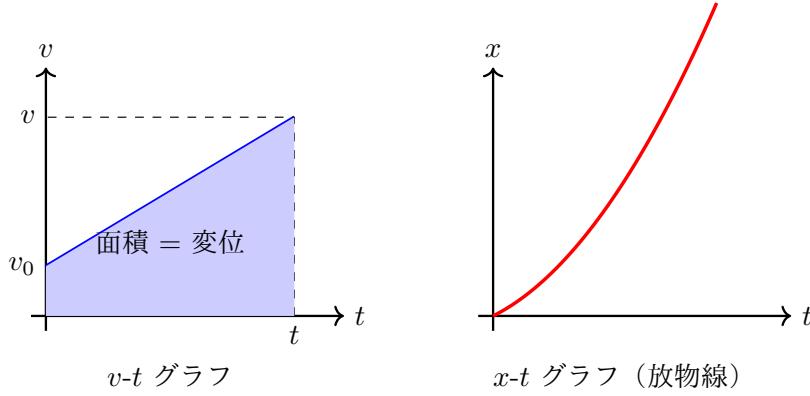


図 1.2 等加速度運動のグラフ : v - t 図の傾きが加速度、面積が変位を表す

1.4 自由落下と鉛直投射

法則 1.1 (重力加速度). 地表付近では、すべての物体は質量によらず同じ加速度 $g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$ で落下する。

観察 1.1 (ガリレオの思考実験). 重い物体と軽い物体を紐で結んで落とす。アリストテレスの説では、重い物体が軽い物体に引っ張られて遅くなるはずだが、同時に結合体は両者より重いので速く落ちるはずである。この矛盾から、落下速度は質量によらないことがわかる。

定理 1.2 (自由落下の公式). 初速度ゼロで自由落下する物体について（下向きを正）：

$$v = gt \tag{1.4}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \tag{1.5}$$

$$v^2 = 2gy \tag{1.6}$$

例 1.3. 高さ 45 m のビルから物体を静かに落とす。地面に達するまでの時間を求めよ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)。

解答 :

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \implies t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 45}{10}} = 3 \text{ s}$$

1.5 相対運動

定義 1.7 (相対速度). 観測者 A に対する物体 B の相対速度は :

$$\mathbf{v}_{B/A} = \mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A$$

例 1.4. 電車が 20 m/s で東へ進み、車内で人が 2 m/s で進行方向へ歩く。地上から見た人の速度を求めよ。

解答 : 地上から見た人の速度 = 電車の速度 + 電車に対する人の速度 = 22 m/s (東向き)

1.6 演習問題

演習 1.1. 物体が $x = 3t^2 - 2t + 1$ の運動をする (x : m, t : s)。 $t = 2$ s における速度と加速度を求めよ。

演習 1.2. 初速度 15 m/s で真上に投げ上げた物体について、最高点の高さと地面に戻るまでの時間を求めよ ($g = 10\text{ m/s}^2$)。

演習 1.3. 時速 72 km/h で走る自動車が急ブレーキをかけ、 4 s で停止した。加速度と制動距離を求めよ。

第 2 章

運動の法則

2.1 ニュートンの運動の法則

法則 2.1 (ニュートンの第一法則 (慣性の法則)). 外力が作用しない限り、静止している物体は静止し続け、運動している物体は等速直線運動を続ける。

定義 2.1 (慣性系). ニュートンの第一法則が成り立つ座標系を慣性系という。地表は近似的に慣性系とみなせる。

法則 2.2 (ニュートンの第二法則 (運動の法則)). 物体に作用する合力 \mathbf{F} と加速度 \mathbf{a} の関係：

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

ここで m は物体の質量である。

コメント 2.1. 質量 m は慣性の大きさを表す量であり、力に対する加速のしにくさを示す。

法則 2.3 (ニュートンの第三法則 (作用・反作用の法則)). 物体 A が物体 B に力 \mathbf{F}_{AB} を及ぼすとき、 B は A に同じ大きさで反対向きの力 \mathbf{F}_{BA} を及ぼす：

$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$$

実験 2.1 (作用・反作用の確認). 器具： 台車 2 台、ばね

方法：

1. 2 台の台車をばねで連結し、圧縮して放す。
2. 両台車は互いに反対方向へ運動する。
3. 質量が異なる場合、軽い方がより速く動く。

考察： 両台車に作用する力は等しく反対向きである（作用・反作用）。ただし加速度は質量に反比例する。

2.2 力の種類

定義 2.2 (重力). 地球が物体に及ぼす万有引力。地表付近では：

$$W = mg$$

向きは鉛直下向きである。

定義 2.3 (垂直抗力). 物体が面に接触しているとき、面が物体を押す力。記号 N で表す。面に垂直に作用する。

定義 2.4 (摩擦力). 物体が面に沿って運動しようとするとき、それを妨げる力。

静止摩擦力：最大静止摩擦力は $f_{\max} = \mu_s N$

動摩擦力： $f_k = \mu_k N$

ここで μ_s (静止摩擦係数)、 μ_k (動摩擦係数) であり、一般に $\mu_k < \mu_s$ 。

定義 2.5 (張力). 糸やロープが物体を引く力。記号 T で表す。質量の無視できる糸では、両端で張力は等しい。

定義 2.6 (弾性力 (フックの法則)). ばねの復元力は変位に比例する：

$$F = -kx$$

ここで k はばね定数、 x は自然長からの変位である。

2.3 力のつり合い

定理 2.1 (力のつり合い). 静止している物体において、作用する全ての力の合力はゼロである：

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$

例 2.1. 質量 $m = 5 \text{ kg}$ の物体を 2 本の糸で吊るす。各糸が鉛直と 30° をなすとき、張力を求めよ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)。

解答：鉛直方向のつり合い： $2T \cos 30^\circ = mg$

$$T = \frac{mg}{2 \cos 30^\circ} = \frac{50}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{50}{\sqrt{3}} \approx 29 \text{ N}$$

2.4 運動方程式の立て方

応用 2.1 (運動方程式を立てる手順). 1. 物体を特定し、その物体に作用する全ての力を図示する (力の図)。

2. 座標軸を設定する (運動方向を正にとると便利)。
3. 各軸方向について運動方程式 $ma = \Sigma F$ を立てる。
4. 束縛条件や初期条件を考慮して解く。

例 2.2. 質量 2 kg の物体を水平面上で 10 N の力で引く。動摩擦係数 $\mu_k = 0.3$ のとき、加速度を求めよ。

解答：鉛直方向： $N = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$

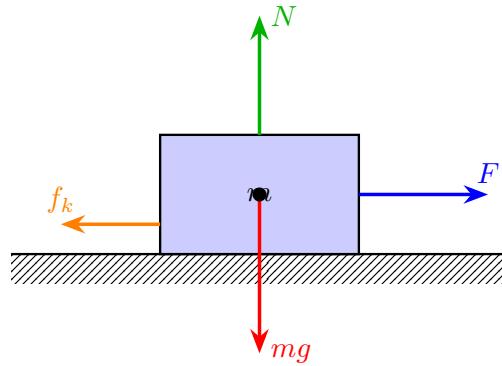
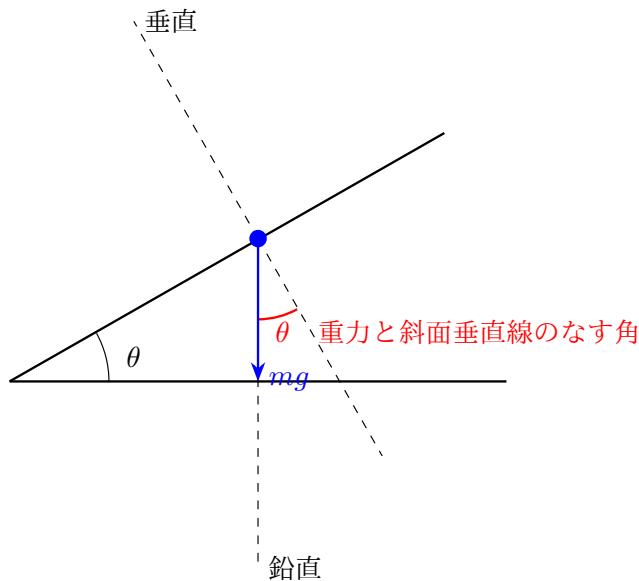
動摩擦力： $f_k = \mu_k N = 0.3 \times 20 = 6 \text{ N}$

水平方向の運動方程式：

$$ma = F - f_k \implies a = \frac{10 - 6}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

コメント 2.2 (コラム：斜面での重力分解のコツ). 斜面の問題で、重力の mg を分解するとき、どの三角形に注目すればいいのか迷いやすい。

- **幾何的な理由**：斜面の角度 θ と、重力 (鉛直下向き) と斜面の法線 (垂直線) のなす角は等しくなる。これは「互いに直交する辺同士のなす角は等しい」という幾何の性質による。
- **極端なケースで確認**：もし斜面が水平 ($\theta = 0^\circ$) なら、垂直成分は mg そのもの ($\cos 0^\circ = 1$)、斜面成分は 0 ($\sin 0^\circ = 0$) になる。逆に垂直な壁 ($\theta = 90^\circ$) なら、垂直成分は 0 ($\cos 90^\circ = 0$) になる。このように考えると、 \cos が垂直成分であることが直感的に分かる。

図 2.1 水平面上の物体に作用する力：重力 mg 、垂直抗力 N 、引く力 F 、摩擦力 f_k 図 2.2 水平面上の物体に作用する力：重力 mg 、垂直抗力 N 、引く力 F 、摩擦力 f_k 図 2.3 なぜ角度が等しくなるのか：斜面に垂直な線と鉛直線のなす角は、斜面の傾き θ と等しい

2.5 斜面上の運動

例 2.3. 傾斜角 θ の斜面上に質量 m の物体を置く。摩擦がないとき、物体の加速度を求めよ。

解答：斜面に沿って下向きを正とする。

重力の斜面成分： $mg \sin \theta$ （下向き）

運動方程式： $ma = mg \sin \theta$

よって： $a = g \sin \theta$

定理 2.2 (斜面での静止条件)。傾斜角 θ の斜面上で物体が滑り出さない条件：

$$\tan \theta \leq \mu_s$$

Proof. 斜面に沿う方向： $mg \sin \theta \leq f_{\max} = \mu_s N$

斜面に垂直方向： $N = mg \cos \theta$

よって： $mg \sin \theta \leq \mu_s mg \cos \theta$

整理すると： $\tan \theta \leq \mu_s$

□

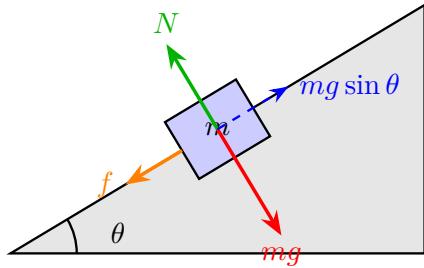


図 2.4 斜面上の物体に作用する力：重力 mg を斜面成分と垂直成分に分解

2.6 連結物体の運動

例 2.4 (アトウッドの機械). 軽い滑車に質量 m_1, m_2 ($m_1 > m_2$) の 2 つの物体を糸でつなぐ。加速度と張力を求めよ。

解答：物体 1 : $m_1a = m_1g - T$

物体 2 : $m_2a = T - m_2g$

両式を足して : $(m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g, \quad T = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}g$$

2.7 演習問題

演習 2.1. 質量 3 kg の物体に 12 N の力を加えると、加速度はいくらになるか。

演習 2.2. 傾斜角 30° の斜面上に質量 4 kg の物体を置く。動摩擦係数 $\mu_k = 0.2$ のとき、物体の加速度を求めよ。

演習 2.3. 質量 5 kg と 3 kg の物体をアトウッドの機械につなぐ。加速度と糸の張力を求めよ。

第3章

仕事とエネルギー

3.1 仕事

定義 3.1 (仕事). 力 \mathbf{F} が物体に作用し、物体が変位 \mathbf{s} だけ移動したとき、力がした仕事は：

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = F s \cos \theta$$

ここで θ は力と変位のなす角である。単位はジュール (J)。

コメント 3.1. • $\theta < 90^\circ$: 正の仕事 (エネルギーを与える)

• $\theta = 90^\circ$: 仕事ゼロ (垂直抵抗力など)

• $\theta > 90^\circ$: 負の仕事 (エネルギーを奪う、摩擦力など)

例 3.1. 50 N の力で箱を水平に 4 m 押した。力がした仕事を求めよ。

$$\text{解答: } W = F s \cos 0^\circ = 50 \times 4 \times 1 = 200 \text{ J}$$

定義 3.2 (仕事率 (パワー)). 単位時間あたりの仕事を仕事率という：

$$P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

単位はワット ($W = \text{J/s}$)。

3.2 運動エネルギー

定義 3.3 (運動エネルギー). 質量 m 、速さ v で運動する物体の運動エネルギー：

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

定理 3.1 (仕事-エネルギーの定理). 物体にした合力の仕事は、運動エネルギーの変化に等しい：

$$W_{net} = \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Proof. 運動方程式 $ma = F$ において、 $a = v \frac{dv}{dx}$ より：

$$F = mv \frac{dv}{dx}$$

両辺を x で積分すると：

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F dx = \int_{v_i}^{v_f} mv dv = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

□

例 3.2. 質量 2 kg の物体が 3 m/s から 7 m/s に加速した。物体にした仕事を求めよ。

解答 :

$$W = \frac{1}{2} \times 2 \times 7^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 49 - 9 = 40 \text{ J}$$

3.3 位置エネルギー

定義 3.4 (重力による位置エネルギー). 基準点からの高さ h にある質量 m の物体の重力による位置エネルギー :

$$U_g = mgh$$

定義 3.5 (弾性力による位置エネルギー). 自然長から x だけ伸びた (または縮んだ) ばねの弾性力による位置エネルギー :

$$U_s = \frac{1}{2} kx^2$$

定理 3.2 (保存力と位置エネルギーの関係). 保存力 F は位置エネルギー U の勾配で表される :

$$F = -\frac{dU}{dx}$$

保存力がした仕事は位置エネルギーの減少に等しい :

$$W_{con} = -\Delta U = U_i - U_f$$

3.4 力学的エネルギー保存則

定義 3.6 (力学的エネルギー). 運動エネルギーと位置エネルギーの和を力学的エネルギーという :

$$E = K + U$$

定理 3.3 (力学的エネルギー保存則). 保存力のみが仕事をする場合、力学的エネルギーは一定に保たれる :

$$E_i = E_f \quad \text{すなわち} \quad K_i + U_i = K_f + U_f$$

Proof. 仕事-エネルギーの定理より : $W_{net} = K_f - K_i$

保存力の仕事は : $W_{con} = U_i - U_f$

非保存力がない場合、 $W_{net} = W_{con}$ より :

$$K_f - K_i = U_i - U_f \implies K_i + U_i = K_f + U_f$$

□

実験 3.1 (振り子によるエネルギー保存則の検証). 器具： 振り子、メジャー、ストップウォッチ

方法 :

1. 振り子を高さ h から静かに離す。
2. 最下点での速さを光電ゲートまたはビデオ解析で測定する。
3. $v = \sqrt{2gh}$ と比較する。

考察： 摩擦が無視できれば、位置エネルギーが運動エネルギーに完全に変換される。

例 3.3. 高さ 5 m から静かに落下した物体の地面での速さを求めよ。

解答 : エネルギー保存則 : $mgh = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 5} = 10 \text{ m/s}$$

例 3.4. ばね定数 $k = 200 \text{ N/m}$ のばねを 0.1 m 縮め、質量 0.5 kg の物体を放す。物体の最大速さを求めよ。

解答：エネルギー保存則： $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = x\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.1 \times \sqrt{\frac{200}{0.5}} = 0.1 \times 20 = 2 \text{ m/s}$$

3.5 非保存力がある場合

定理 3.4 (非保存力と力学的エネルギー). 摩擦力などの非保存力がある場合：

$$W_{nc} = E_f - E_i = \Delta K + \Delta U$$

ここで W_{nc} は非保存力がした仕事をある。

例 3.5. 質量 5 kg の物体が高さ 10 m の斜面を滑り降りる。動摩擦力が 20 N 、斜面の長さが 15 m のとき、最下点での速さを求めよ。

解答：初期エネルギー： $E_i = mgh = 5 \times 10 \times 10 = 500 \text{ J}$

摩擦による損失： $W_f = -f_k d = -20 \times 15 = -300 \text{ J}$

最終エネルギー： $E_f = E_i + W_f = 500 - 300 = 200 \text{ J} = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 200}{5}} = \sqrt{80} \approx 8.9 \text{ m/s}$$

3.6 演習問題

演習 3.1. 質量 10 kg の物体を 2 m 持ち上げるのに必要な仕事を求めよ。

演習 3.2. 質量 1 kg の物体が 4 m/s で運動している。これを 2 m/s に減速させるのに必要な仕事を求めよ。

演習 3.3. 高さ 20 m のジェットコースターの頂上から出発し、高さ 8 m の地点を通過するときの速さを求めよ（摩擦は無視）。

第 4 章

運動量

4.1 運動量と力積

定義 4.1 (運動量). 質量 m 、速度 \mathbf{v} の物体の運動量 :

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

単位は $\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$ 。

定理 4.1 (運動の法則 (運動量形式)). ニュートンの第二法則は次のように表せる :

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

定義 4.2 (力積). 力 \mathbf{F} が時間 Δt の間作用したとき、力積は :

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = \bar{\mathbf{F}} \Delta t$$

ここで $\bar{\mathbf{F}}$ は平均の力である。

定理 4.2 (力積-運動量の定理). 物体に加えられた力積は、運動量の変化に等しい :

$$\mathbf{J} = \Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$

Proof. 運動方程式 $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ を積分すると :

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = \int_{\mathbf{p}_i}^{\mathbf{p}_f} d\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$

□

例 4.1. 質量 0.15 kg の野球ボールが 30 m/s で向かってきて、バットに打たれ 40 m/s で反対方向に飛んでいった。ボールに加わった力積を求めよ。

解答 : 初期運動量 : $p_i = 0.15 \times (-30) = -4.5 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$

最終運動量 : $p_f = 0.15 \times 40 = 6 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$

力積 : $J = p_f - p_i = 6 - (-4.5) = 10.5 \text{ N} \cdot \text{s}$

4.2 運動量保存則

定理 4.3 (運動量保存則). 外力がない (または無視できる) 系において、全運動量は保存される :

$$\sum \mathbf{p}_i = \sum \mathbf{p}_f$$

Proof. 2物体系において、作用・反作用の法則より $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ 。

運動方程式より :

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{F}_{21}, \quad \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \mathbf{F}_{12}$$

足し合わせると :

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{12} = \mathbf{0}$$

よって $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{const.}$

□

実験 4.1 (運動量保存則の検証). 器具 : エアトラック、2台のグライダー、速度センサー

方法 :

1. 異なる質量のグライダーに磁石を付け、反発衝突させる。
2. 衝突前後の速度を測定する。
3. $m_1 v_1 + m_2 v_2$ が衝突前後で等しいことを確認する。

4.3 衝突

定義 4.3 (反発係数). 反発係数(はね返り係数) e は、衝突後と衝突前の相対速度の比 :

$$e = -\frac{v_{1f} - v_{2f}}{v_{1i} - v_{2i}} = \frac{\text{離れる速さ}}{\text{近づく速さ}}$$

- $e = 1$: 弹性衝突
- $0 < e < 1$: 非弾性衝突
- $e = 0$: 完全非弾性衝突

定理 4.4 (弾性衝突). 運動量とエネルギーの両方が保存される。 m_2 が静止している1次元弾性衝突では :

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (4.1)$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (4.2)$$

Proof. 運動量保存 : $m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \dots (1)$

エネルギー保存 : $\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \dots (2)$

(1)より : $m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2 v_{2f} \dots (1')$

(2)より : $m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2 v_{2f}^2$

$\Rightarrow m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2 v_{2f}^2 \dots (2')$

(2')を(1')で割ると : $v_{1i} + v_{1f} = v_{2f}$

これと(1)を連立して解くと、上記の結果を得る。□

例 4.2. 質量 2kg の物体が 6m/s で静止している質量 4kg の物体に弾性衝突した。衝突後の速度を求めよ。

解答 :

$$v_{1f} = \frac{2 - 4}{2 + 4} \times 6 = -2 \text{ m/s} \text{ (跳ね返る)}$$

$$v_{2f} = \frac{2 \times 2}{2 + 4} \times 6 = 4 \text{ m/s}$$

定理 4.5 (完全非弾性衝突). 衝突後、2物体が一体となって動く。共通速度 :

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

例 4.3. 質量 3 kg の物体が 4 m/s で、質量 2 kg の物体が -1 m/s で運動し、衝突して合体した。合体後の速度を求めよ。

解答 :

$$v_f = \frac{3 \times 4 + 2 \times (-1)}{3 + 2} = \frac{12 - 2}{5} = 2 \text{ m/s}$$

4.4 2 次元衝突

定理 4.6 (2 次元衝突の運動量保存). x 方向と y 方向それぞれで運動量が保存される :

$$m_1 v_{1x,i} + m_2 v_{2x,i} = m_1 v_{1x,f} + m_2 v_{2x,f} \quad (4.3)$$

$$m_1 v_{1y,i} + m_2 v_{2y,i} = m_1 v_{1y,f} + m_2 v_{2y,f} \quad (4.4)$$

例 4.4. 質量 m のビリヤード球が速度 v で静止している同じ質量の球に衝突し、それぞれ 30° と 60° の方向に散乱した (弾性衝突)。衝突後の速さを求めよ。

解答 : 運動量保存 (x 成分) : $mv = mv_{1f} \cos 30^\circ + mv_{2f} \cos 60^\circ$

運動量保存 (y 成分) : $0 = mv_{1f} \sin 30^\circ - mv_{2f} \sin 60^\circ$

y 成分より : $v_{1f} \times \frac{1}{2} = v_{2f} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \implies v_{1f} = \sqrt{3}v_{2f}$

x 成分に代入して : $v = \sqrt{3}v_{2f} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + v_{2f} \times \frac{1}{2} = 2v_{2f}$

よって : $v_{2f} = \frac{v}{2}, \quad v_{1f} = \frac{\sqrt{3}v}{2}$

4.5 演習問題

演習 4.1. 質量 0.5 kg の物体が 8 m/s から 2 m/s に減速した。物体が受けた力積を求めよ。

演習 4.2. 質量 4 kg の物体が 5 m/s で静止している質量 6 kg の物体に衝突し、完全に合体した。合体後の速度とエネルギー損失を求めよ。

演習 4.3. 反発係数 $e = 0.6$ で質量が等しい 2 つの球が正面衝突する。一方が 10 m/s、もう一方が -4 m/s で運動していたとき、衝突後の速度をそれぞれ求めよ。

第 5 章

円運動と万有引力

5.1 等速円運動

定義 5.1 (等速円運動). 一定の速さ v で円周上を運動する運動。速さは一定だが、向きが変わるため加速度運動である。

定義 5.2 (円運動の諸量). 半径 r の円運動において :

- 周期 T : 1 周にかかる時間
- 角速度 $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ (単位 : rad/s)
- 速さ $v = r\omega = 2\pi r/T$

定理 5.1 (向心加速度). 等速円運動する物体の加速度は、常に円の中心を向き、大きさは :

$$a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

この加速度を向心加速度という。

Proof. 速度ベクトル v は接線方向を向く。微小時間 Δt の間に角度 $\Delta\theta = \omega\Delta t$ だけ回転すると、速度の変化は :

$$|\Delta v| = v \cdot \Delta\theta = v\omega\Delta t$$

よって加速度の大きさは :

$$a = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = v\omega = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

向きは中心向き ($\Delta\theta \rightarrow 0$ の極限で確認できる)。 □

定理 5.2 (向心力). 等速円運動を維持するには、中心向きの力（向心力）が必要 :

$$F = ma = m \frac{v^2}{r} = mr\omega^2$$

向心力は重力、張力、摩擦力などによって提供される。

コメント 5.1 (コラム : 向心力と遠心力、ベクトルの向き). 円運動のベクトル（位置、速度、加速度）は以下のように整理できる :

- **位置 r ** : 中心から外向き（「今どこにいるか」）
- **速度 v ** : 接線方向（「どっちへ進みたいか」）
- **加速度 a ** : 中心向き（「外へ行こうとするのを引き戻す」）

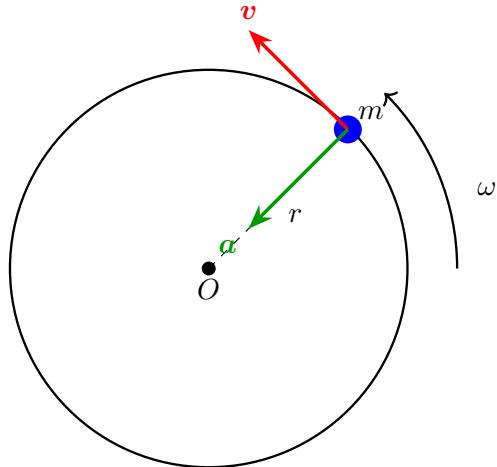


図 5.1 等速円運動：速度は接線方向、加速度（向心加速度）は中心向き

この3つは互いに向きが異なる。特に加速度が常に中心を向くのは、速度の向きを常に内側に変え続ける必要があるためである（カーブでハンドルを切り続けるイメージ）。

また、車に乗っているときに感じる「外向きの力」は遠心力と呼ばれる。これは回転する座標系（乗っている人）から見たときの見かけの力（慣性力）であり、静止している人（外から見る人）にとっては存在しない。外から見れば、車は「中心向きの力（向心力）」を受けて曲がっているだけである。

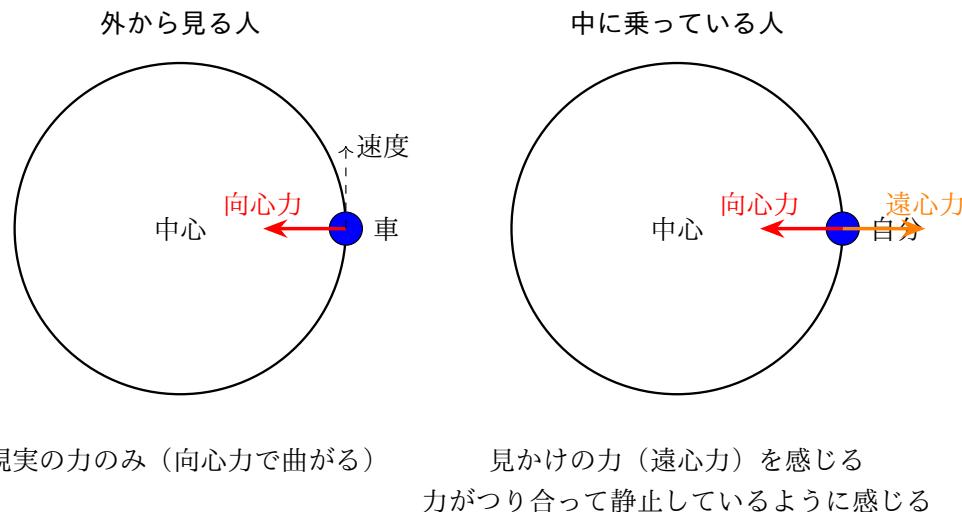


図 5.2 向心力（外からの視点）と遠心力（回転座標系での視点）

例 5.1. 質量 0.5 kg の物体を長さ 1 m の糸につけ、水平面内で毎秒 2 回転させる。糸の張力を求めよ。

解答：角速度 : $\omega = 2\pi \times 2 = 4\pi \text{ rad/s}$

$$\text{向心力} = \text{張力} : T = mr\omega^2 = 0.5 \times 1 \times (4\pi)^2 = 78.9 \text{ N}$$

5.2 非等速円運動

定義 5.3 (鉛直面内の円運動). 鉛直面内を円運動する物体では、位置によって速さが変化する。

$$\text{最高点で糸がたるまない条件} : mg \leq \frac{mv^2}{r}$$

$$\text{つまり } v \geq \sqrt{gr} \text{ (最高点での最小速さ)}$$

例 5.2. 長さ 0.5 m の糸につけた物体を鉛直面内で円運動させる。最高点を通過するための最下点での最小速

さを求める。

解答：最高点での最小速さ： $v_{\text{top}} = \sqrt{gr} = \sqrt{10 \times 0.5} = \sqrt{5}$ m/s

エネルギー保存則： $\frac{1}{2}mv_{\text{bottom}}^2 = \frac{1}{2}mv_{\text{top}}^2 + mg(2r)$

$$v_{\text{bottom}} = \sqrt{v_{\text{top}}^2 + 4gr} = \sqrt{5 + 20} = 5 \text{ m/s}$$

5.3 単振動

定義 5.4 (単振動). 物体が平衡位置を中心に、加速度が変位に比例し反対向きになる運動：

$$a = -\omega^2 x$$

この運動を単振動 (Simple Harmonic Motion, SHM) という。

定理 5.3 (単振動の変位・速度・加速度). 振幅 A 、角振動数 ω の単振動：

$$x = A \sin(\omega t + \phi) \quad (5.1)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \phi) \quad (5.2)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x \quad (5.3)$$

定理 5.4 (単振り子の周期). 長さ L の単振り子の周期 (振幅が小さいとき)：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Proof. 振幅が小さいとき $\sin \theta \approx \theta$ 。復元力は $F = -mg \sin \theta \approx -mg\theta = -mg(x/L)$ 。

運動方程式： $ma = -\frac{mg}{L}x$

よって $\omega^2 = g/L$ 、 $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{L/g}$ 。 \square

定理 5.5 (ばね振り子の周期). ばね定数 k のばねにつながった質量 m の物体の周期：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Proof. フックの法則より $F = -kx$ 。運動方程式 $ma = -kx$ から $\omega^2 = k/m$ 。 \square

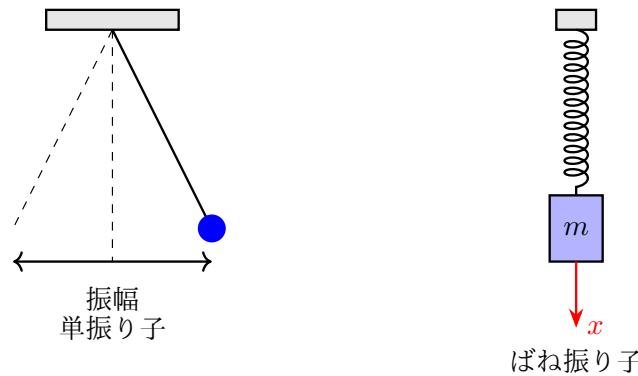


図 5.3 単振り子とばね振り子

5.4 万有引力

法則 5.1 (万有引力の法則). 質量 M, m の 2 物体間には引力が働く :

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ (万有引力定数)

定理 5.6 (重力加速度と万有引力). 地表での重力加速度 :

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

ここで M は地球の質量、 R は地球の半径。

Proof. 地表の物体に働く万有引力 : $F = \frac{GMm}{R^2} = mg$
よって $g = GM/R^2$ 。 \square

定理 5.7 (人工衛星の速度と周期). 地表から高さ h を周回する衛星 (軌道半径 $r = R + h$) について :

第一宇宙速度 (軌道速度) :

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{gr} \frac{R}{r}$$

周期 :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Proof. 万有引力が向心力を提供 : $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$
 $v = \sqrt{GM/r}$ 。 周期は $T = 2\pi r/v = 2\pi \sqrt{r^3/(GM)}$ 。 \square

法則 5.2 (ケプラーの法則). 1. 第一法則 (橙円軌道) : 惑星は太陽を焦点の一つとする橙円軌道を描く。
2. 第二法則 (面積速度一定) : 惑星と太陽を結ぶ線分が単位時間に掃く面積は一定。
3. 第三法則 : 公転周期 T と軌道長半径 a について,

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{一定} \quad (\text{太陽質量のみに依存})$$

例 5.3. 地球の半径を 6400 km、地表の重力加速度を 10 m/s^2 とする。地表すれすれを周回する衛星の速度と周期を求めよ。

解答 : $v = \sqrt{gR} = \sqrt{10 \times 6.4 \times 10^6} = 8000 \text{ m/s} = 8 \text{ km/s}$
 $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \times 6.4 \times 10^6}{8000} \approx 5000 \text{ s} \approx 84 \text{ 分}$

5.5 演習問題

演習 5.1. 半径 20 m のカーブを 72 km/h で走る車に働く向心加速度を求めよ。

演習 5.2. 周期 2 s の単振り子の長さを求めよ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)。

演習 5.3. 静止衛星 (周期 24 時間) の軌道半径を求めよ。地球の質量 $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ 、
 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ とする。

第 II 部

熱力学

第 6 章

熱と温度

6.1 温度と熱平衡

定義 6.1 (温度). 温度は物体の熱的状態を表す物理量であり、物体を構成する分子の平均運動エネルギーに対応する。

法則 6.1 (熱力学第零法則). 物体 A と B がそれぞれ物体 C と熱平衡であれば、 A と B も熱平衡である。これは温度が定義できることの基礎である。

定義 6.2 (温度スケール). セルシウス温度 (摂氏) T_C : 水の凝固点を 0° C 、沸点を 100° C とする。

絶対温度 (ケルビン) T : $T = T_C + 273.15$ (単位 : K)

絶対零度 $0\text{ K} = -273.15^\circ\text{ C}$ は理論上の最低温度。

6.2 热と熱量

定義 6.3 (熱量). 热量は温度差によって移動するエネルギーである。高温物体から低温物体へ自発的に移動する。単位はジュール (J) またはカロリー (cal)。

$1\text{ cal} = 4.184\text{ J}$

定義 6.4 (比熱容量). 質量 m の物質の温度を ΔT だけ上昇させるのに必要な熱量 :

$$Q = mc\Delta T$$

ここで c は比熱容量 ($\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$) である。

定義 6.5 (熱容量). 物体全体の温度を 1 K 上昇させるのに必要な熱量を熱容量 C という :

$$Q = C\Delta T, \quad C = mc$$

例 6.1. 質量 2 kg の水 (比熱 $4200\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$) を 20° C から 80° C に加熱するのに必要な熱量を求めよ。

解答 :

$$Q = mc\Delta T = 2 \times 4200 \times (80 - 20) = 504\,000\text{ J} = 504\text{ kJ}$$

6.3 热量保存則

法則 6.2 (熱量保存則). 外部との熱のやり取りがない系 (断熱系) において、熱平衡に達するまでに高温物体が失う熱量と低温物体が得る熱量は等しい :

$$Q_{\text{失う}} = Q_{\text{得る}}$$

実験 6.1 (水の混合と熱量保存). 器具： 热量計、温度計、お湯、冷水

方法：

1. 質量 m_1 の水（温度 T_1 ）と質量 m_2 の水（温度 T_2 、 $T_1 > T_2$ ）を断熱容器内で混合する。
2. 平衡温度 T_f を測定する。
3. $m_1c(T_1 - T_f) = m_2c(T_f - T_2)$ を確認する。

例 6.2. 60°C の水 200g と 20°C の水 300g を混合した。平衡温度を求めよ。

解答：熱量保存則より： $m_1c(T_1 - T_f) = m_2c(T_f - T_2)$

$$\begin{aligned} 200(60 - T_f) &= 300(T_f - 20) \\ 12000 - 200T_f &= 300T_f - 6000 \implies 500T_f = 18000 \implies T_f = 36^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

6.4 相変化と潜熱

定義 6.6 (潜熱). 物質が相変化（固体→液体→気体）する際、温度変化なしに吸収または放出する熱量。

融解熱：固体→液体 (L_f)

気化熱：液体→気体 (L_v)

質量 m の物質の相変化に必要な熱量： $Q = mL$

観察 6.1 (水の加熱曲線). 氷を加熱すると：

1. 氷が温まる（温度上昇）
2. 0°C で融解（温度一定）
3. 水が温まる（温度上昇）
4. 100°C で沸騰（温度一定）
5. 水蒸気が温まる（温度上昇）

例 6.3. -10°C の氷 100g を完全に 100°C の水蒸気にするのに必要な熱量を求めよ。

(氷の比熱： $2.1\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 、水の比熱： $4.2\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 、融解熱： 334 kJ/kg 、気化熱： 2260 kJ/kg)

解答：

$$Q_1 = 0.1 \times 2.1 \times 10 = 2.1\text{ kJ} \text{ (氷を } 0^{\circ}\text{C} \text{ まで加熱)}$$

$$Q_2 = 0.1 \times 334 = 33.4\text{ kJ} \text{ (融解)}$$

$$Q_3 = 0.1 \times 4.2 \times 100 = 42\text{ kJ} \text{ (水を } 100^{\circ}\text{C} \text{ まで加熱)}$$

$$Q_4 = 0.1 \times 2260 = 226\text{ kJ} \text{ (蒸発)}$$

$$Q_{\text{total}} = 2.1 + 33.4 + 42 + 226 = 303.5\text{ kJ}$$

6.5 熱の伝わり方

定義 6.7 (熱伝導). 物質内を温度差によって熱が伝わる現象。伝導率 k :

$$\frac{Q}{t} = kA \frac{\Delta T}{d}$$

(A : 断面積、 d : 厚さ、 ΔT : 温度差)

定義 6.8 (対流). 流体が移動することによって熱が運ばれる現象。温められた流体が上昇し、冷たい流体が下降する循環が起こる。

定義 6.9 (放射). 電磁波（主に赤外線）によって熱が伝わる現象。真空中でも熱が伝わる。

シュテファン・ボルツマンの法則 :

$$P = \sigma AT^4$$

($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$: シュテファン・ボルツマン定数)

6.6 演習問題

演習 6.1. 質量 0.5 kg の銅（比熱 390 J/(kg · K)）を 20° C から 100° C に加熱するのに必要な熱量を求めよ。

演習 6.2. 80° C、150 g のアルミニウム（比熱 900 J/(kg · K)）を 20° C、200 g の水に入れた。平衡温度を求めよ。

演習 6.3. 0° C の氷 50 g を 80° C の水 200 g に入れた。氷は全て融けるか、また平衡温度はいくらか。

第 7 章

気体の法則

7.1 理想気体

定義 7.1 (理想気体). 以下の仮定を満たす気体のモデル :

- 分子は体積を持たない点粒子である
- 分子間力は衝突時以外は無視できる
- 衝突は完全弾性衝突である

定義 7.2 (状態量). 気体の状態を記述する変数 :

- 壓力 P (単位 : Pa = N/m²)
- 体積 V (単位 : m³)
- 溫度 T (単位 : K)
- 物質量 n (単位 : mol)

7.2 気体の法則

法則 7.1 (ボイルの法則). 溫度一定のとき、理想気体の体積は圧力に反比例する :

$$PV = \text{const.} \quad \text{または} \quad P_1V_1 = P_2V_2$$

実験 7.1 (ボイルの法則の検証). 器具： 注射器、圧力センサー

方法 :

1. 注射器内に一定量の空気を閉じ込める。
2. ピストンを押して体積を変え、圧力を測定する。
3. PV の値が一定であることを確認する。

法則 7.2 (シャルルの法則). 圧力一定のとき、理想気体の体積は絶対温度に比例する :

$$\frac{V}{T} = \text{const.} \quad \text{または} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

法則 7.3 (ゲイ＝リュサックの法則). 体積一定のとき、理想気体の圧力は絶対温度に比例する :

$$\frac{P}{T} = \text{const.} \quad \text{または} \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

定理 7.1 (ボイル・シャルルの法則). 上記 3 法則を統合すると :

$$\frac{PV}{T} = \text{const.} \quad \text{または} \quad \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

7.3 理想気体の状態方程式

法則 7.4 (理想気体の状態方程式). n mol の理想気体について :

$$PV = nRT$$

ここで $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ は気体定数である。

分子数 N を用いると :

$$PV = Nk_B T$$

ここで $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ はボルツマン定数であり、 $R = N_A k_B$ (N_A : アボガドロ数)。

導出の概要. アボガドロの法則「同温同圧では同体積の気体は同数の分子を含む」と、ボイル・シャルルの法則を組み合わせると、 $PV/T \propto n$ となり、比例定数を R とおけば状態方程式を得る。□

例 7.1. 27°C 、 1 atm で 22.4 L の気体がある。この気体の物質量を求めよ。

解答 : $T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$, $P = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$, $V = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1.01 \times 10^5 \times 22.4 \times 10^{-3}}{8.314 \times 300} \approx 0.91 \text{ mol}$$

7.4 気体分子運動論

定理 7.2 (気体の圧力の微視的起源). 一辺 L の立方体容器内の N 個の分子 (質量 m) が壁に及ぼす圧力 :

$$P = \frac{1}{3} \frac{Nm\bar{v}^2}{V} = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2$$

ここで \bar{v}^2 は速度の二乗平均である。

Proof. x 方向に速度 v_x で運動する分子が壁に衝突すると、運動量変化は $2mv_x$ 。

この分子が往復する時間は $2L/v_x$ なので、単位時間に壁に与える力積は :

$$\frac{2mv_x}{2L/v_x} = \frac{mv_x^2}{L}$$

全 N 個の分子による力 $F = \frac{Nmv_x^2}{L}$

等方性より $\bar{v}^2 = 3\bar{v}_x^2$ なので、壁面積 L^2 での圧力は :

$$P = \frac{F}{L^2} = \frac{Nmv_x^2}{L^3} = \frac{Nm\bar{v}^2}{3V}$$

□

定理 7.3 (気体分子の平均運動エネルギー). 单原子分子理想気体の 1 分子あたりの平均運動エネルギー :

$$\bar{K} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$$

Proof. 状態方程式 $PV = Nk_B T$ と $P = \frac{1}{3} \frac{Nm\bar{v}^2}{V}$ を比較すると :

$$\frac{1}{3}Nm\bar{v}^2 = Nk_B T \implies \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$$

□

定義 7.3 (二乗平均速度). 二乗平均速度 (rms 速度) :

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

ここで M はモル質量。

例 7.2. 27° C における窒素分子 ($M = 28 \text{ g/mol}$) の二乗平均速度を求めよ。

解答 :

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 300}{28 \times 10^{-3}}} \approx 517 \text{ m/s}$$

7.5 気体の内部エネルギー

定義 7.4 (内部エネルギー). 気体の内部エネルギー U は、全分子の運動エネルギーの総和である。

単原子分子理想気体では :

$$U = N \cdot \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} nRT$$

二原子分子理想気体 (回転も考慮) では :

$$U = \frac{5}{2} nRT$$

コメント 7.1. 理想気体の内部エネルギーは温度のみに依存し、体積には依存しない。

7.6 演習問題

演習 7.1. 20° C 、 2 atm で 5 L の気体を、圧力一定で 100° C に加熱した。新しい体積を求めよ。

演習 7.2. 0° C で 1 mol の理想気体が 22.4 L を占める。このときの圧力を求めよ。

演習 7.3. ヘリウム原子 ($M = 4 \text{ g/mol}$) の 0° C における二乗平均速度を求めよ。

第 8 章

熱力学法則

8.1 熱力学第一法則

法則 8.1 (熱力学第一法則). 系の内部エネルギー変化 ΔU は、系が受けた熱量 Q と系にされた仕事 W の和に等しい：

$$\Delta U = Q + W$$

(または $\Delta U = Q - W'$ として、 $W' = -W$ は系が外にした仕事)

コメント 8.1. 熱力学第一法則はエネルギー保存則の一形態である。熱と仕事はどちらもエネルギーの移動形態であり、系の内部エネルギーを変化させる。

定義 8.1 (気体がする仕事). 気体が圧力 P で体積を dV だけ膨張させるとき、外界にする仕事：

$$dW' = PdV \implies W' = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

これは P - V 図における曲線下の面積に等しい。

8.2 熱力学的過程

定義 8.2 (等圧過程). 圧力一定 ($P = \text{const.}$) の過程。

仕事 : $W' = P\Delta V = P(V_2 - V_1)$

熱量 : $Q = \Delta U + W' = nC_P\Delta T$

ここで C_P は定圧モル比熱。

定義 8.3 (等積過程). 体積一定 ($V = \text{const.}$) の過程。

仕事 : $W' = 0$

熱量 : $Q = \Delta U = nC_V\Delta T$

ここで C_V は定積モル比熱。

定義 8.4 (等温過程). 温度一定 ($T = \text{const.}$) の過程。理想気体では $\Delta U = 0$ 。

仕事 : $W' = \int_{V_1}^{V_2} P dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

熱量 : $Q = W'$ (吸収した熱はすべて仕事になる)

定義 8.5 (断熱過程). 熱の出入りがない ($Q = 0$) 過程。

$\Delta U = -W'$ (仕事をすると内部エネルギーが減少→温度低下)

ポアソンの法則 :

$$PV^\gamma = \text{const.}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$

ここで $\gamma = C_P/C_V$ は比熱比。

定理 8.1 (マイヤーの関係式). 理想気体について :

$$C_P - C_V = R$$

Proof. 等圧過程 : $Q = nC_P\Delta T = \Delta U + P\Delta V$

等積過程 : $\Delta U = nC_V\Delta T$

状態方程式の微分 : $P\Delta V = nR\Delta T$

これらを第一法則に代入すると : $nC_P\Delta T = nC_V\Delta T + nR\Delta T$

よって : $C_P = C_V + R$

□

例 8.1. 1 mol の单原子理想気体を等圧で 100 K 加熱した。吸収した熱量と気体がした仕事を求めよ。

解答 : 单原子理想気体 : $C_V = \frac{3}{2}R$, $C_P = \frac{5}{2}R$

$$Q = nC_P\Delta T = 1 \times \frac{5}{2} \times 8.314 \times 100 = 2079 \text{ J}$$

$$W' = nR\Delta T = 1 \times 8.314 \times 100 = 831 \text{ J}$$

$$\text{内部エネルギー変化} : \Delta U = Q - W' = 1248 \text{ J}$$

8.3 热機関とカルノーサイクル

定義 8.6 (热機関). 高温熱源から熱 Q_H を受け取り、仕事 W を行い、低温熱源に熱 Q_L を放出する装置。

热効率 :

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$

定理 8.2 (カルノーの定理). 温度 T_H と T_L の間で動作するすべての热機関のうち、カルノー機関が最高効率を持ち :

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

定義 8.7 (カルノーサイクル). 以下の 4 つの可逆過程からなる理想的なサイクル :

1. 等温膨張 (T_H で熱 Q_H を吸収)
2. 断熱膨張 ($T_H \rightarrow T_L$)
3. 等温圧縮 (T_L で熱 Q_L を放出)
4. 断熱圧縮 ($T_L \rightarrow T_H$)

例 8.2. 高温熱源 500 K、低温熱源 300 K で動作するカルノー機関の効率を求めよ。

解答 :

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{500} = 0.4 = 40\%$$

8.4 热力学第二法則

法則 8.2 (热力学第二法則 (クラウジウスの表現)). 低温物体から高温物体へ自発的に热が移動することはない。

法則 8.3 (热力学第二法則 (ケルビン-プランクの表現)). 热を 100% 仕事に変換する热機関は実現できない (第二種永久機関の不可能)。

コメント 8.2. 第二法則は自然過程の方向性 (不可逆性) を規定する。

8.5 エントロピー

定義 8.8 (エントロピー). エントロピー S は系の「乱雑さ」を表す状態量。可逆過程でのエントロピー変化 :

$$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$$

定理 8.3 (エントロピー増大の法則). 孤立系では、自発的過程においてエントロピーは減少しない :

$$\Delta S_{\text{total}} \geq 0$$

等号は可逆過程でのみ成立。

例 8.3. 1 mol の理想気体が等温で体積を 2 倍にした。エントロピー変化を求めよ。

解答 : 等温過程では $Q = W' = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = nR \ln \frac{V_2}{V_1} = 1 \times 8.314 \times \ln 2 = 5.76 \text{ J/K}$$

観察 8.1 (不可逆過程の例). • 热伝導 (高温から低温へ)

- 自由膨張
- 拡散・混合
- 摩擦による热発生

これらはすべてエントロピーを増大させる。

8.6 演習問題

演習 8.1. 2 mol の理想気体 (单原子) を等積で 50 K 加熱した。内部エネルギー変化と吸収した熱量を求めよ。

演習 8.2. 理想気体 1 mol が 300 K で等温膨張し、体積が 3 倍になった。気体がした仕事を求めよ。

演習 8.3. 高温熱源 800 K から 4000 J を吸収し、低温熱源 400 K に放熱するカルノー機関について、仕事と放熱量を求めよ。

第 III 部

波動

第 9 章

波の基礎

9.1 波とは

定義 9.1 (波). 波とは、媒質の振動が空間的に伝わる現象である。エネルギーは伝わるが、媒質自体は平均的には移動しない。

定義 9.2 (波の種類). 横波：媒質の振動方向が波の進行方向に垂直（例：弦の振動、電磁波）

縦波（疎密波）：媒質の振動方向が波の進行方向に平行（例：音波、ばねの縦振動）

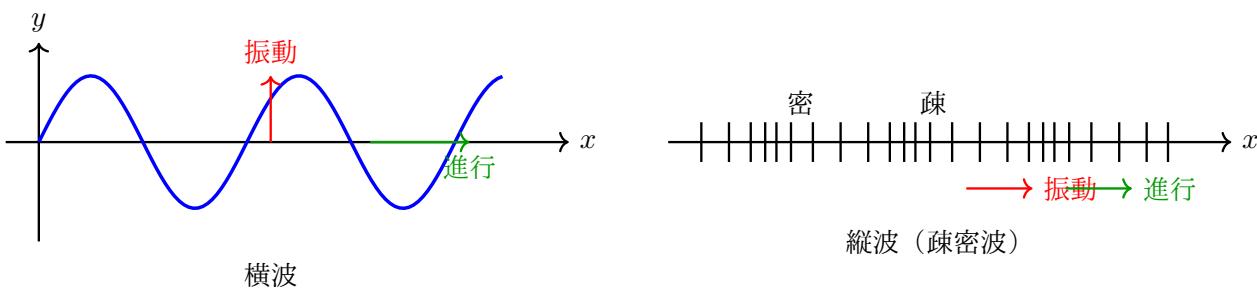


図 9.1 横波と縦波：横波では振動と進行が垂直、縦波では平行

9.2 波を表す量

定義 9.3 (波の基本量). • 振幅 A ：振動の最大変位

- 波長 λ ：1 周期分の距離（隣り合う山から山、または谷から谷）
- 周期 T ：1 回の振動にかかる時間
- 振動数（周波数） $f = 1/T$ ：単位時間あたりの振動回数（単位：Hz）
- 角振動数 $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$
- 波数 $k = 2\pi/\lambda$

定理 9.1 (波の基本公式). 波の速さ v 、振動数 f 、波長 λ の関係：

$$v = f\lambda = \frac{\lambda}{T}$$

Proof. 1 周期 T の間に波は 1 波長 λ 分進むので、速さは $v = \lambda/T = f\lambda$. □

例 9.1. 周波数 440 Hz の音波の波長を求めよ（音速 340 m/s）。

解答：

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{440} \approx 0.77 \text{ m}$$

9.3 正弦波

定義 9.4 (正弦波の式). $+x$ 方向に速さ v で進む正弦波の変位 :

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi_0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \phi_0\right)$$

ここで ϕ_0 は初期位相である。 $-x$ 方向に進む波は $y = A \sin(kx + \omega t + \phi_0)$ 。

コメント 9.1. y - t グラフ (ある点での振動) と y - x グラフ (ある瞬間の波形) を区別することが重要。

例 9.2. 振幅 0.1 m、波長 2 m、速さ 4 m/s の正弦波の式を書け。

解答 : $T = \lambda/v = 2/4 = 0.5$ s, $\omega = 2\pi/T = 4\pi$ rad/s, $k = 2\pi/\lambda = \pi$ rad/m

$$y = 0.1 \sin(\pi x - 4\pi t) \quad [\text{m}]$$

9.4 波の重ね合わせ

定理 9.2 (重ね合わせの原理). 同じ点を通過する複数の波の合成変位は、各波の変位の代数和に等しい :

$$y = y_1 + y_2 + \dots$$

定義 9.5 (干渉). 2つの波が重なり合うとき :

強め合う干渉 : 同位相で重なると振幅が大きくなる

弱め合う干渉 : 逆位相で重なると振幅が小さくなる (打ち消しあう)

定理 9.3 (同振幅・同振動数の2波の干渉条件). 経路差を Δr とすると :

強め合う条件 : $\Delta r = n\lambda$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)

弱め合う条件 : $\Delta r = (n + \frac{1}{2})\lambda$

実験 9.1 (うなり). 器具 : 振動数がわずかに異なる2つの音叉

観察 : 両方を鳴らすと、音の大きさが周期的に変化する (うなり)。

理論 : うなりの振動数は $f_{\text{beat}} = |f_1 - f_2|$

うなりの導出. $y_1 = A \sin(2\pi f_1 t)$, $y_2 = A \sin(2\pi f_2 t)$ の合成 :

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos(\pi(f_1 - f_2)t) \sin(\pi(f_1 + f_2)t)$$

振幅 $2A \cos(\pi(f_1 - f_2)t)$ の変動周波数は $|f_1 - f_2|$ 。 □

9.5 定常波

定義 9.6 (定常波). 同じ振動数・振幅の2つの波が逆向きに進んで重なり合うと、進まない波 (定常波) ができる。

$$y = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

定義 9.7 (節と腹). 節 : 常に変位ゼロの点。 $kx = n\pi$ すなわち $x = n\lambda/2$

腹 : 振幅最大の点。 $kx = (n + \frac{1}{2})\pi$ すなわち $x = (2n + 1)\lambda/4$

定理 9.4 (弦の固有振動). 両端を固定した長さ L の弦の固有振動 (基本振動と倍音) :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad f_n = \frac{nv}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Proof. 両端が節になる条件より、 $L = n(\lambda/2)$ 。 $v = f\lambda$ を用いて $f = v/\lambda = nv/(2L)$ 。 \square

実験 9.2 (弦の振動実験). 器具：モノコード、おもり、メートル尺

方法：

1. 弦の長さ、張力を変えて振動数を測定する。
2. $f \propto 1/L$ 、 $f \propto \sqrt{T}$ を確認する。

9.6 波の反射と屈折

法則 9.1 (反射の法則). 入射角 = 反射角

観察 9.1 (固定端反射と自由端反射). 固定端反射：反射波は位相が π (半波長分) ずれる

自由端反射：反射波は位相が変わらない

法則 9.2 (屈折の法則 (スネルの法則)). 媒質 1 から媒質 2 へ波が進むとき：

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}$$

ここで θ_1, θ_2 は法線となす角、 n_{12} は相対屈折率。

9.7 演習問題

演習 9.1. 振動数 500 Hz、波長 0.68 m の波の速さを求めよ。

演習 9.2. 振動数 440 Hz と 442 Hz の 2 つの音叉を同時に鳴らした。うなりの振動数を求めよ。

演習 9.3. 両端固定の長さ 60 cm の弦で、3 倍振動の波長と振動数を求めよ (波の速さ 120 m/s)。

第 10 章

音波

10.1 音の性質

定義 10.1 (音波). 音波は媒質（主に空気）を伝わる縦波（疎密波）である。空気の圧力変動として伝播する。

観察 10.1 (音の 3 要素). • 音の高さ：振動数で決まる（高振動数→高い音）

• 音の大きさ：振幅で決まる（大振幅→大きい音）

• 音色：波形（倍音の構成）で決まる

可聴音の振動数は約 20 Hz ~ 20 kHz。

10.2 音速

定理 10.1 (気体中の音速). 理想気体中の音速：

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

ここで γ は比熱比、 M はモル質量、 ρ は密度。

観察 10.2 (空気中の音速). 0° C の空気中 : $v \approx 331 \text{ m/s}$

温度 t [° C] での近似式 : $v \approx 331 + 0.6t$ [m/s]

例 10.1. 25° C の空気中での音速を求めよ。

解答 : $v \approx 331 + 0.6 \times 25 = 346 \text{ m/s}$

10.3 共鳴・共振

定義 10.2 (共鳴). 外部の振動体の振動数が物体の固有振動数と一致するとき、振幅が大きくなる現象を共鳴（または共振）という。

定理 10.2 (気柱の共鳴). 閉管（一端が閉じた管）の固有振動数：

$$f_n = \frac{(2n-1)v}{4L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

基本振動数 $f_1 = v/(4L)$ 、奇数倍音のみ存在。

開管（両端が開いた管）の固有振動数：

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

すべての整数倍音が存在。

閉管の導出. 閉端は節、開端は腹になる。 $L = (2n - 1)\lambda/4$ より $\lambda = 4L/(2n - 1)$ 。

$$f = v/\lambda = (2n - 1)v/(4L).$$

□

実験 10.1 (気柱の共鳴実験). 器具： 気柱共鳴管、音叉、水

方法：

1. 水位を変えて気柱の長さを調節する。
2. 音叉を鳴らし、共鳴する位置を探す。
3. 隣り合う共鳴位置の間隔から波長を求める： $\lambda/2 = L_2 - L_1$
4. 音速を計算： $v = f\lambda$

例 10.2. 振動数 512 Hz の音叉を用いた気柱共鳴実験で、第 1 共鳴位置 16 cm、第 2 共鳴位置 49 cm が得られた。音速を求めよ。

$$\text{解答} : \lambda/2 = 49 - 16 = 33 \text{ cm} \implies \lambda = 66 \text{ cm} = 0.66 \text{ m}$$

$$v = f\lambda = 512 \times 0.66 \approx 338 \text{ m/s}$$

10.4 ドップラー効果

定義 10.3 (ドップラー効果). 音源または観測者が動いているとき、観測される振動数が本来の振動数と異なる現象。

定理 10.3 (ドップラー効果の公式). 音源の振動数 f_0 、音速 V 、音源の速度 v_s 、観測者の速度 v_o とすると、観測される振動数：

$$f = f_0 \frac{V + v_o}{V - v_s}$$

ただし、音源から観測者に向かう方向を正とする。

Proof. 音源が動く場合：

音源が速度 v_s で近づくと、波長が縮む： $\lambda' = \lambda - v_s T = (V - v_s)/f_0$

観測される振動数： $f = V/\lambda' = f_0 V/(V - v_s)$

観測者が動く場合：

観測者が速度 v_o で近づくと、相対的な波の速さが増す： $V' = V + v_o$

観測される振動数： $f = V'/\lambda = f_0(V + v_o)/V$

両方の場合を組み合わせると上記の公式を得る。

□

例 10.3. 振動数 500 Hz のサイレンを鳴らす救急車が 20 m/s で近づいてくる。観測される振動数を求めよ(音速 340 m/s)。

解答：

$$f = f_0 \frac{V}{V - v_s} = 500 \times \frac{340}{340 - 20} = 500 \times \frac{340}{320} = 531 \text{ Hz}$$

例 10.4. 静止している音源に向かって 10 m/s で歩く人が聞く振動数は、元の振動数の何倍か(音速 340 m/s)。

解答：

$$\frac{f}{f_0} = \frac{V + v_o}{V} = \frac{340 + 10}{340} = \frac{350}{340} \approx 1.029$$

10.5 音の干渉

定理 10.4 (2 音源の干渉). 同位相で振動する 2 つの音源 S_1, S_2 からの音が点 P で干渉するとき :

強め合う条件 : $|S_1P - S_2P| = n\lambda$

弱め合う条件 : $|S_1P - S_2P| = (n + \frac{1}{2})\lambda$

観察 10.3 (音のうなり). 振動数がわずかに異なる 2 つの音を聞くと、音が周期的に強弱する「うなり」が聞こえる。うなりの周波数は 2 つの振動数の差。

10.6 演習問題

演習 10.1. 長さ 85 cm の閉管の基本振動数を求めよ (音速 340 m/s)。

演習 10.2. 振動数 680 Hz の音源から 10 m/s で遠ざかる観測者が聞く振動数を求めよ (音速 340 m/s)。

演習 10.3. 互いに 30 m/s で近づく 2 台の車がそれぞれ 500 Hz のクラクションを鳴らしている。相手の車の音はどのような振動数で聞こえるか。

第 11 章

光波

11.1 光の性質

定義 11.1 (光). 光は電磁波の一種である。真空中の光速は：

$$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

可視光の波長は約 400 nm (紫) ~ 700 nm (赤)。

観察 11.1 (電磁波スペクトル). 波長の長い順に：電波 → マイクロ波 → 赤外線 → 可視光 → 紫外線 → X 線 → ガンマ線

11.2 光の反射

法則 11.1 (反射の法則). 入射角 θ_i = 反射角 θ_r (両方とも法線からの角度)

定義 11.2 (鏡による像). 平面鏡：物体と鏡面に対して対称な位置に虚像ができる。

球面鏡：

- 凹面鏡：焦点より遠い物体は実像、近い物体は虚像
- 凸面鏡：常に縮小された虚像

定理 11.1 (球面鏡の公式). 物体距離 a 、像距離 b 、焦点距離 f の関係：

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

倍率： $m = -\frac{b}{a}$

11.3 光の屈折

法則 11.2 (スネルの法則). 屈折率 n_1 の媒質から n_2 の媒質へ光が進むとき：

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

ここで θ_1 は入射角、 θ_2 は屈折角。

定義 11.3 (屈折率). 媒質の屈折率は真空中の光速 c と媒質中の光速 v の比：

$$n = \frac{c}{v}$$

波長は変化するが、振動数は変わらない： $\lambda' = \lambda/n$

例 11.1. 空気 ($n_1 \approx 1$) から水 ($n_2 = 1.33$) へ入射角 45° で光が入る。屈折角を求めよ。

解答 :

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 = \frac{1}{1.33} \sin 45^\circ = \frac{0.707}{1.33} \approx 0.532$$

$$\theta_2 \approx 32^\circ$$

定義 11.4 (全反射). 光が屈折率の大きい媒質から小さい媒質へ進むとき、入射角がある角度（臨界角） θ_c を超えると、すべての光が反射される :

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

応用 11.1 (光ファイバー). 全反射を利用して光信号を伝送する。通信や医療内視鏡に使用される。

11.4 レンズ

定義 11.5 (レンズの種類). 凸レンズ (収束レンズ) : 平行光を焦点に集める

凹レンズ (発散レンズ) : 平行光を発散させる

定理 11.2 (レンズの公式 (薄レンズ)).

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

(凹レンズでは $f < 0$)

$$\text{倍率} : m = -\frac{b}{a}$$

実験 11.1 (凸レンズによる像の観察). 器具： 凸レンズ、光学台、光源、スクリーン

方法 :

1. 物体をレンズから $2f$ より遠くに置く → 縮小倒立実像
2. 物体を $2f$ の位置に置く → 等倍倒立実像
3. 物体を f と $2f$ の間に置く → 拡大倒立実像
4. 物体を f より近くに置く → 拡大正立虚像 (ルーペ)

定理 11.3 (レンズメーカーの公式). 曲率半径 R_1, R_2 のレンズの焦点距離 :

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

11.5 光の干渉

定理 11.4 (ヤングの干渉実験). スリット間隔 d 、スリットからスクリーンまでの距離 L のとき、明線・暗線の位置 :

$$\text{明線} : y_m = \frac{m\lambda L}{d} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$\text{暗線} : y_m = \frac{(m + \frac{1}{2})\lambda L}{d}$$

Proof. スリット S_1, S_2 からスクリーン上の点 P までの経路差 :

$$\Delta r = d \sin \theta \approx \frac{dy}{L}$$

($L \gg d$ の場合)

$$\text{明線条件 (強め合い)} : \Delta r = m\lambda \implies y = m\lambda L/d$$

□

実験 11.2 (ヤングの実験). 器具： 単スリット、複スリット、レーザー、スクリーン

観察： スクリーン上に明暗の縞模様（干渉縞）が現れる。

応用： 縞間隔 $\Delta y = \lambda L/d$ を測定することで光の波長を求められる。

定義 11.6 (薄膜干渉). 薄膜の上面と下面で反射した光が干渉する。シャボン玉や油膜の虹色はこれによる。

光路差を考える際、屈折率の大きい媒質との境界での反射は位相が π ずれる（半波長分）ことに注意。

11.6 光の回折

定義 11.7 (回折). 波が障害物の端を回り込んで進む現象。スリットを通過した光は広がる。

定理 11.5 (単スリット回折). 幅 a のスリットによる回折で、暗線の位置：

$$a \sin \theta = m\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

中央の明部の幅は両側の明部の 2倍。

定理 11.6 (回折格子). 格子定数 d の回折格子による明線（主極大）の位置：

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

応用 11.2 (分光器). 回折格子を用いて光を波長ごとに分離し、スペクトル分析を行う。原子の発光スペクトル観察などに利用。

11.7 光の偏光

定義 11.8 (偏光). 電磁波である光の電場振動方向が特定の方向に制限された光を偏光という。

自然光（非偏光）：あらゆる方向に振動

直線偏光：一方向のみに振動

法則 11.3 (マルスの法則). 偏光板を 2 枚重ね、透過軸のなす角が θ のとき、透過光強度：

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

観察 11.2 (偏光の利用).

- 偏光サングラス：反射光（部分偏光）をカット

- 液晶ディスプレイ：偏光と液晶の性質を利用

- 応力解析：応力により複屈折が生じる透明材料の内部応力を可視化

11.8 演習問題

演習 11.1. 水 ($n = 1.33$) から空気へ光が出るときの臨界角を求めよ。

演習 11.2. ヤングの実験でスリット間隔 0.2 mm、スクリーンまでの距離 1 m、明線間隔 3 mm であった。光の波長を求めよ。

演習 11.3. 格子定数 $2 \mu\text{m}$ の回折格子に波長 600 nm の光を垂直入射させた。1 次の回折光の角度を求めよ。

第 IV 部

電磁氣学

第 12 章

静電気

12.1 電荷と帯電

定義 12.1 (電荷). 電荷は電気的性質を表す物理量。正電荷と負電荷の 2 種類がある。同種電荷は反発し、異種電荷は引き合う。

電荷の最小単位は電気素量 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ (電子の電荷の絶対値)。

法則 12.1 (電荷保存則). 孤立系において、電荷の総量は保存される。

観察 12.1 (帯電の方法).

- 摩擦帯電 : 異なる物質を擦り合わせる
- 接触帯電 : 帯電体に触れる
- 静電誘導 : 導体を帯電体に近づけ、電荷を分離する

12.2 クーロンの法則

法則 12.2 (クーロンの法則). 距離 r 離れた電荷 q_1, q_2 間に働く静電気力 :

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

ここで $k_e = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ (クーロン定数)、 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ (真空の誘電率)。

コメント 12.1. クーロン力は万有引力と同じ逆二乗則に従うが、電荷の符号により引力または斥力となる。

例 12.1. 1 m 離れた $+2 \mu\text{C}$ と $-3 \mu\text{C}$ の電荷間に働く力を求めよ。

解答 :

$$F = 9.0 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{1^2} = 0.054 \text{ N} \text{ (引力)}$$

コメント 12.2 (コラム : クーロンの法則と万有引力). クーロンの法則 $F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$ と万有引力の法則 $F = G \frac{Mm}{r^2}$ は、どちらも逆二乗則 (距離の 2 乗に反比例) に従う点で非常に似ている。両方とも遠隔作用として発見されたが、電荷の符号によって斥力 (反発) が生じる点が万有引力 (常に引力) と異なる。

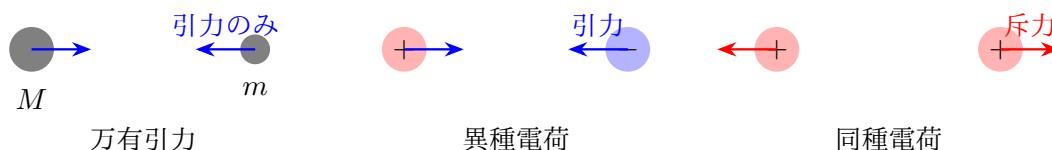


図 12.1 万有引力 (引力のみ) とクーロン力 (引力と斥力)

12.3 電場

定義 12.2 (電場). 電荷 q に働く力 \mathbf{F} と電場 \mathbf{E} の関係 :

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

電場の単位は N/C または V/m。

コメント 12.3 (コラム : 電場の実在性). 歴史的には、まず力が発見され (クーロンの法則)、その後に「場」の概念が導入された。定義式 $E = F/q$ は $F = ma$ ($F = qE$) と似ており、当初は計算の道具と考えられていた。しかし、電場自体がエネルギーを持ち、波として伝わる (電磁波) ことから、現代物理学では電場こそが実在する物理的実体であると考えられている。

定理 12.1 (点電荷による電場). 電荷 Q から距離 r の点における電場の大きさ :

$$E = k_e \frac{|Q|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q|}{r^2}$$

向きは正電荷から外向き、負電荷へ内向き。

定義 12.3 (電気力線). 電場を視覚化するための仮想的な線。

- 正電荷から出て負電荷で終わる
- 接線の向きが電場の向きを表す
- 密度が電場の強さを表す
- 交わらない

定理 12.2 (一様電場). 間隔 d の平行平板コンデンサー内の電場は一様で :

$$E = \frac{V}{d}$$

ここで V は極板間の電位差。

12.4 電位とポテンシャルエネルギー

定義 12.4 (電位). 単位正電荷を無限遠から点 P まで運ぶのに必要な仕事を、点 P の電位 V という。単位はボルト (V)。

$$V_P = \frac{W_{\infty \rightarrow P}}{q}$$

定理 12.3 (点電荷による電位). 電荷 Q から距離 r の点の電位 :

$$V = k_e \frac{Q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

(無限遠を基準 : $V_\infty = 0$)

定義 12.5 (電位差). 2 点間の電位差 (電圧) : $V_{AB} = V_A - V_B$

電場と電位の関係 : $E = -\frac{dV}{dx}$ (一様電場では $E = V/d$)

定義 12.6 (静電ポテンシャルエネルギー). 電荷 q が電位 V の位置にあるときのポテンシャルエネルギー :

$$U = qV$$

2 つの点電荷系の相互作用エネルギー :

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r}$$

例 12.2. $+3\mu\text{C}$ の電荷を電位 100V の点から 500V の点へ移動させるのに必要な仕事を求めよ。

解答 :

$$W = q\Delta V = 3 \times 10^{-6} \times (500 - 100) = 1.2 \times 10^{-3} \text{ J}$$

12.5 コンデンサー

定義 12.7 (コンデンサー). 2枚の導体板で電荷を蓄える装置。電気容量 (キャパシタンス) C :

$$C = \frac{Q}{V}$$

単位はファラド (F)。

定理 12.4 (平行平板コンデンサーの電気容量). 面積 A 、間隔 d の平行平板コンデンサー :

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

誘電体 (誘電率 $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$) を挿入すると :

$$C = \epsilon \frac{A}{d} = \epsilon_r C_0$$

コメント 12.4 (コラム : コンデンサーと一様電場). • **コンデンサーの用途** : 電気を蓄えて一気に放出する性質を利用し、カメラのフラッシュなどに使われる。

• **一様電場の直感的理** : 点電荷の周りの電場は距離とともに弱くなる (逆二乗則) が、無限に広い帯電板 (コンデンサー極板) の作る電場は距離によらず一定 (一様) になる。これは、遠ざかると個々の電荷からの力は弱まるが ($1/r^2$)、視野に入る電荷の数 (面積) が増える (r^2) ため、効果が相殺されるからである。これを積分で計算すると距離 r が消える。

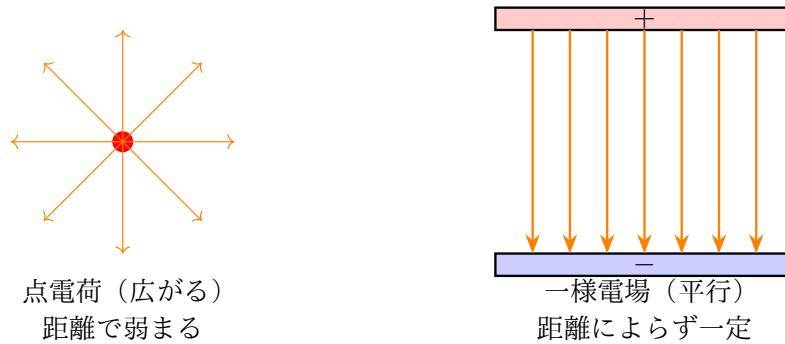


図 12.2 点電荷のつくる電場 (放射状) とコンデンサー内の電場 (一様)

定理 12.5 (コンデンサーの接続). 並列接続 : $C_{total} = C_1 + C_2 + \dots$

直列接続 : $\frac{1}{C_{total}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

定義 12.8 (コンデンサーに蓄えられるエネルギー).

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{Q^2}{2C}$$

例 12.3. $10\mu\text{F}$ のコンデンサーを 100V に充電した。蓄えられる電荷とエネルギーを求めよ。

解答 :

$$Q = CV = 10 \times 10^{-6} \times 100 = 1 \text{ mC}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times 100^2 = 0.05 \text{ J}$$

12.6 演習問題

演習 12.1. 0.5 m 離れた $+4 \mu\text{C}$ と $+6 \mu\text{C}$ の電荷間に働く力を求めよ。

演習 12.2. $2 \mu\text{C}$ の電荷から 30 cm 離れた点の電場と電位を求めよ。

演習 12.3. $5 \mu\text{F}$ と $10 \mu\text{F}$ のコンデンサーを並列接続したときと直列接続したときの合成容量をそれぞれ求めよ。

第 13 章

電流と回路

13.1 電流

定義 13.1 (電流). 電流は電荷の流れであり、単位時間に通過する電荷量で定義される：

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

単位はアンペア (A)。1 A = 1 C/s。

電流の向きは正電荷の移動方向（実際は電子が逆向きに流れる）。

定義 13.2 (電流密度). 断面積 A を通る電流 I の電流密度：

$$j = \frac{I}{A}$$

単位は A/m²。

13.2 オームの法則

法則 13.1 (オームの法則). 導体の両端の電圧 V と流れる電流 I は比例する：

$$V = IR$$

ここで R は電気抵抗 (単位：オーム Ω)。

定義 13.3 (抵抗率). 長さ L 、断面積 A の導体の抵抗：

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ρ は抵抗率 (単位： $\Omega \cdot m$) で、物質と温度に依存する。

観察 13.1 (抵抗の温度依存性). 金属の抵抗率は温度上昇とともに増加する：

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T)$$

α は温度係数。

実験 13.1 (オームの法則の検証). 器具：電源、電流計、電圧計、抵抗
方法：

1. 抵抗に電圧をかけ、電流を測定する。
2. 電圧を変えて複数点のデータを取る。
3. $V-I$ グラフを描き、直線になることを確認。傾きが抵抗。

13.3 抵抗の接続

定理 13.1 (抵抗の接続). 直列接続 : $R_{total} = R_1 + R_2 + \dots$

各抵抗に流れる電流は同じ、電圧は分配される。

並列接続 : $\frac{1}{R_{total}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$

各抵抗にかかる電圧は同じ、電流は分配される。

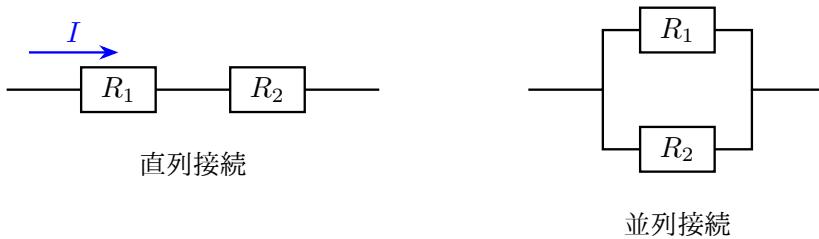


図 13.1 抵抗の直列接続と並列接続

例 13.1. 3Ω と 6Ω の抵抗を並列接続したときの合成抵抗を求めよ。

解答 :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \implies R = 2\Omega$$

13.4 キルヒ霍ッフの法則

法則 13.2 (キルヒ霍ッフの第一法則 (電流則)). 回路の任意の接合点において、流入する電流の総和と流出する電流の総和は等しい :

$$\sum I_{in} = \sum I_{out}$$

これは電荷保存則の表現である。

法則 13.3 (キルヒ霍ッフの第二法則 (電圧則)). 回路の任意の閉ループにおいて、電位差の総和はゼロ :

$$\sum V = 0$$

これはエネルギー保存則の表現である。

例 13.2. 起電力 $E = 12V$ 、内部抵抗 $r = 1\Omega$ の電池に $R = 5\Omega$ の抵抗を接続した。電流と端子電圧を求めよ。

解答 : キルヒ霍ッフの電圧則 : $E - Ir - IR = 0$

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{12}{5+1} = 2A$$

端子電圧 : $V = E - Ir = 12 - 2 \times 1 = 10V$

13.5 電力とジュール熱

定義 13.4 (電力). 電気回路で消費される電力 :

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

単位はワット (W)。

法則 13.4 (ジュールの法則). 抵抗で消費された電気エネルギーは熱に変換される (ジュール熱) :

$$Q = Pt = I^2 Rt$$

例 13.3. 100 V、100 W の電球の抵抗と流れる電流を求めよ。

解答 :

$$I = \frac{P}{V} = \frac{100}{100} = 1 \text{ A}$$

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{100^2}{100} = 100 \Omega$$

13.6 電気回路の素子

定義 13.5 (起電力). 電池や発電機が電流を流すために与える電位差を起電力 (EMF) という。電池は化学エネルギーを電気エネルギーに変換する。

- 観察 13.2 (セル (電池) の種類).
- 一次電池 : 使い捨て (マンガン電池、アルカリ電池など)
 - 二次電池 : 充電可能 (リチウムイオン電池、鉛蓄電池など)

定義 13.6 (コンデンサーの充放電). RC 回路でのコンデンサーの電荷変化 :

$$\text{充電} : Q(t) = CE(1 - e^{-t/RC})$$

$$\text{放電} : Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$$

$\tau = RC$ は時定数。

13.7 演習問題

演習 13.1. 長さ 10 m、断面積 1 mm² の銅線 (抵抗率 $1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$) の抵抗を求めよ。

演習 13.2. 4 Ω、6 Ω、12 Ω の 3 つの抵抗を並列に接続した。合成抵抗を求めよ。

演習 13.3. 1000 W のドライヤーを 100 V で 5 分間使用した。発生するジュール熱を求めよ。

第 14 章

磁場

14.1 磁石と磁場

定義 14.1 (磁場). 磁場 (磁束密度) \mathbf{B} は、磁荷や電流に力を及ぼす場である。単位はテスラ (T)。 $1\text{T} = 1\text{Wb/m}^2$ 。

観察 14.1 (磁力線). • N 極から出て S 極に入る (閉曲線を作る)

- 接線方向が磁場の向き
- 密度が磁場の強さを表す
- 磁力線は分岐しない、交差しない

コメント 14.1. 電荷と異なり、磁荷 (单極磁荷、モノポール) は発見されていない。N 極と S 極は常にペアで存在する。

14.2 電流がつくる磁場

法則 14.1 (アンペールの法則). 電流 I を囲む閉曲線 C に沿った磁場の線積分 :

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

ここで $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ は真空の透磁率。

定理 14.1 (直線電流による磁場). 電流 I の直線導線から距離 r の点の磁場 :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

向きは右ねじの法則に従う (電流の向きに右ねじを回すと磁場の向き)。

定理 14.2 (円形コイル中心の磁場). 半径 R 、 N 巻きの円形コイルに電流 I が流れるとき、中心の磁場 :

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

定理 14.3 (ソレノイド内部の磁場). 単位長さあたり n 巻きのソレノイドに電流 I が流れるとき、内部の一様磁場 :

$$B = \mu_0 n I$$

実験 14.1 (電流と磁場の関係). 器具 : 直線電流、方位磁針、電源

観察 :

1. 電流を流すと方位磁針が振れる。

2. 電流の向きを変えると磁針の振れる向きも変わる。
3. 電流が大きいほど磁針の振れが大きい。

14.3 電流が磁場から受ける力

定理 14.4 (電流が受ける力). 磁場 \mathbf{B} 中で長さ L の導線に電流 I が流れるとき、導線が受ける力 :

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

大きさ : $F = BIL \sin \theta$ (θ は電流と磁場のなす角)

向きは左手の法則（フレミング左手）に従う。

観察 14.2 (フレミング左手の法則). • 人差し指 : 磁場 \mathbf{B} の向き

- 中指 : 電流 I の向き
- 親指 : 力 \mathbf{F} の向き

例 14.1. 0.5 T の磁場中で、磁場に垂直な 20 cm の導線に 3 A の電流が流れている。導線が受ける力を求めよ。

解答 :

$$F = BIL = 0.5 \times 3 \times 0.2 = 0.3 \text{ N}$$

定理 14.5 (平行電流間に働く力). 距離 r 離れた平行な長い 2 本の導線に電流 I_1, I_2 が流れるとき、単位長さあたりに働く力 :

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

- 同方向の電流 : 引力
- 逆方向の電流 : 斥力

14.4 ローレンツ力

定義 14.2 (ローレンツ力). 磁場 \mathbf{B} 中を速度 \mathbf{v} で運動する電荷 q に働く力 :

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

大きさ : $F = qvB \sin \theta$

向きは外積の向き（正電荷）、または速度と磁場に垂直。

コメント 14.2. ローレンツ力は常に速度に垂直なので仕事をしない。運動エネルギーは変化しない。

定理 14.6 (磁場中の荷電粒子の運動). 磁場に垂直に入射した荷電粒子は円運動をする。

円運動の半径 : $r = \frac{mv}{qB}$

周期 : $T = \frac{2\pi m}{qB}$ (速さによらない)

Proof. 円運動の向心力としてローレンツ力が働く :

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \implies r = \frac{mv}{qB}$$

周期 : $T = 2\pi r/v = 2\pi m/(qB)$

□

応用 14.1 (サイクロトロン). 荷電粒子を円運動させながら加速する装置。医療用や研究用の粒子加速器に使用。

例 14.2. 0.1 T の磁場中を速さ 10^6 m/s の電子 ($m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C) が垂直に入射した。円運動の半径を求めよ。

解答 :

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.1} = 5.7 \times 10^{-5} \text{ m} = 0.057 \text{ mm}$$

14.5 電場と磁場が同時に存在する場合

定理 14.7 (ローレンツ力 (一般形)). 電場 \mathbf{E} と磁場 \mathbf{B} が同時に存在するとき :

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

応用 14.2 (速度選別器). $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$ で配置し、 $qE = qvB$ となる速さ $v = E/B$ の粒子のみ直進させる。質量分析器や粒子線選別に使用。

14.6 演習問題

演習 14.1. 電流 10 A の直線導線から 5 cm 離れた点の磁場の強さを求めよ。

演習 14.2. 0.2 T の磁場に垂直に置かれた長さ 50 cm の導線に 4 A の電流が流れている。導線が受ける力を求めよ。

演習 14.3. 陽子 ($m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) が速さ 10^7 m/s で 1 T の磁場に垂直に入射した。円運動の半径と周期を求めよ。

第 15 章

電磁誘導

15.1 電磁誘導の法則

定義 15.1 (磁束). 面 S を貫く磁束 :

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = BA \cos \theta$$

(一様磁場で面が平面の場合)。単位はウェーバ (Wb)。 $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$ 。

法則 15.1 (ファラデーの電磁誘導の法則). コイルを貫く磁束が変化すると、誘導起電力が生じる :

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

N はコイルの巻き数。負号はレンツの法則を表す。

法則 15.2 (レンツの法則). 誘導起電力の向きは、磁束の変化を妨げる向きである。

観察 15.1 (レンツの法則の例).

- 磁束が増加 \rightarrow 減少させる向きの磁場を作る誘導電流
- 磁束が減少 \rightarrow 増加させる向きの磁場を作る誘導電流

実験 15.1 (ファラデーの実験). 器具 : コイル、棒磁石、検流計

観察 :

1. 磁石をコイルに近づけると電流が流れる。
2. 磁石を遠ざけると逆向きの電流が流れる。
3. 磁石を速く動かすほど電流が大きい。
4. 磁石を静止させると電流は流れない。

15.2 誘導起電力の発生機構

定理 15.1 (運動する導体棒の誘導起電力). 磁場 B 中を速度 v で運動する長さ L の導体棒に発生する起電力 :

$$\mathcal{E} = BLv$$

Proof. 導体棒内の自由電子が磁場からローレンツ力 $F = qvB$ を受け、棒の端に電荷が蓄積する。

電位差が生じ、 $\mathcal{E} = FL/q = vBL$ 。

または、磁束変化から : $\Phi = BLx$, $d\Phi/dt = BLv$. □

例 15.1. 0.5 T の磁場中で、長さ 20 cm の導体棒が磁場に垂直に 3 m/s で移動している。発生する起電力を求めよ。

解答 :

$$\mathcal{E} = BLv = 0.5 \times 0.2 \times 3 = 0.3 \text{ V}$$

15.3 自己インダクタンス

定義 15.2 (自己インダクタンス). コイルに電流 I が流れるとき、コイル自身を貫く磁束 Φ との関係 :

$$N\Phi = LI$$

L を自己インダクタンスという。単位はヘンリー (H)。

定理 15.2 (自己誘導起電力). 自己誘導による起電力 :

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$

電流変化を妨げる向きに起電力が生じる。

定理 15.3 (ソレノイドの自己インダクタンス). 断面積 A 、長さ l 、巻き数 N のソレノイド :

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} = \mu_0 n^2 Al$$

ここで $n = N/l$ は単位長さあたりの巻き数。

定義 15.3 (コイルに蓄えられるエネルギー). 電流 I が流れるコイルに蓄えられるエネルギー :

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

15.4 相互インダクタンス

定義 15.4 (相互インダクタンス). 2つのコイルにおいて、一方の電流 I_1 が他方を貫く磁束 Φ_{21} を作るとき :

$$N_2 \Phi_{21} = MI_1$$

M を相互インダクタンスという。

定理 15.4 (相互誘導起電力). コイル 1 の電流が変化するとき、コイル 2 に誘導される起電力 :

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$$

これが変圧器の原理である。

15.5 交流

定義 15.5 (交流). 時間とともに周期的に変化する電圧・電流。正弦波交流 :

$$V = V_0 \sin(\omega t), \quad I = I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

V_0, I_0 は最大値 (振幅)、 ω は角振動数、 ϕ は位相差。

定義 15.6 (実効値). 交流の実効値は、同じ熱を発生する直流の値 :

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}, \quad I_{\text{rms}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

家庭用 100 V は実効値。最大値は約 141 V。

定理 15.5 (交流回路の素子). 抵抗 R : 電流と電圧は同位相。 $V = IR$

コンデンサー C : 電流が電圧より 90° 進む。容量性リアクタンス: $X_C = \frac{1}{\omega C}$

コイル L : 電流が電圧より 90° 遅れる。誘導性リアクタンス: $X_L = \omega L$

定理 15.6 (RLC 直列回路のインピーダンス).

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

電流の最大値: $I_0 = V_0/Z$

定義 15.7 (共振). $X_L = X_C$ のとき、インピーダンスが最小 ($Z = R$) となり、電流が最大になる。

共振角振動数: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

共振周波数: $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

15.6 変圧器

定理 15.7 (変圧器の原理). 一次コイル (N_1 巻き) と二次コイル (N_2 巻き) の電圧比:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

理想変圧器 (損失なし) では電力が保存: $V_1 I_1 = V_2 I_2$

よって: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$

応用 15.1 (送電と変圧器). 発電所から家庭への送電:

1. 発電所で発生: 数千~数万 V
2. 送電: 高電圧 (27 万~50 万 V) で電流を減らし、送電ロス削減
3. 変電所で降圧: 6600V
4. 柱上変圧器で降圧: 100/200V (家庭用)

15.7 演習問題

演習 15.1. 0.2 T の磁場中で、 $N = 100$ 巻き、面積 50 cm^2 のコイル内の磁束が 0.1 s で一様にゼロになった。発生する誘導起電力を求めよ。

演習 15.2. 自己インダクタンス 0.5 H のコイルに 2 A の電流が流れている。蓄えられているエネルギーを求めよ。

演習 15.3. 巻き数比が $20 : 1$ の変圧器で一次側に 200 V をかけた。二次側の電圧を求めよ。

第 V 部

原子 · 量子物理

第 16 章

原子構造

16.1 原子の発見

観察 16.1 (原子の存在の証拠). • ブラウン運動：微小粒子の不規則運動（分子衝突による）

- 定比例の法則・倍数比例の法則：化学反応における質量関係
- 陰極線の発見：電子の存在を示唆

実験 16.1 (トムソンの実験 (1897 年)). 陰極線（電子線）を電場・磁場で曲げ、電子の比電荷 e/m を測定：

$$\frac{e}{m} = 1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

実験 16.2 (ミリカンの油滴実験 (1909 年)). 帯電した油滴の運動を観測し、電気素量を決定：

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

これと比電荷から電子の質量 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ が求まる。

16.2 原子模型

観察 16.2 (トムソンの原子模型 (ブドウパンモデル)). 正電荷が一様に分布した球の中に電子が散らばっている。→ 後に否定される

実験 16.3 (ラザフォードの散乱実験 (1911 年)). α 粒子を金箔に照射：

- ほとんどの α 粒子は直進
- ごく一部が大きく散乱
- まれに跳ね返される

定義 16.1 (ラザフォードの原子模型). • 原子の中心に正電荷を持つ小さな原子核がある

- 原子核の周りを電子が回っている
- 原子の大部分は空間である

原子の大きさ： $\sim 10^{-10} \text{ m}$ 、原子核の大きさ： $\sim 10^{-15} \text{ m}$

16.3 ボーアの原子模型

観察 16.3 (古典論の困難). 古典電磁気学によれば、加速する電子は電磁波を放出してエネルギーを失い、原子核に落ち込むはず。しかし原子は安定している。

法則 16.1 (ボーアの仮説 (1913 年)). 1. 定常状態：電子は特定の軌道上を回るととき電磁波を放しない。

2. 量子条件：角運動量が $\hbar = h/(2\pi)$ の整数倍に量子化される：

$$mvr = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

3. 振動数条件：軌道間を遷移するとき、エネルギー差に対応する光を放出・吸収する：

$$h\nu = E_m - E_n$$

定理 16.1 (水素原子のエネルギー準位). ポアの理論による水素原子のエネルギー：

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$n = 1$ (基底状態) が最も低いエネルギー。

導出の概要. 電子の円運動：クーロン力 = 向心力

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

量子条件 $mvr = n\hbar$ と組み合わせると：

$$r_n = \frac{n^2\hbar^2}{mke^2} = n^2a_0$$

$a_0 = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ (ポア半径)

$$\text{エネルギー} : E_n = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{ke^2}{r} = -\frac{ke^2}{2r_n} = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV}$$

□

16.4 水素原子のスペクトル

定理 16.2 (水素原子の線スペクトル). 遷移における光の波長：

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$R_H = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (\text{リュードベリ定数}) , n_i > n_f.$$

観察 16.4 (スペクトル系列). • ライマン系列 : $n_f = 1$ (紫外線)

• バルマー系列 : $n_f = 2$ (可視光)

• パッセン系列 : $n_f = 3$ (赤外線)

例 16.1. 水素原子が $n = 3$ から $n = 2$ に遷移するとき放出される光の波長を求めよ。

解答：

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = 1.097 \times 10^7 \times \frac{5}{36} = 1.52 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda = 6.56 \times 10^{-7} \text{ m} = 656 \text{ nm} \quad (\text{赤色光, H } \alpha \text{ 線})$$

16.5 現代の原子模型

コメント 16.1 (ボアモデルの限界). ボアモデルは水素原子のスペクトルを説明するが、多電子原子には適用できない。量子力学による記述が必要。

定義 16.2 (電子軌道から電子雲へ). 量子力学では、電子は「軌道」ではなく「軌道関数（オービタル）」で記述される。電子の存在確率分布（電子雲）として理解する。

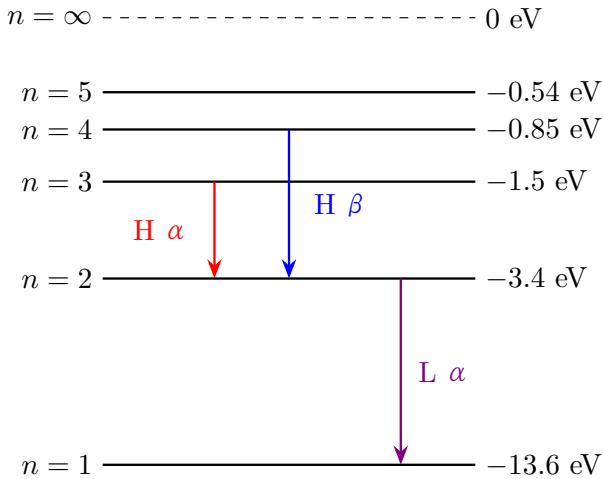


図 16.1 水素原子のエネルギー準位図と主な遷移

観察 16.5 (量子数). 電子の状態は 4 つの量子数で指定される :

- n : 主量子数 (エネルギー準位)
- l : 方位量子数 (軌道の形状)
- m_l : 磁気量子数 (軌道の向き)
- m_s : スピン量子数 ($\pm 1/2$)

法則 16.2 (パウリの排他原理). 同一原子内の 2 つの電子は、4 つの量子数がすべて同じになることはない。

16.6 演習問題

演習 16.1. 水素原子の基底状態 ($n = 1$) のエネルギーと電子の軌道半径を求めよ。

演習 16.2. 水素原子を基底状態からイオン化するのに必要なエネルギー (イオン化エネルギー) を求めよ。

演習 16.3. 水素原子が $n = 4$ から $n = 1$ に遷移するとき放出される光の波長を求めよ。

第 17 章

原子核と放射線

17.1 原子核の構成

定義 17.1 (原子核の構成). 原子核は陽子と中性子（総称して核子）からなる。

- 陽子：電荷 $+e$ 、質量 1.673×10^{-27} kg
- 中性子：電荷 0、質量 1.675×10^{-27} kg

原子番号 Z = 陽子数、質量数 A = 陽子数 + 中性子数

定義 17.2 (同位体). 陽子数が同じで中性子数が異なる原子を同位体という。化学的性質は同じだが、質量が異なる。

例：水素 (${}_1^1\text{H}$)、重水素 (${}_1^2\text{H}$)、三重水素 (${}_1^3\text{H}$)

定義 17.3 (核力). 陽子間のクーロン斥力に打ち勝って原子核を安定に保つ力。核子間に働く強い引力で、到達距離は非常に短い ($\sim 10^{-15}$ m)。

17.2 放射性崩壊

定義 17.4 (放射能). 不安定な原子核が自発的に放射線を放出して別の核種に変化する性質を放射能という。このような元素を放射性元素と呼ぶ。

- 観察 17.1 (放射線の種類).
- α 線：ヘリウム原子核 (${}_2^4\text{He}$)、正電荷、透過力小
 - β 線：電子 (e^-) または陽電子 (e^+)、負または正電荷、透過力中
 - γ 線：電磁波（光子）、電荷なし、透過力大

定理 17.1 (崩壊の法則). 放射性核種の原子数 N の時間変化：

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

λ は崩壊定数。

定義 17.5 (半減期). 放射性核種が半分に減少する時間を半減期 $T_{1/2}$ という：

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0.693}{\lambda}$$

例 17.1. 半減期 5730 年の ${}^{14}\text{C}$ が最初の $1/8$ になるまでの時間を求めよ。

解答： $1/8 = (1/2)^3$ より、3 回の半減期が経過する。

$$t = 3 \times 5730 = 17190 \text{ 年}$$

17.3 質量とエネルギーの等価性

法則 17.1 (質量エネルギーの等価性). アインシュタインの式 :

$$E = mc^2$$

質量 m はエネルギー E と等価である。

定義 17.6 (質量欠損と結合エネルギー). 原子核の質量は、構成する核子の質量の和より小さい。この差を質量欠損 Δm という :

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{nucleus}}$$

質量欠損に対応するエネルギーが結合エネルギー :

$$E_b = \Delta m \cdot c^2$$

コメント 17.1. 結合エネルギーが大きいほど原子核は安定している。1核子あたりの結合エネルギーは鉄付近で最大。

例 17.2. ヘリウム原子核 (${}^4_2\text{He}$) の結合エネルギーを求めよ。

$$(m_p = 1.0073 \text{ u}, m_n = 1.0087 \text{ u}, m_{\text{He}} = 4.0026 \text{ u}, 1 \text{ u} = 931.5 \text{ MeV}/c^2)$$

$$\text{解答 : } \Delta m = 2 \times 1.0073 + 2 \times 1.0087 - 4.0026 = 0.0294 \text{ u}$$

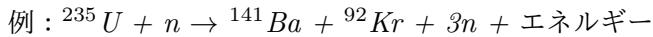
$$E_b = 0.0294 \times 931.5 = 27.4 \text{ MeV}$$

17.4 核反応

定義 17.7 (核反応). 原子核が変化する反応。質量数と電荷数は保存される。

表記法 : $A + a \rightarrow B + b$ または $A(a, b)B$

定理 17.2 (核分裂). 重い原子核が 2つ以上の軽い核に分裂する反応。大きなエネルギーを放出。



原子力発電、原子爆弾の原理。

定理 17.3 (核融合). 軽い原子核が合体してより重い核になる反応。恒星のエネルギー源。



太陽のエネルギー源 (pp チェイン反応)。

観察 17.2 (連鎖反応). 核分裂で放出された中性子がさらに核分裂を引き起こす反応。

臨界状態 : 連鎖反応が持続

未臨界 : 反応が減衰

超臨界 : 反応が爆発的に増加

17.5 放射線の利用と防護

観察 17.3 (放射線の単位). • ベクレル (Bq) : 放射能の強さ。1秒間に1回の崩壊

• グレイ (Gy) : 吸収線量。1 Gy = 1 J/kg

• シーベルト (Sv) : 等価線量・実効線量。生物学的影響を考慮

応用 17.1 (放射線の利用). • 医療 : X線診断、CT、がん治療 (放射線治療)

- 工業：非破壊検査、滅菌、材料改質
- 科学：放射性年代測定、トレーサー実験

17.6 演習問題

演習 17.1. 半減期 8 日 の放射性元素がある。32 日後に残っている割合を求めよ。

演習 17.2. α 崩壊によって $^{238}_{92}\text{U}$ が変化する娘核の質量数と原子番号を求めよ。

演習 17.3. 質量 1 g が完全にエネルギーに変換されたとき、放出されるエネルギーを求めよ。

第 18 章

量子論入門

18.1 光の粒子性

観察 18.1 (光の波動説の限界). 19世紀まで光は波動として理解されていたが、以下の現象は古典波動論では説明できなかった：

- 黒体放射のスペクトル
- 光電効果
- コンプトン効果

法則 18.1 (プランクの量子仮説 (1900 年)). 電磁波のエネルギーは連続ではなく、振動数 ν に比例した離散的な値をとる：

$$E = nh\nu \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ (プランク定数)

18.2 光電効果

観察 18.2 (光電効果). 金属に光を当てると電子が飛び出す現象。古典論では説明できない特徴：

- 光の振動数が閾値以下では電子は出ない (光の強度によらず)
- 閾値以上なら弱い光でも瞬時に電子が出る
- 放出電子の最大運動エネルギーは振動数に比例し、光の強度には依存しない

法則 18.2 (アインシュタインの光量子仮説 (1905 年)). 光は振動数 ν の光子 (光量子) の集まりであり、各光子のエネルギーは：

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

定理 18.1 (光電効果の式).

$$h\nu = W + \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

W は仕事関数 (金属から電子を取り出すのに必要な最小エネルギー)。

$h\nu < W$ なら電子は放出されない。

実験 18.1 (光電効果の実験). 器具：光電管、電源、電流計

方法：

1. 光を照射し、光電流を測定する。
2. 逆電圧をかけて、光電流がゼロになる阻止電圧 V_0 を測定する。

3. $eV_0 = h\nu - W$ より、 ν - V_0 グラフの傾きからプランク定数を求める。

例 18.1. 仕事関数 2.0 eV の金属に波長 400 nm の光を当てた。放出される電子の最大運動エネルギーを求めよ。

$$\text{解答: 光子のエネルギー: } E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} = 5.0 \times 10^{-19} \text{ J} = 3.1 \text{ eV}$$

$$\text{最大運動エネルギー: } K_{\max} = h\nu - W = 3.1 - 2.0 = 1.1 \text{ eV}$$

18.3 コンプトン効果

観察 18.3 (コンプトン効果). X 線を物質に当てるとき、散乱 X 線の波長が入射光より長くなる現象。光子が電子と衝突して運動量・エネルギーを交換することで説明される。

定義 18.1 (光子の運動量). 光子のエネルギーが $E = h\nu$ なら、運動量は：

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

定理 18.2 (コンプトン散乱の式). 波長の変化：

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

θ は散乱角。 $h/(m_e c) = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$ (コンプトン波長)。

18.4 物質の波動性

法則 18.3 (ド・ブロイの仮説 (1924 年)). すべての物質は波動性を持つ。運動量 p の粒子に伴う波 (物質波、ド・ブロイ波) の波長：

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

実験 18.2 (電子線回折). 電子線を結晶に当てるとき、X 線と同様に回折パターンが観測される。これは電子の波動性の直接的証拠。

例 18.2. 100 eV に加速された電子のド・ブロイ波長を求めよ。

$$\text{解答: 運動エネルギー: } K = eV = 100 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \text{ より } p = \sqrt{2mK} = \sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-17}} = 5.4 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{5.4 \times 10^{-24}} = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.12 \text{ nm}$$

18.5 不確定性原理

定理 18.3 (ハイゼンベルクの不確定性原理 (1927 年)). 粒子の位置と運動量を同時に正確に測定することはできない。その不確定性の積には下限がある：

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

同様に、エネルギーと時間についても：

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

コメント 18.1. 不確定性原理は測定技術の限界ではなく、自然の本質的な性質である。粒子は「位置と運動量を同時に確定した値として持っていない」。

18.6 波動関数と確率解釈

定義 18.2 (波動関数). 量子力学では、粒子の状態は波動関数 $\psi(\mathbf{r}, t)$ で記述される。これはシュレーディンガー方程式に従う。

定理 18.4 (確率解釈 (ボルンの規則)). $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ は、時刻 t に位置 \mathbf{r} 付近で粒子を発見する確率密度を表す。

- 観察 18.4** (量子力学の特徴).
- 確率的記述：個々の測定結果は予測できないが、統計的な結果は正確に予測できる
 - 重ね合わせ：複数の状態が同時に存在しうる
 - 波動-粒子の二重性：光も物質も、状況により波動または粒子として振る舞う

18.7 応用と現代物理学への橋渡し

応用 18.1 (量子力学の応用).

- 半導体：バンド理論、トランジスタ、集積回路

- レーザー：誘導放出の原理
- 走査型トンネル顕微鏡：トンネル効果の利用
- MRI：核磁気共鳴

コメント 18.2. 量子力学は 20 世紀物理学の 2 本柱の 1 つであり（もう 1 つは相対性理論）、現代技術の基盤となっている。

18.8 演習問題

演習 18.1. 振動数 $6.0 \times 10^{14} \text{ Hz}$ の光子のエネルギーと運動量を求めよ。

演習 18.2. 仕事関数 4.5 eV の金属に光電効果が起こる最大波長（限界波長）を求めよ。

演習 18.3. 速さ 10^6 m/s で運動する電子のド・ブロイ波長を求めよ。