2.4 轮式移动机动性讨论

移动机器人的机动性（灵活性）

- 包括两个方面
  - 可移动性: 通过控制轮子的速度实现的移动能力
  - 可操纵性: 通过控制轮子的方向实现的移动能力
- 机动度是机动性的量化描述，是可以实现的移动自由度
- 机动度=可移动度+可操纵度

可移动度

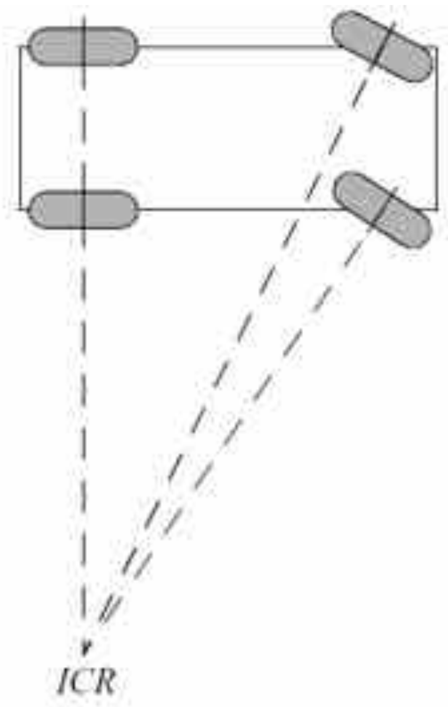
- 通过控制轮子的速度可以实现的移动自由度
- 根据定义直观分析
  - 差分驱动移动机器人
  - 自行车底盘
  - 由三个Swedish轮构成的机器人

注意：可移动度与机器人轮子数无关

主要是受移动底盘轮子的无侧滑约束限制

可移动度分析

- **利用零运动直线和转动瞬时中心(ICR, Instantaneous Center of Rotation)分析**



零运动直线：几何上经过轮子的轴心并垂直于轮平面的线，当受无侧滑约束时，轮子在该直线上不能存在运动

ICR：

轮子总是沿着半径为R的某个圆瞬时运动

$R=\infty$时，轮子沿着直线运动

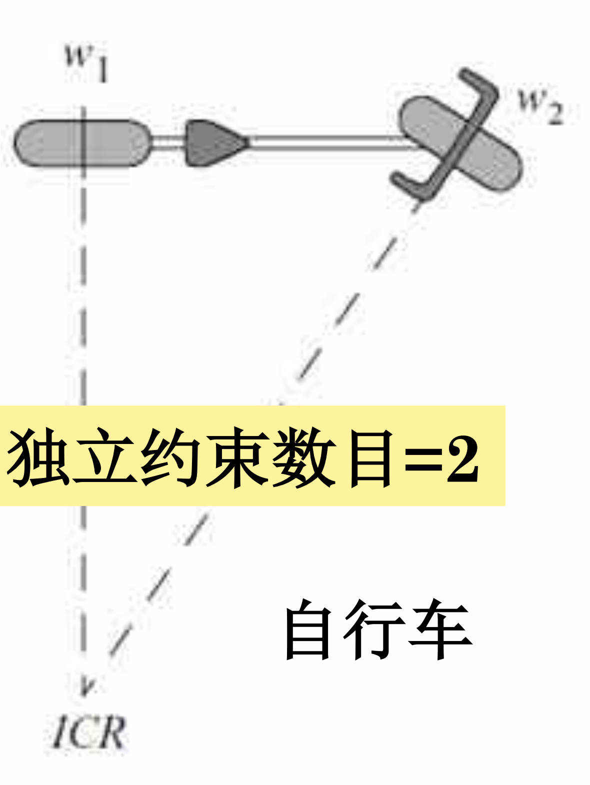
ICR位于轮子的零运动直线上

每个机器人有且只有一个ICR

可移动度分析

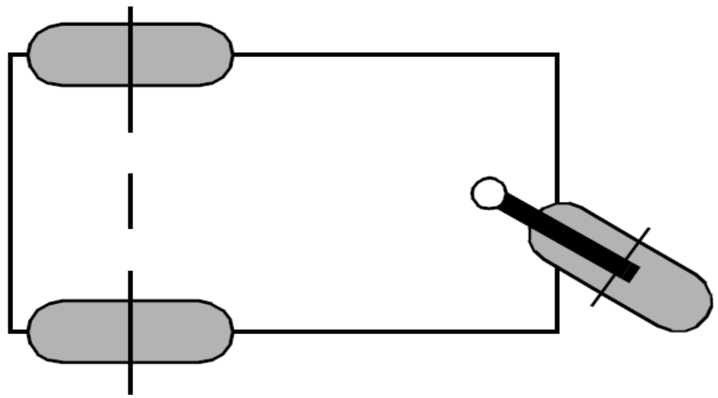
- 机器人的可移动度是机器人运动上约束数目的函数，而不是轮子数目的函数

  可移动度=工作空间维度-独立约束数目



独立约束数目=2

自行车



差轮驱动机器人

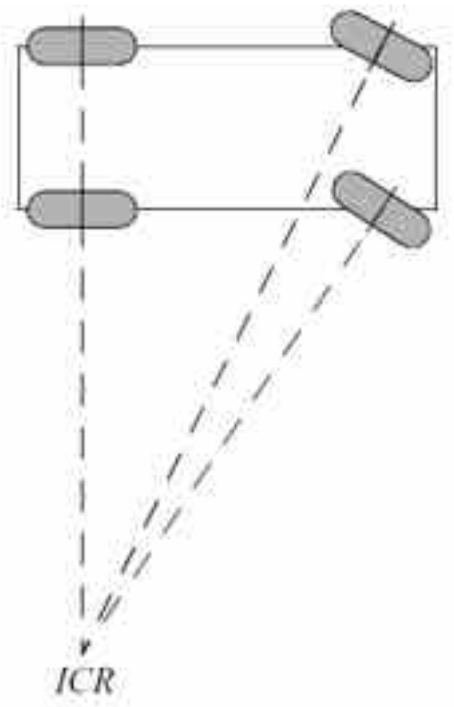
（2个驱动轮+1个随动脚轮）

独立约束数目=1

可移动度分析

- 机器人的可移动度是机器人运动上约束数目的函数，而不是轮子数目的函数

  可移动度=工作空间维度-独立约束数目



独立约束数目=2，可移动度=1

每个机器人有且只有一个ICR

一个前轮的零运动直线受后轮和另一个前轮的零运动直线约束

可移动度计算

- **机器人的可移动度是机器人运动上约束数目的函数，而不是轮子数目的函数**

  可移动度=工作空间维度-独立约束数目

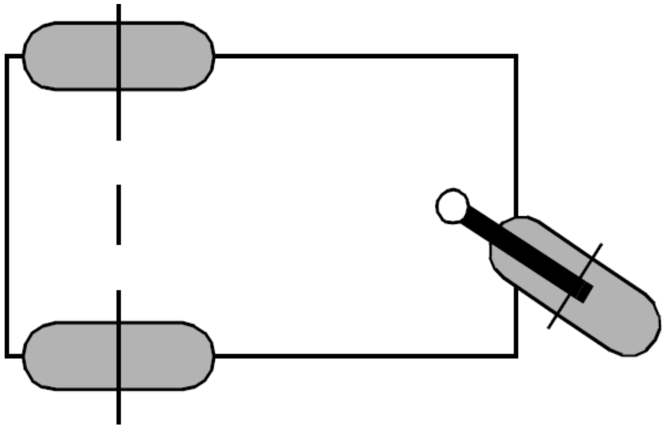
$$\delta_m = dimN[C_1(\beta_s)] = 3 - rank[(C_1(\beta_s))]$$

无侧滑约束矩阵$[C_1(\beta_s)]$的秩就是独立约束的数目

无侧滑约束方程表示

$$C_1(\beta_s)R(\theta)\dot{X}_I=0 \qquad C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix}$$

可移动度计算



差轮驱动机器人

$$l_1 = l_2, \alpha_2 = \alpha_1 + \pi, \beta_1 = \beta_2 = 0$$

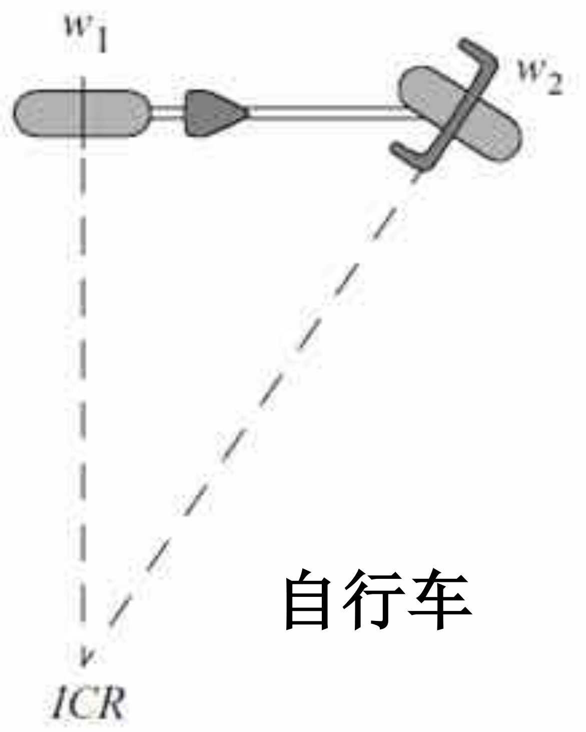
$$C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & \sin(\alpha_1) & 0 \\ \cos(\alpha_1 + \pi) & \sin(\alpha_1 + \pi) & 0 \end{bmatrix}$$

$$rank(C_1(\beta_s)) = 1$$

$$\delta_m = \dim N[C_1(\beta_s)] = 3 - rank(C_1(\beta_s))$$

$$\delta_m = 2$$

可移动度计算



自行车

$$l_1 = l_2,\ \beta_1 = \beta_2 = \frac{\pi}{2},\ \alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = \pi$$

$$C_1(\beta_s) = C_{1f}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\pi/2) & \sin(\pi/2) & l_1 \sin(\pi/2) \\ \cos(3\pi/2) & \sin(3\pi/2) & l_1 \sin(\pi/2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & l_1 \\ 0 & -1 & l_1 \end{bmatrix}$$

$$rank\left[\left(C_1(\beta_s)\right)\right] = 2$$

$$\delta_m = 1$$

可移动度

- $\text{rank}[C_1(\beta_s)] = 2$时，车辆只能沿着一个圆或者一条直线行走，这种结构被称为移动性退化
- $rank[C_1(\beta_s)] = 3$时，极端情况，机器人在三个方向都是完全受约束的，完全无法在平面中运动
- 不会存在3个以上的独立约束

可操纵度

- 通过控制轮子的方向能够实现的移动自由度

$$\delta_s = rank(C_{1s}(\beta_s))$$

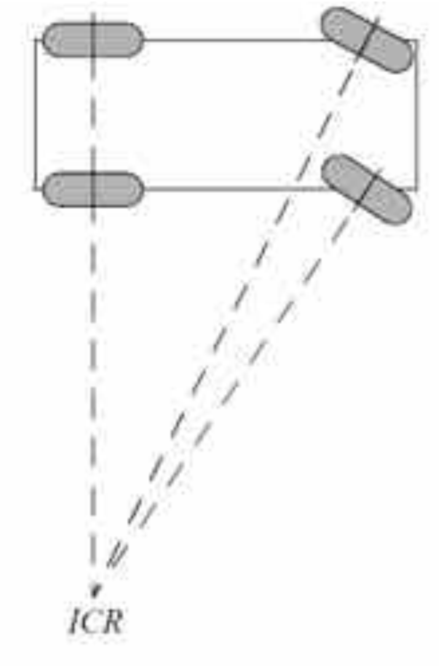
- 对机器人移动姿态的影响是间接的
- 增加可操纵的标准轮可以在增加可操纵度的同时减少可移动度

无侧滑约束方程表示

$$C_1(\beta_s)R(\theta)\dot{X}_I=0 \qquad C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix}$$

可操纵度

- δ_s取值范围为0～2
- $\delta_s = 0$时，移动底盘上没有可操纵方向的转向标准轮
- 一般机器人配置的可操纵方向的转向标准轮不超过2个。



$$N_f = 2, N_s = 2$$

$$rank[C_1] = 2, rank[C_{1s}] = 1$$

$$\delta_m = 1, \delta_s = 1$$

机动度

- 移动机器人的总自由度

$$\delta_M = \delta_m + \delta_s$$

- $\delta_M = 3$时，其ICR可以被设置在平面的任意点
- $\delta_M = 2$时，其ICR总是在限制在一条直线上

移动机器人的完整性（HOLONOMIC）

- 完整性：对于移动机器人，特指机器人底盘的运动学约束
- 完整运动学约束：可明确表示为仅包含位置变量的函数
- 非完整运动学约束：需要微分关系，并且无法通过积分得到一个只包含位置变量的约束

固定标准轮无侧滑约束 $\begin{bmatrix} \cos(\alpha+\beta) & \sin(\alpha+\beta) & l\sin\beta \end{bmatrix} R(\theta)\dot{\mathbf{X}}_I = 0$

- 完整机器人：没有任何非完整运动学约束
- 非完整(non-holonomic)机器人：存在至少一个非完整运动学约束

移动机器人的完整性

- 也可以基于机器人的移动自由度和工作空间维度之间的关系来描述完整机器人：
  一个机器人是完整的，当且仅当其可移动度等于工作空间维度。

要求掌握内容

- 什么是运动学建模？
- 轮式移动机器人运动学建模要素
- 主要轮子类型，各类轮子的特点、自由度、运动学约束方程及推导方法
- 主要轮式移动结构及运动学建模方法
- 机动度、可移动度、可操纵度的概念和计算/分析方法
- 完整性的概念和判断方法

END !