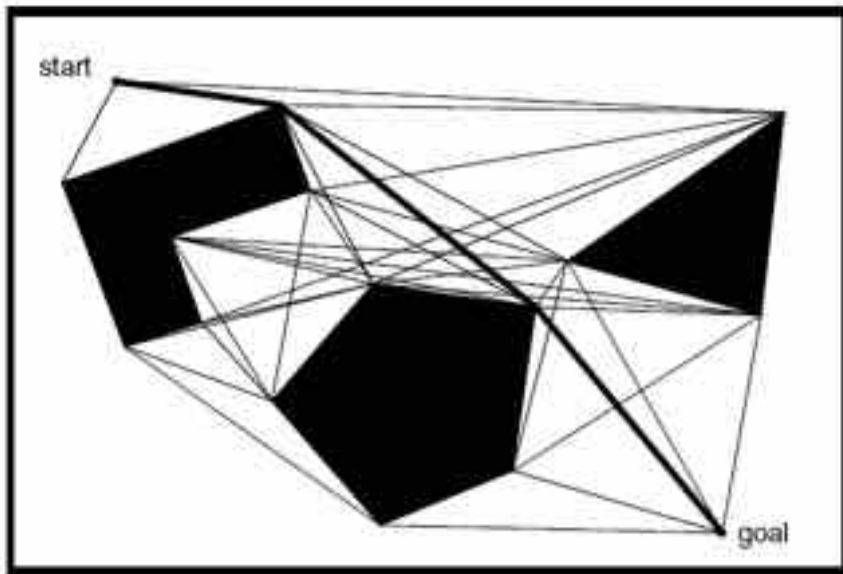




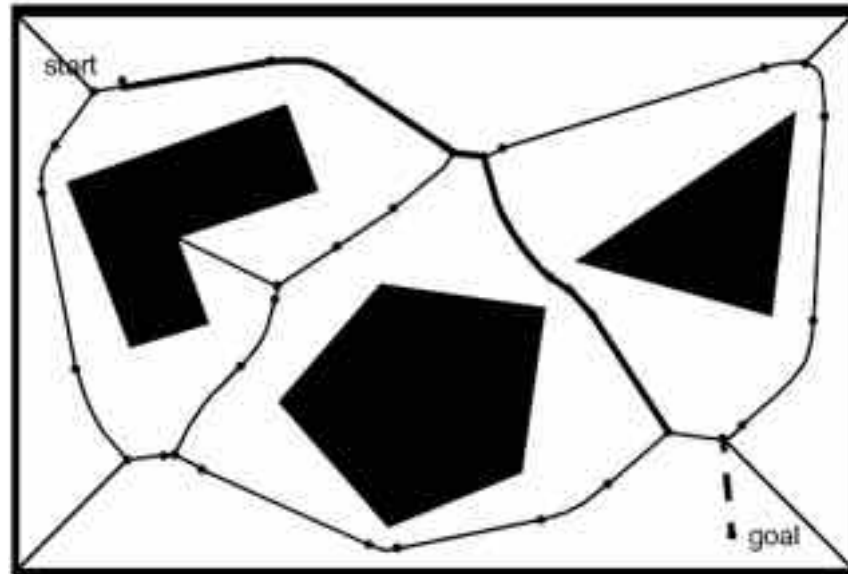
4.2 分辨率完备的路径规划

1. 行车图路径规划

- 基本思想：基于障碍物几何形状分解位形空间，将自由空间的连通性用一维曲线的网格表示，在加入起始点和目标点后，在该一维无向连通图中寻找一条无碰路径
- 构建行车图的典型方法：



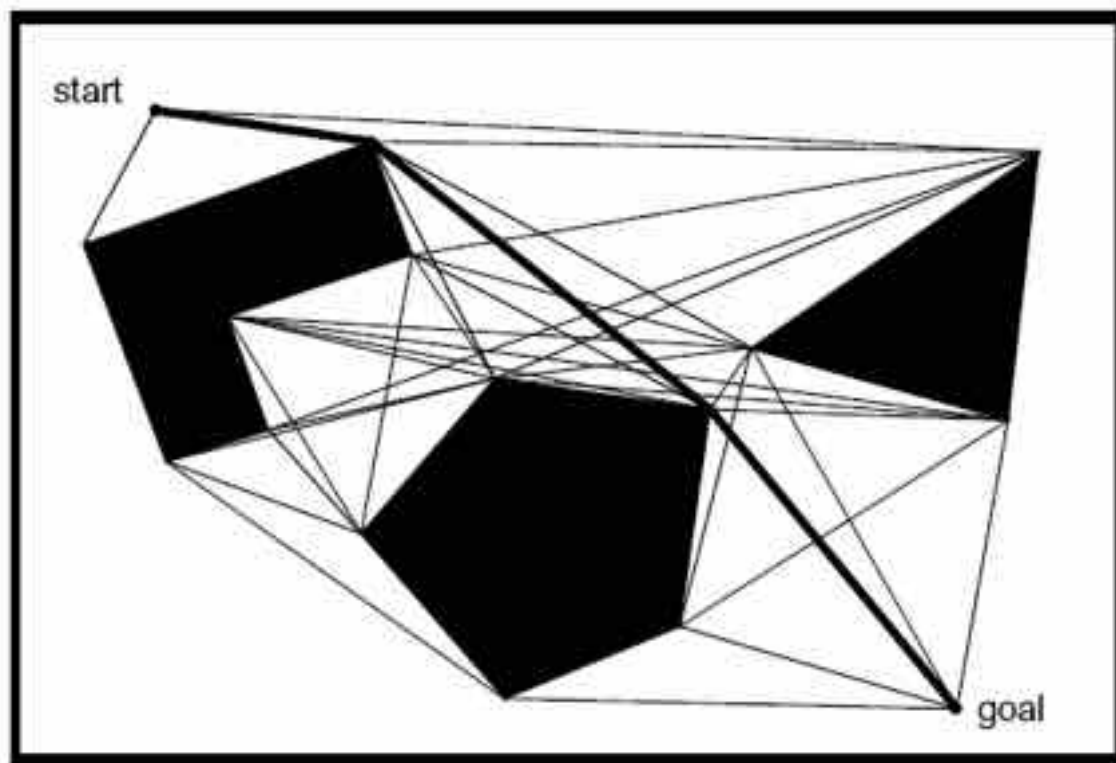
可视图 (Visibility graph)



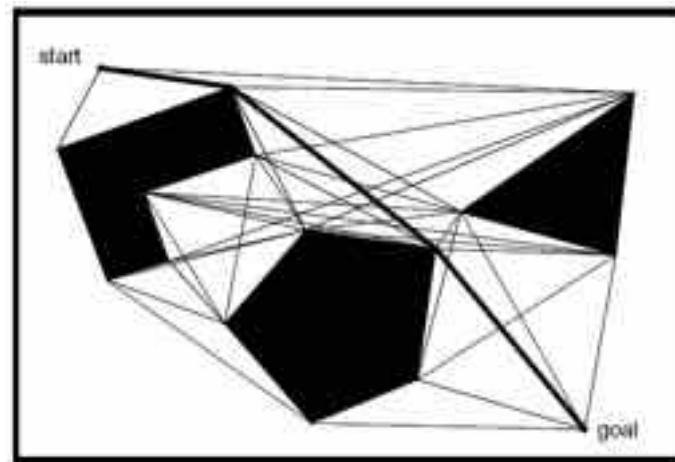
Voronoi diagram

1.1 可视图法

- 可视图由所有**连接可见顶点对的边**组成
 - 可见指顶点之间无障碍物
 - 初始位置和目标位置也作为顶点



1.1 可视图法



○ 优点:

- 非常简单，特别是当环境地图用多边形描述物体时
- 可得到在路径长度上最优的解

○ 缺点:

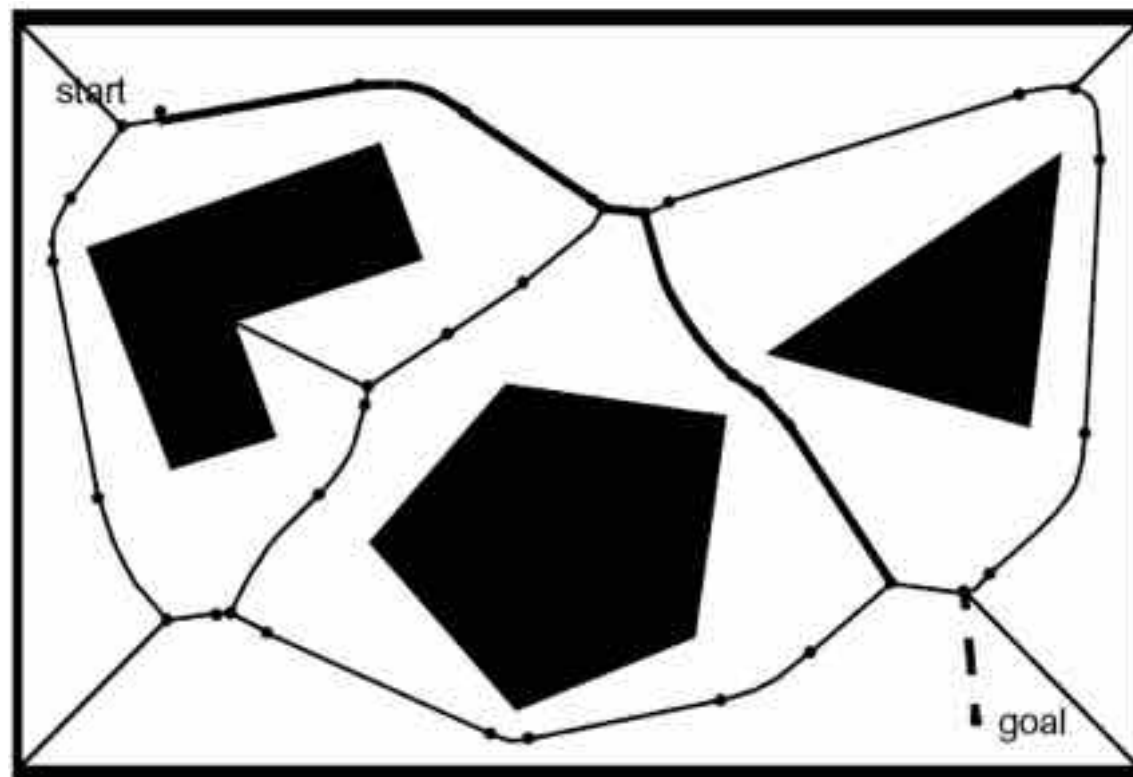
- 所得路径过于靠近障碍物，不够安全。

常用的解决方法:

- 以远大于机器人半径的尺寸膨胀障碍物，但容易造成可行路径的消失
- 在路径规划后修改所得路径，使其与障碍物保持一定的距离

1.2 Voronoi diagram

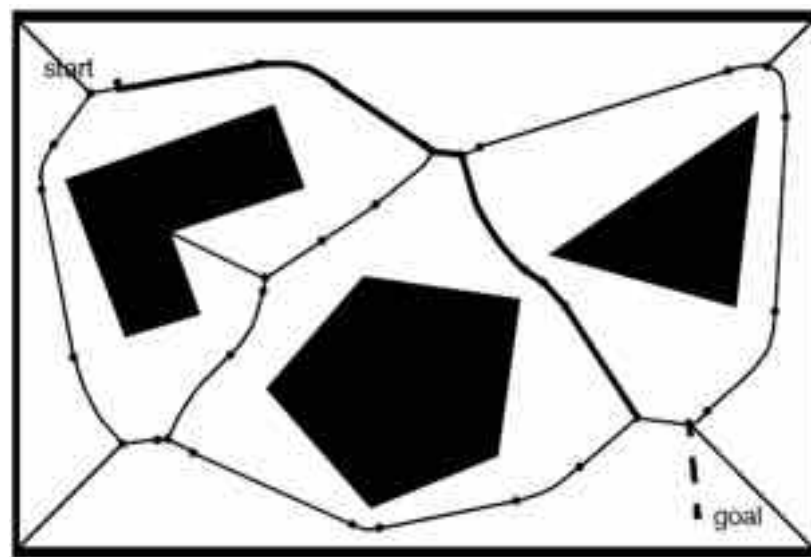
- 基本思想：取障碍物之间的中间点，以最大化机器人和障碍物之间的距离



1.2 Voronoi diagram

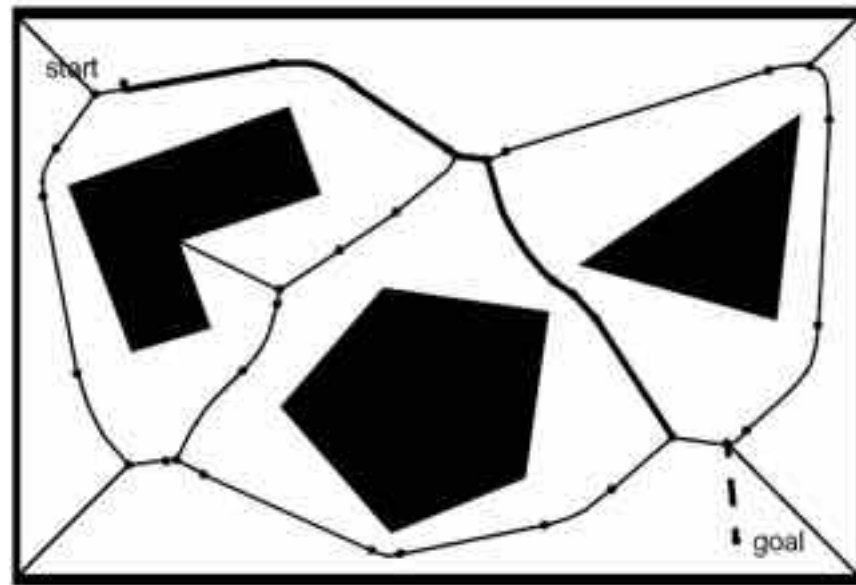
○ 构建方法：

- 对于自由空间中的每一点，计算它到最近障碍物的距离；
- 在垂直于二维空间平面的轴上用高度表示该点到障碍物的距离，类似于画直方图；
- 当某个点到两个或多个障碍物距离相等时，其距离点处出现尖峰，Voronoi diagram就由连接这些尖峰点的边组成。



1.2 Voronoi diagram

- 优点：安全性高
- 缺点：计算复杂、路径长度较可视图法长、不适用于短距离定位传感器



2. 单元分解路径规划

○ 基本思想

- 首先，将位形空间中的自由空间分为若干的小区域，每一个区域作为一个单元，**以单元为顶点、以单元之间的相邻关系为边**构成一张连通图；
- 其次，在连通图中寻找包含初始姿态和目标姿态的单元，搜索连接初始单元和目标单元的路径；
- 最后，根据所得路径的单元序列生成单元内部的路径

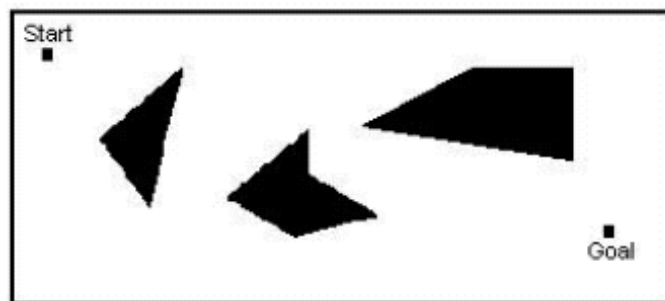
○ 主要方法

- 精确单元分解
- 近似单元分解

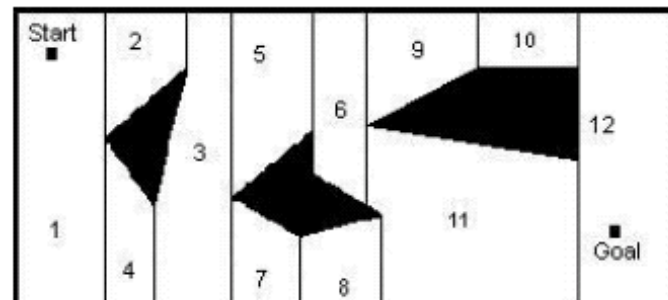


2.1 精确单元分解

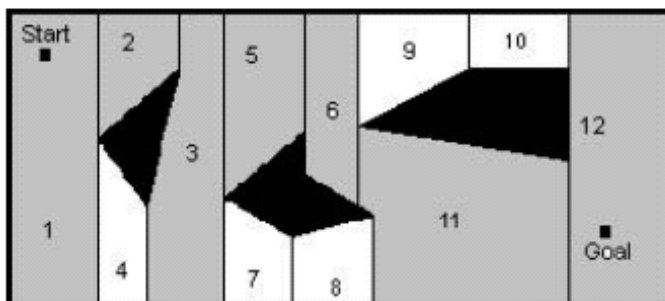
- 单元边界严格基于环境几何形状分解，所得单元完全空闲



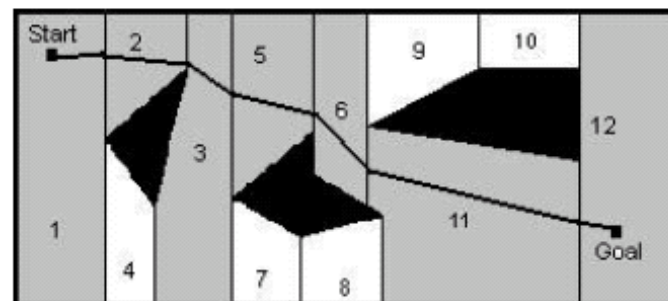
(a)



(b)



(c)



(d)

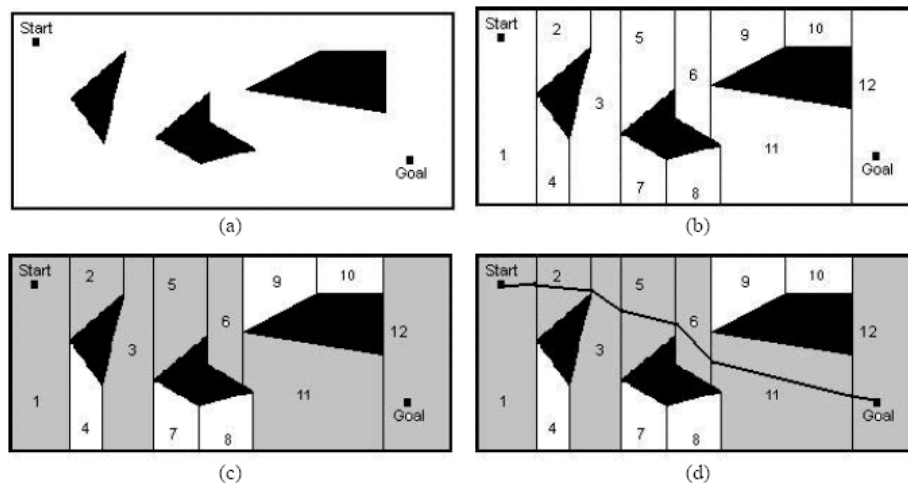


2.1 精确单元分解

○ 优点:

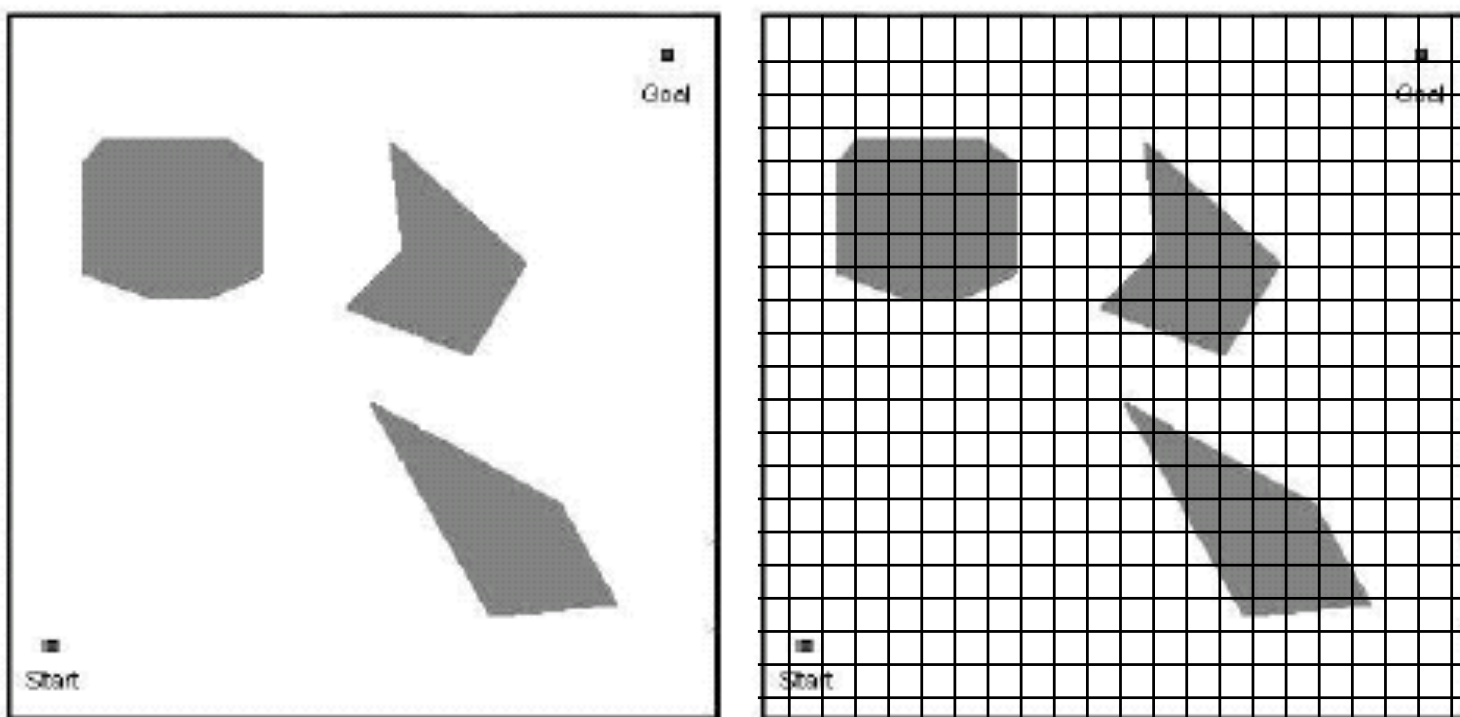
- 机器人不需要考虑它在每个空闲单元中的具体位置，只需要考虑如何从一个单元移动到相邻的空闲单元
- 单元数与环境大小无关

○ 缺点: 计算效率极大地依赖于环境中物体的复杂度



2.2 近似单元分解

- 栅格表示法，将环境分解成若干个大小相同的栅格



并不是每个单元都是完全被占或者完全空闲的，因此分解后的单元集合是对实际地图的一种近似

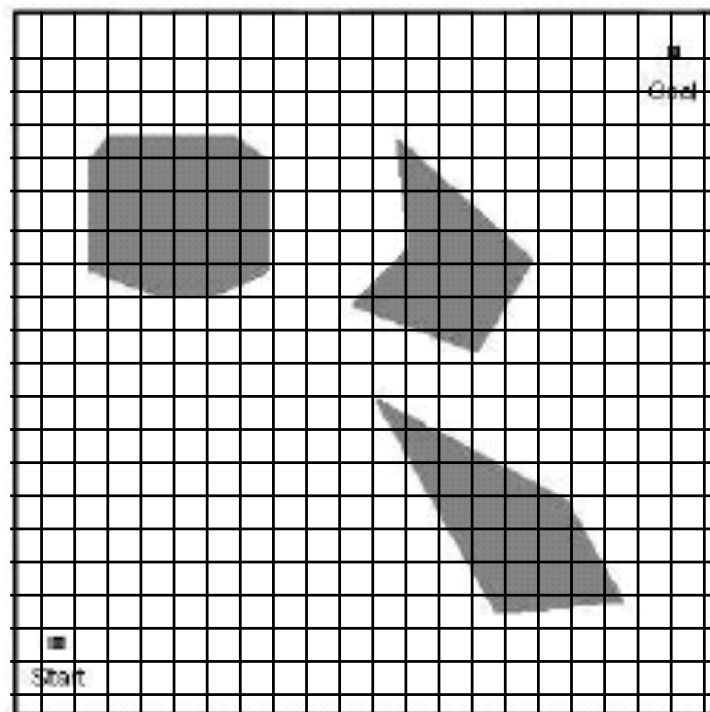
2.2 近似单元分解

○ 优点

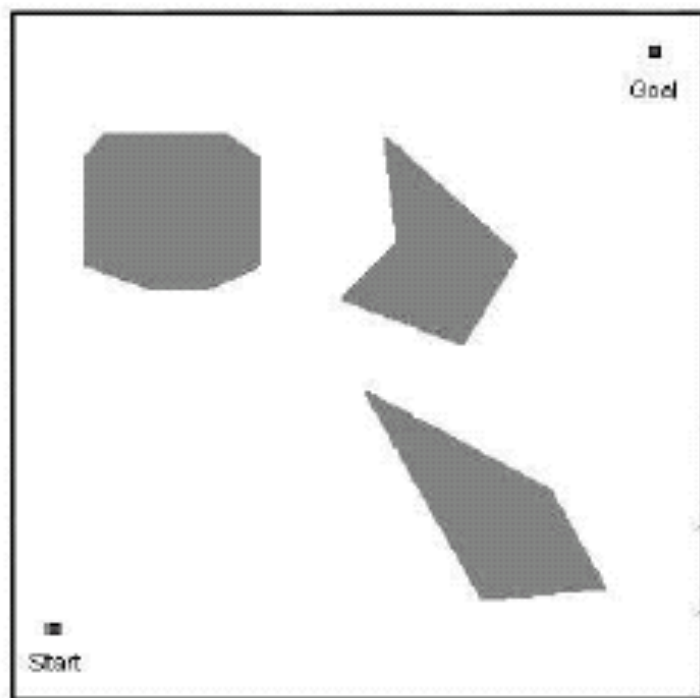
- 非常简单，与环境的疏密和物体形状的复杂度无关

○ 缺点：

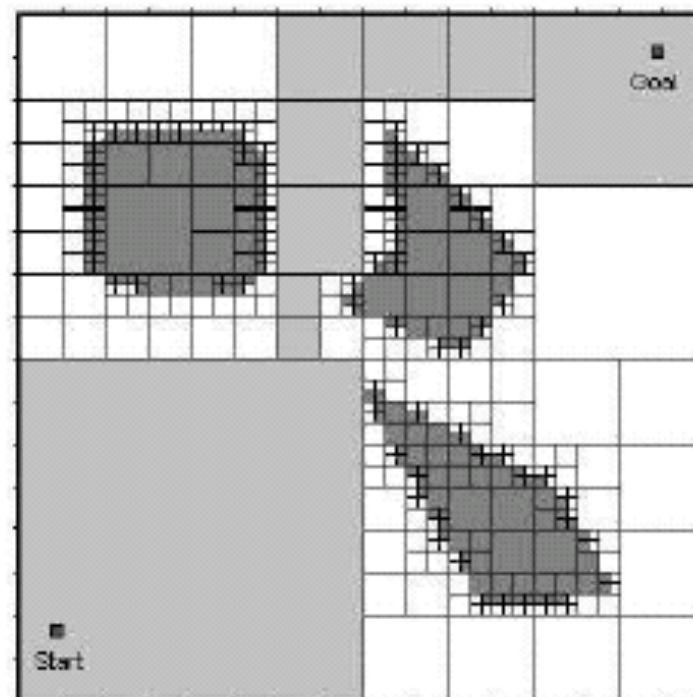
- 对存储空间有要求



可变大小的近似单元分解



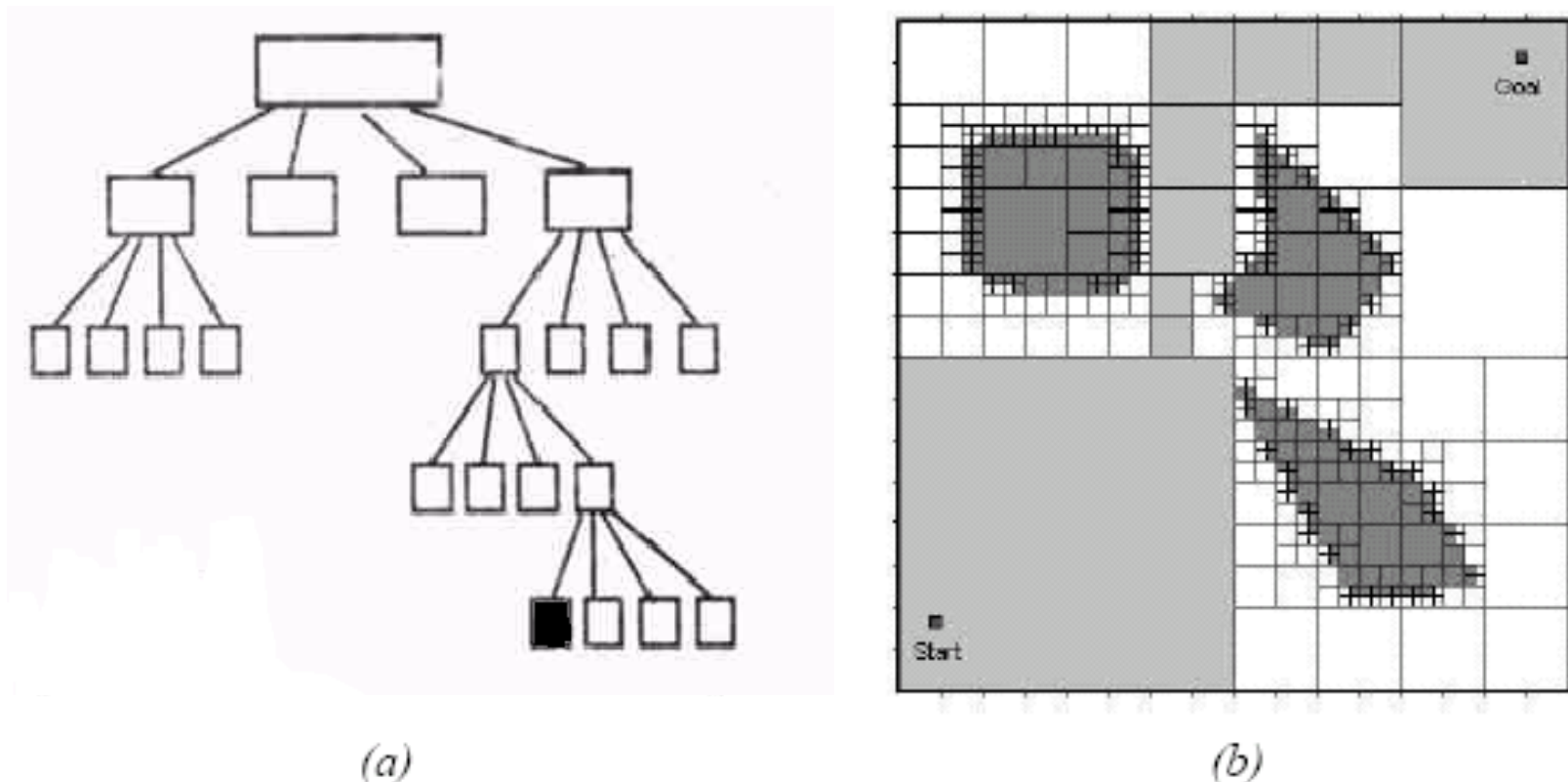
(a)



(b)

四叉树表示法：递归地把环境分为4个大小相等的子区域。直到每个区域中所包含的基本元素全为0或全为1。

可变大小的近似单元分解

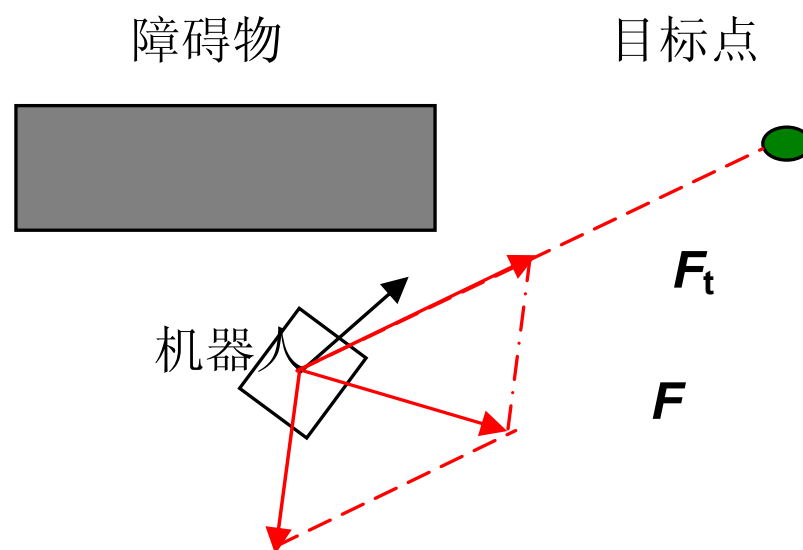


四叉树表示法：递归地把环境分为4个大小相等的子区域。直到每个区域中所包含的基本元素全为0或全为1。

3. 人工势场法

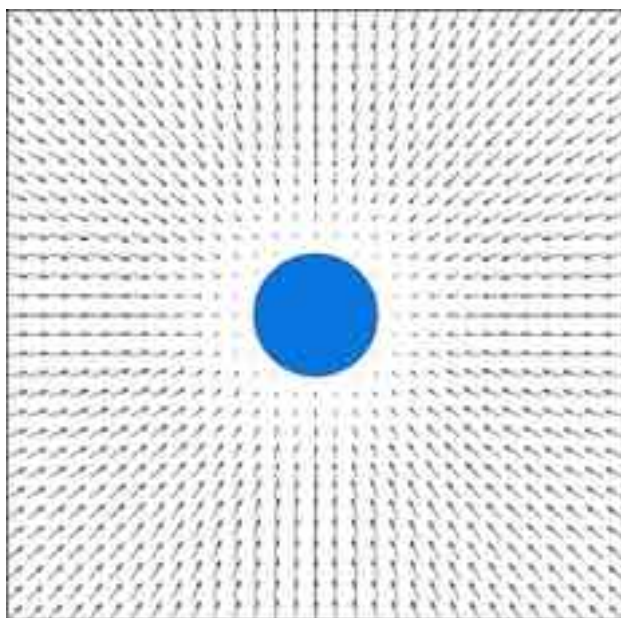
○ 基本思想：

- 目标点对机器人产生吸引吸引力，障碍物对机器人产生排斥力
- 所有力的合成构成机器人的控制律



3. 人工势场法

- 步骤1：构建人工势场(Artificial Potential Field)
 - 目标点：吸引势场



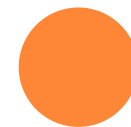
$$U_{att}(\mathbf{x}) = \begin{cases} K_a |\mathbf{x} - \mathbf{x}_d|^2 & |\mathbf{x} - \mathbf{x}_d| \leq d_a \\ K_a (2d_a |\mathbf{x} - \mathbf{x}_d| - d_a^2) & |\mathbf{x} - \mathbf{x}_d| > d_a \end{cases}$$

K_a 为系数

\mathbf{x} 为被评估点

\mathbf{x}_d 为目标点

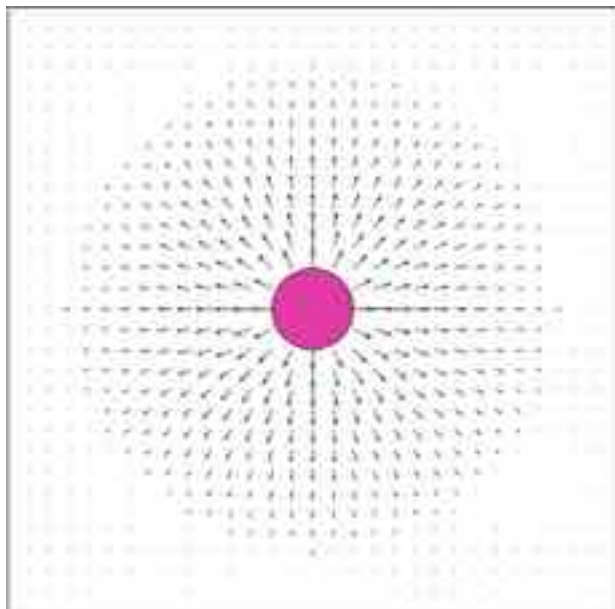
d_a 为距离阈值



人工势场法

○ 步骤1：构建人工势场(Artificial Potential Field)

- 目标点：吸引势场
- 障碍物：推斥势场



$$U_{rep}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{2} K_r \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 & \rho \leq \rho_0 \\ 0 & \rho > \rho_0 \end{cases}$$

ρ 被评估点和障碍物点之间的距离

ρ_0 预定义距离阈值



3. 人工势场法

○ 步骤2：根据人工势场计算力

● 对势场求偏导数

$$F_{att}(\mathbf{x}) = -\nabla U_{att}(\mathbf{x}) = \begin{cases} -2K_a(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) & |\mathbf{x} - \mathbf{x}_d| \leq d_a \\ -2K_a d_a \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_d}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_d|} & |\mathbf{x} - \mathbf{x}_d| > d_a \end{cases}$$

$$F_{rep}(\mathbf{x}) = -\nabla U_{rep}(\mathbf{x}) = \begin{cases} K_r \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{x}} & \rho \leq \rho_0 \\ 0 & \rho > \rho_0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{x}} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \quad \frac{\partial \rho}{\partial y} \right)^T = \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_0}{\rho}$$

\mathbf{x}_0 为最近障碍物的坐标向量



3. 人工势场法

- 步骤3：计算合力，并进而由力计算得到控制律

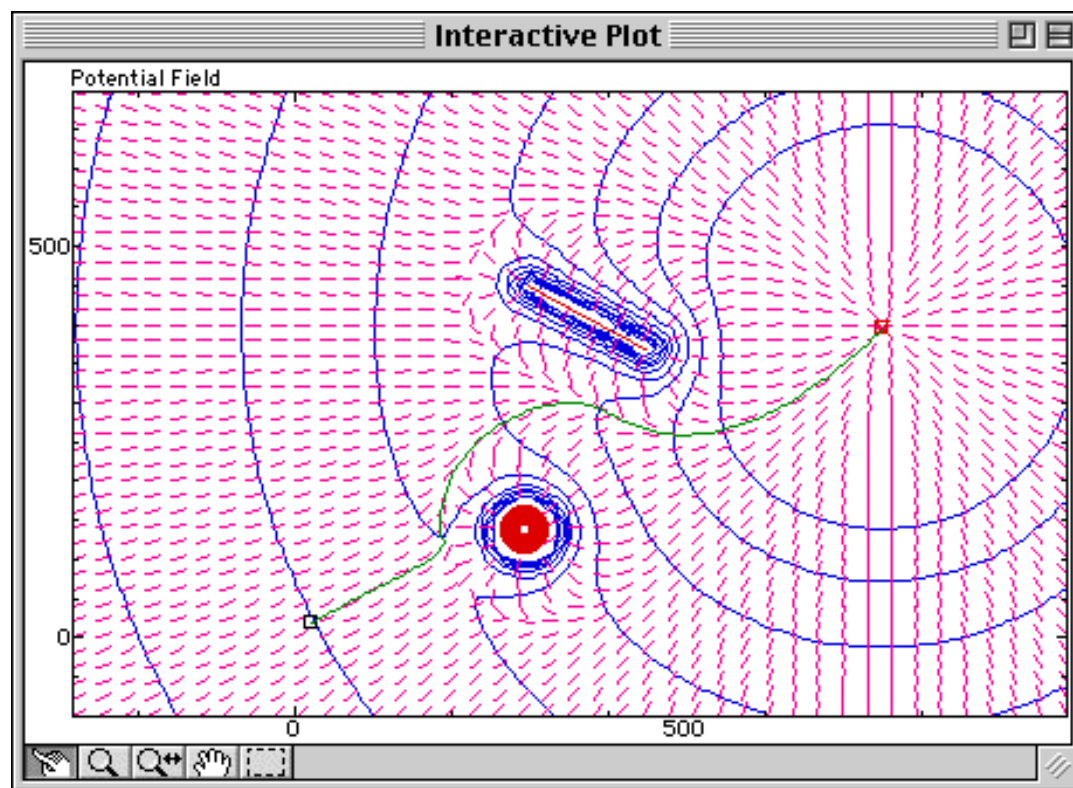
$$\begin{aligned} F(\mathbf{x}) &= -\nabla U(\mathbf{x}) \\ &= -\nabla U_{att}(\mathbf{x}) - \nabla U_{rep}(\mathbf{x}) \\ &= F_{att}(\mathbf{x}) + F_{rep}(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

力的方向就是机器人运动方向，大小可以对应加速度控制

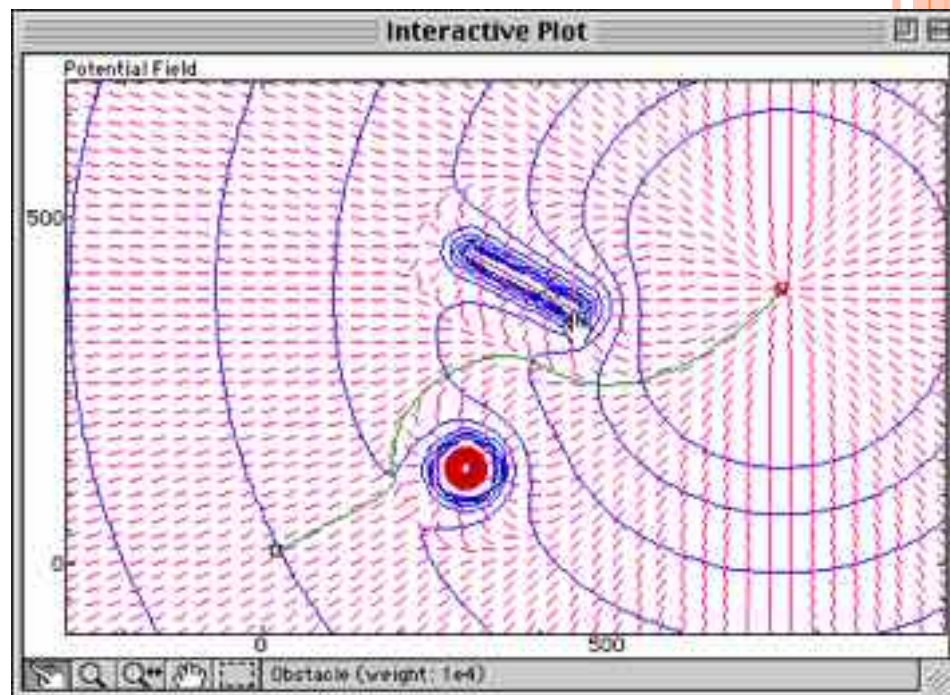
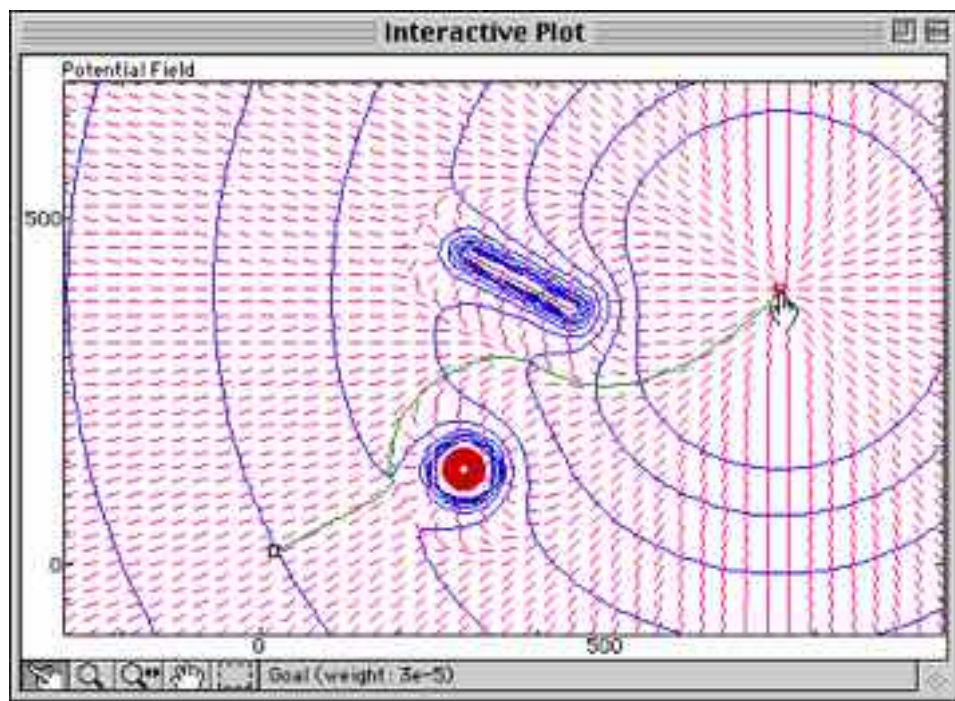


3. 人工势场法

- 机器人是受人工势场影响的一个点，沿着势场方向就可以避开障碍物达到目标点



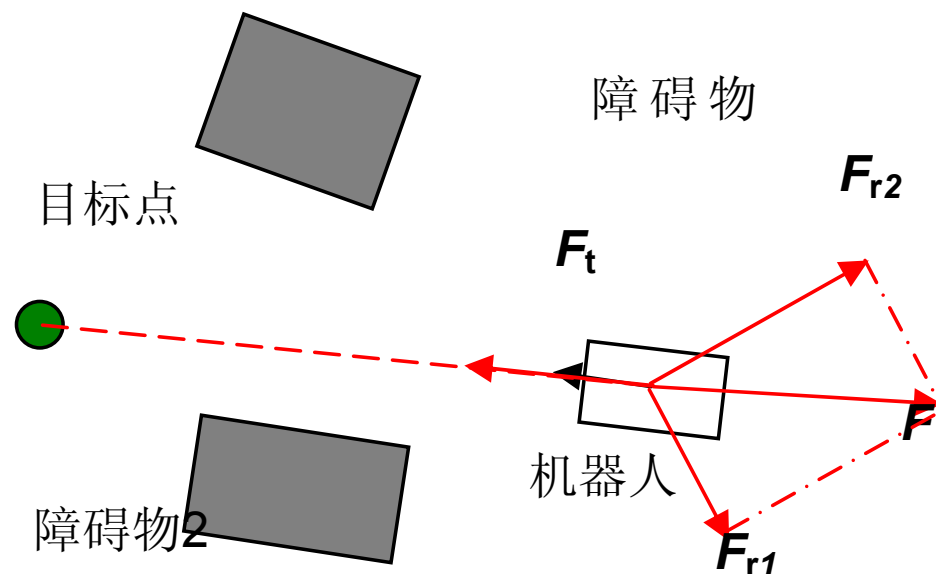
3. 人工势场法



- 不仅是一种路径规划方法，所构建的势场也构成了机器人的控制律，能够较好地适应目标的变化和环境中的动态障碍物，可以作为实时避障算法



3. 人工势场法



- 缺点：存在局部最小，容易产生振荡和死锁