制御工学３レポート２

BQ18026，関宇

Oct.20，2020

1　次の行列に対する状態遷移行列を計算せよ．また，これらの t -> ∞ における極限値と，その行列の固有値の関係について考察せよ．

a)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

b) 式より、

$$\frac{d}{dt}e^{At} = Ae^{At} = e^{At}A \tag{2}$$

ここで、三次元の行列指数関数を考える．

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{a_1 t} & & \\ & e^{a_2 t} & \\ & & e^{a_3 t} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} a_1 t & & \\ & a_2 t & \\ & & a_3 t \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\frac{d}{df}e^{At} = \begin{bmatrix} a_1 e^{a_1 t} & & \\ & a_2 e^{a_2 t} & \\ & & a_3 e^{a_3 t} \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$= \begin{bmatrix} a_1 t & & \\ & a_2 t & \\ & & a_3 t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{a_1 t} & & \\ & e^{a_2 t} & \\ & & e^{a_3 t} \end{bmatrix} = Ae^{At} \tag{5}$$

特に

$$e^{At}A = \begin{bmatrix} e^{a_1 t} & & \\ & e^{a_2 t} & \\ & & e^{a_3 t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 t & & \\ & a_2 t & \\ & & a_3 t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 e^{a_1 t} & & \\ & a_2 e^{a_2 t} & \\ & & a_3 e^{a_3 t} \end{bmatrix} \tag{6}$$

よって、性質ｂが証明できる。