令和 2 年

機械工学実験 1

振動実験プリレポート

指導教員

Toshio Itou

芝浦工業大学

機械制御システム

bq18026 関宇

1　課題 1

固有振動数の物理的な意味を説明せよ. また, 機械設計において固有振動数を知ることが重要である理由を説明せよ.

固有振動数というのは振動系自身の性質によって特有の振動のことである．例えば外力に加えない時，一回インパルス信号を与えると，振動系が自由振動を行う．この時の振動数は固有振動数である．

機械設計する時に事故を防ぐことも重要となってくる．しかし加振力が固有振動数とともに振動する時に共振という現象が発生し，振幅が大きくなって事故が起こしやすいので，これを防ぐために固有振動数を知ることが重要である [1]．

2　課題 2

実験で使用するはりの材料は SUS405 と SS400 の 2 種類である. それぞれについて, 縦弾性係数と密度を調べよ. 必ず出典を明記すること [6][7].

表1　＜金属材料データベース＞

	SUS405	SS400
縦弾性係数 (kN/mm^2)	200	205
密度 (kg/m^3)	7750	7850

3　課題 3

図 1 のような幅 b, 厚さ h の一様な長方形断面のはりの中立軸 N-N' まわりの断面二次モーメント I を b と h を用いて表せ. また, 断面 2 次モーメントの物理的な意味を説明せよ [4].

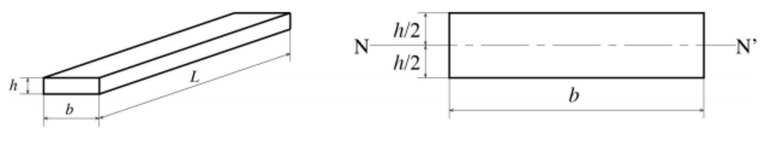

図1　はりの断面形状

まず，断面二次モーメント I は定義である（1）式は以下である．

$$I = \int_A y^2 dA \tag{1}$$

ここで，微小面積 dA は微小長さ dy を用いると，$dA = bdy$ と表せる．さらに積分範囲は中立軸まわりだから，$-\frac{h}{2} \sim \frac{h}{2}$．これより

$$I = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 b dy = \frac{bh^3}{12} \tag{2}$$

断面二次モーメントとは、曲げモーメントに対するはり部材の変形のしにくさを表した量である.

4　課題 4

(4) 図 2 のように片持ちばりの先端に鉛直下方に力 F を加えたところ, 先端に　の変位が生じた.F と　の関係を次式のように表したときの k が片持ちばりをばねとみなしたときのばね定数 (等価ばね定数) である [5].

$$F = k\delta \tag{3}$$

ばね定数 k を縦弾性係数 E, 断面二次モーメント I, はりの長さ L を用いて表せ.

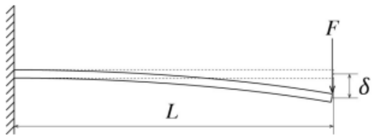

図2　先端に力が作用する片持ちばり

まず先端からの距離 L における曲げモーメント M=-FL，これをはりのたわみ方程式に代入して 2 回微分すればたわみ曲線の方程式が出る.

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = \frac{Fx}{EI} \tag{4}$$

1 回目

$$\frac{d\delta}{dx} = \int \frac{Fx}{EI} dx = \frac{F}{2EI} x^2 + C_1 \tag{5}$$

続いて 2 回目の積分

$$\delta = \int (\frac{F}{2EI} x^2 + C_1) dx = \frac{F}{6EI} + C_1 x + C_2 \tag{6}$$

これを求めるには積分定数の C_1, C_2 を境界条件から決める．また，最大たわみははりの先端，すなわち $x = 0$ で生じるから，

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI} \tag{7}$$

$F = k\delta$ から，$k = \frac{F}{\delta}$. よって，

$$k = \frac{3EI}{L^3} \tag{8}$$

5　課題 5

はりの横振動の運動方程式を導出せよ [2].

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}[EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}] + \rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \tag{9}$$

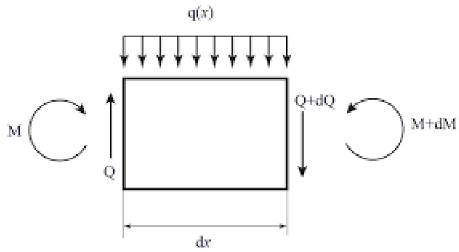

図3　はりの微小要素

ニュートンの方程式 $F = ma$ より，微小要素 y 方向の運動方程式は,

$$(\rho A dx)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = Q + \frac{\partial Q}{\partial x}dx - Q = \frac{\partial Q}{\partial x}dx \tag{10}$$

となる．そしてせん断力 $Q(x,t)$ をたわみ $y(x,t)$ であらわすため，まず座標 $x + dx$ の位置に関するモーメントのつり合いを考えると,

$$M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x}dx - M(x,t) + Q(x,t)dx = 0 \tag{11}$$

となり，次式を得る．

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial x}d = -Q(x,t) \tag{12}$$

材料力学の知識より，曲げモーメントとそれによって生じる変位との関係は次式で与えられる．

$$EI(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = M(x,t) \tag{13}$$

式を代入すると次式を得る

$$\rho A(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}(EI(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}) = 0 \tag{14}$$

これがはりの運動方程式である．とくに，はりが均質で一様な断面を持つ場合は，$EI(x)$ $A(x)$ は一定であるので，上式は以下のようになる．

$$\rho A\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + EI\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = 0 \tag{15}$$

6　課題 6

片持ちばりの横振動の境界条件として自由端において次の関係を与える [3].

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0 \tag{16}$$

自由端の境界条件がこのように表される理由を説明せよ.

境界条件としては，自由端の曲げモーメントは 0 である．よって，

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \tag{17}$$

そしてせん断力も 0 である．式

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} d = -Q(x,t) \tag{18}$$

より，せん断力は

$$Q(x,t) = -EI(x)\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \tag{19}$$

つまり

$$\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0 \tag{20}$$

7

参考文献

[1] 岩壺卓三, 松久寛, 井上喜雄, 宇津野秀夫, 河村庄造, 神吉博, 小泉孝之, 塩幡宏規 [振動工学の基礎]. (2019/2/20), p.5.116.117.118 森北出版株式会社

[2] 沢俊行 [再入門・材料力学基礎編]. (2007/10/22), p.107.133 ものづくりの教科書

[3] ステンレス協会 [ステンレスのヤング率、ポアソン比など機械的性質について]. http://www.jssa.gr.jp/contents/faq-article/q6/

[4] ステンレス協会 [主な機械材料の物理的性質]. http://www.me.cit.nihon-u.ac.jp/lab/ben/LectureCourse/New_1Mechanics/Material_Properties.pdf