フェージング環境における
符号化Slotted ALOHAシステムの性能解析

高橋 侑平

修士論文試問会

2023年 2月 1日

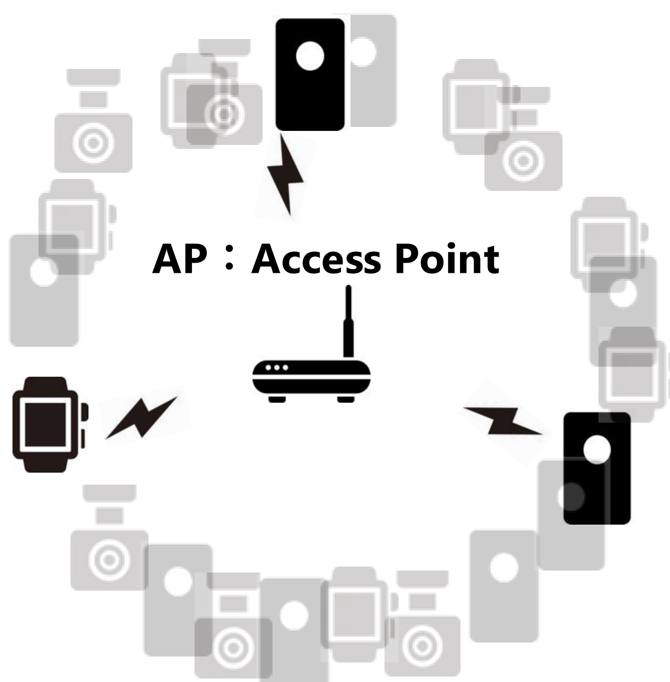
目次

- 符号化Slotted ALOHAシステム（本システムの説明）
  - 符号化と復号
  - 評価指標
- BP閾値の定式化
  - （レイリーフェージング環境）
- Converse限界の定式化
- MAP閾値の定式化
- 数値結果

研究背景

- IoTの発展による超大規模センサネットワークの普及
  - ✓ 膨大な送信デバイス数
  - ✓ ある時刻では一部のデバイスのみが送信

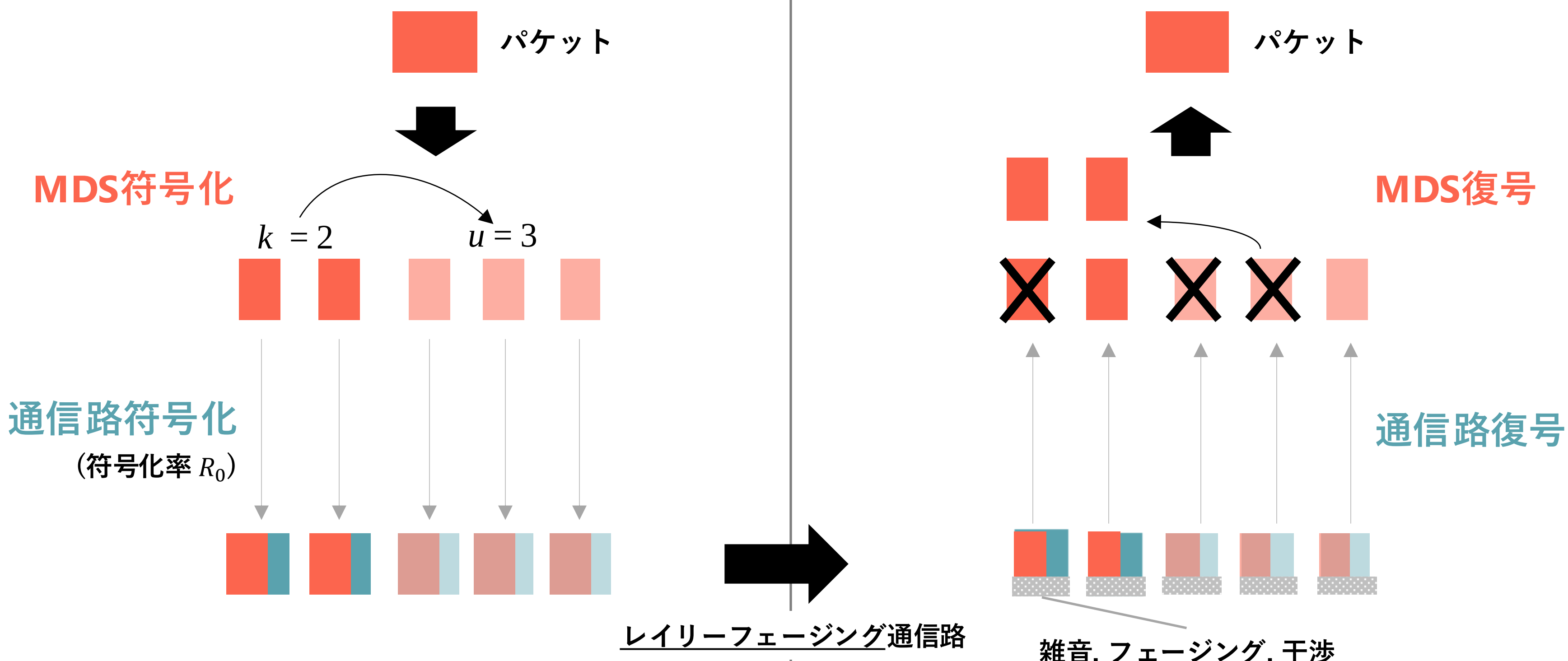
→ ランダムアクセス通信



超大規模センサネットワーク

パケットの符号化と復号

- 符号化
- 復号



MDS符号：最大距離分離符号

SINR：信号対干渉雑音電力比

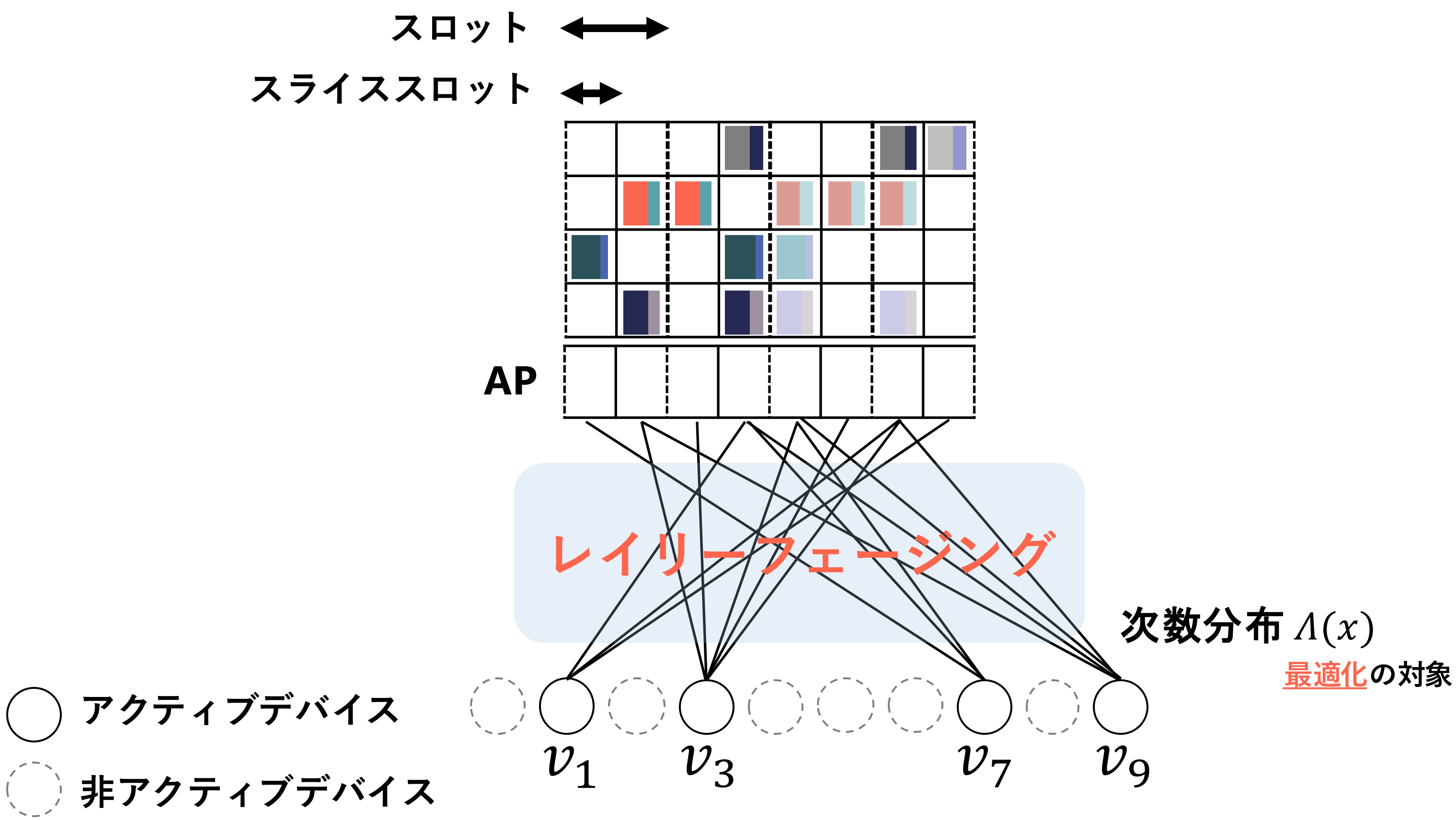
$$\mathrm{SINR} = \frac{\text{受信電力}}{\text{干渉電力} + \text{雑音電力}} > \eta_0$$

$$(\eta_0 = 2^{R_0} - 1)$$

通信路符号の復号閾値

符号化Slotted ALOHA (C-SA) [Paolini11]

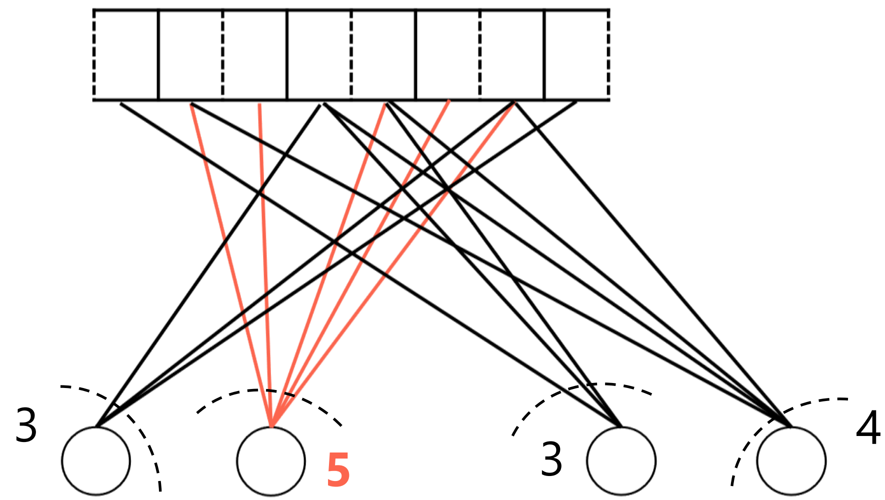
➢ 送信方式



[Paolini11] E. Paolini, G. Liva, and M. Chiani, "High throughput random access via codes on graphs: Coded slotted ALOHA," in 2011 IEEE International Conference on Communications (ICC), 2011, pp. 1–6.

フェージングなし

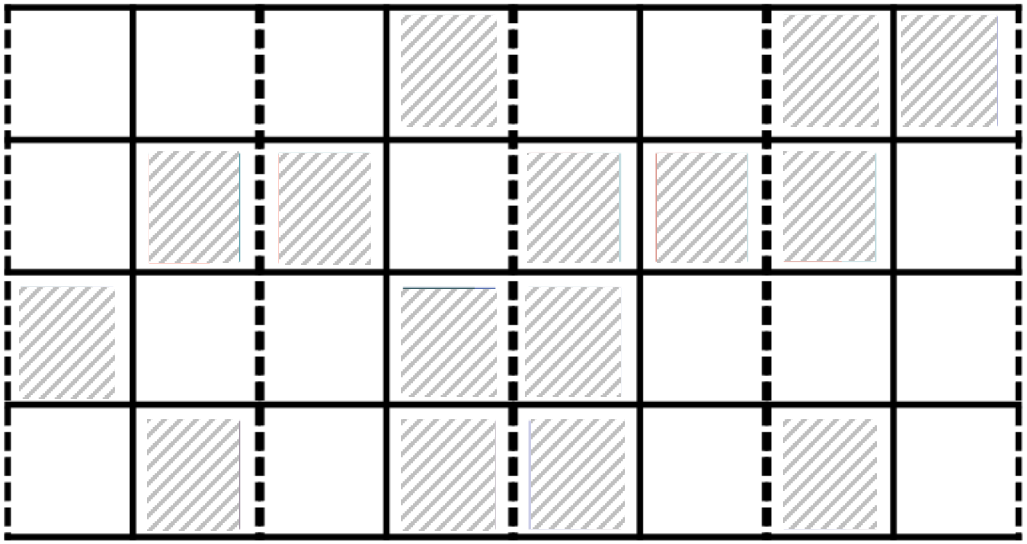
次数分布の例



$$\Lambda(x) = \frac{2}{4}x^3 + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}x^5$$

フェージング環境下での復号過程

$k = 2$



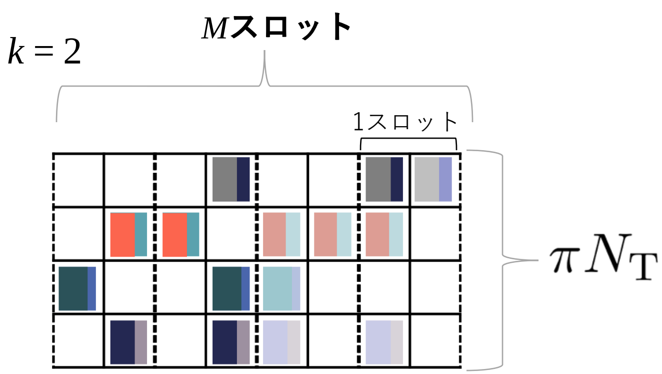
スロット内とスロット間のSICを交互に行い復号

評価指標

N_{T}：総デバイス数

$\alpha = N_{\mathrm{T}}/M$

➢ 通信トラフィック G



1パケット/ 1デバイス
アクティブデバイス数

$$G = \frac{\pi N_{\mathrm{T}}}{M} = \pi\alpha$$

アクティブ確率

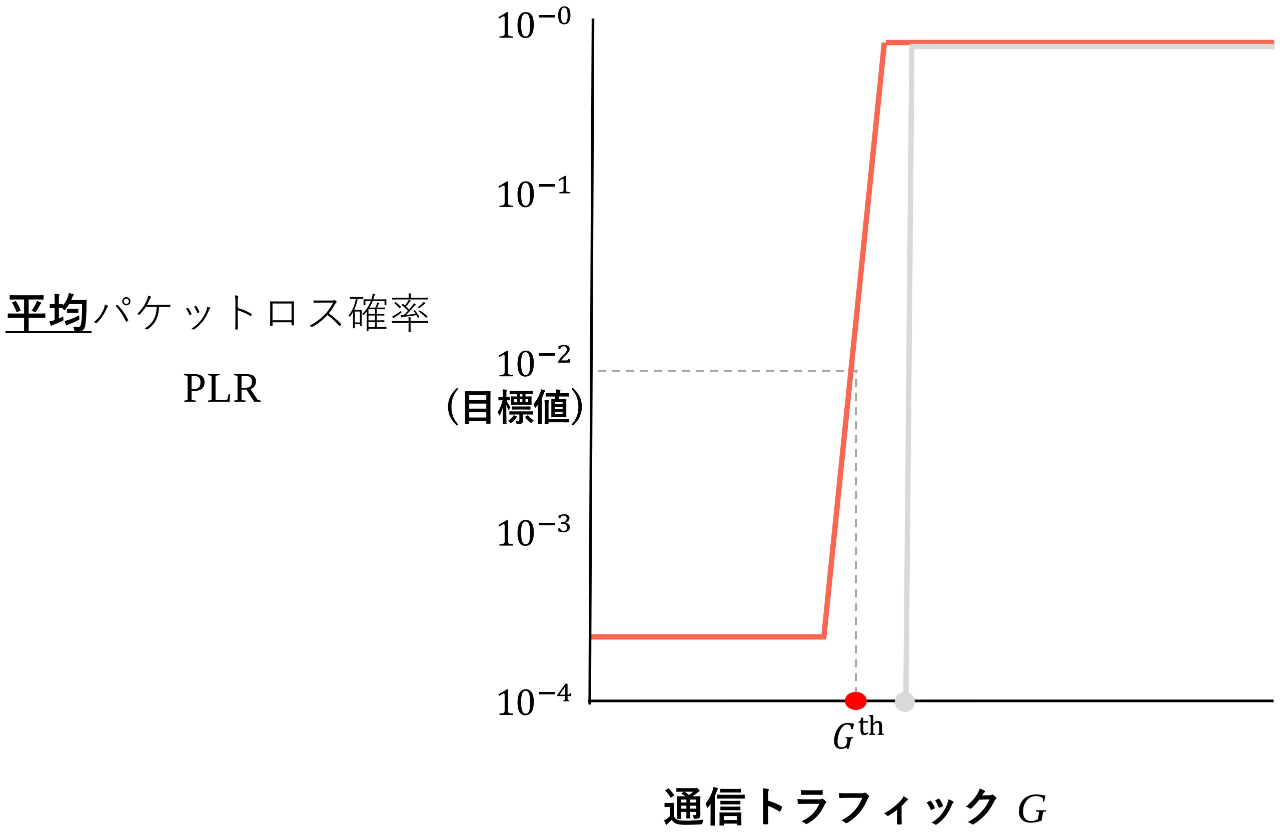
1スロット当たりに正しく受信するパケット数

✓ $G \xrightarrow[\Lambda(x)\text{最適化}]{\mathrm{PLR}\to 0}$ 最大化

PLR：平均パケットロス確率

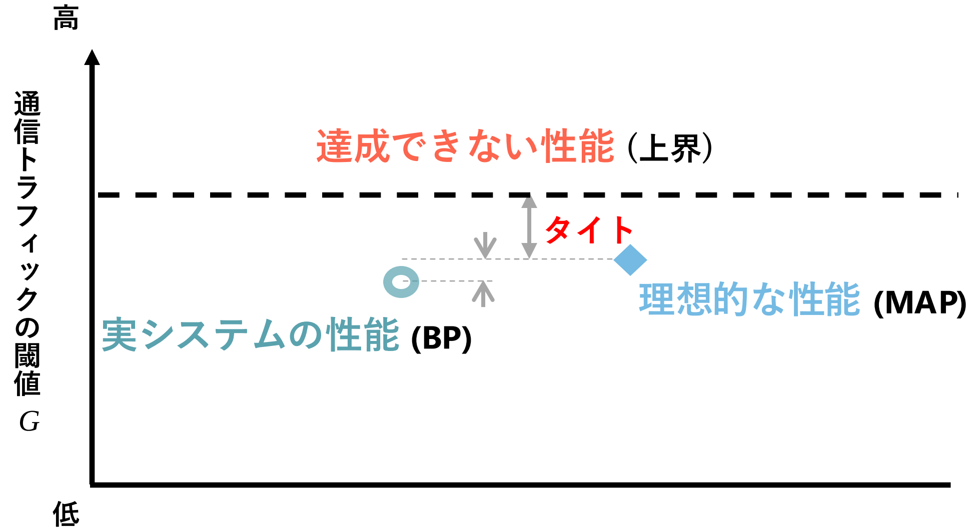
閾値の定義

- 通信トラフィックの閾値 G^{th}



閾値

漸近的性能 (スロット数 $M \to \infty$)



- 漸近的閾値上界 $G^{\mathrm{C,blk}}$: 達成できない性能（下限）
  - ✓ 達成可能なMAP閾値と非常にタイト
- MAP閾値 $G^{\mathrm{MAP,blk}}$: MAP復号(理想的な復号)の性能

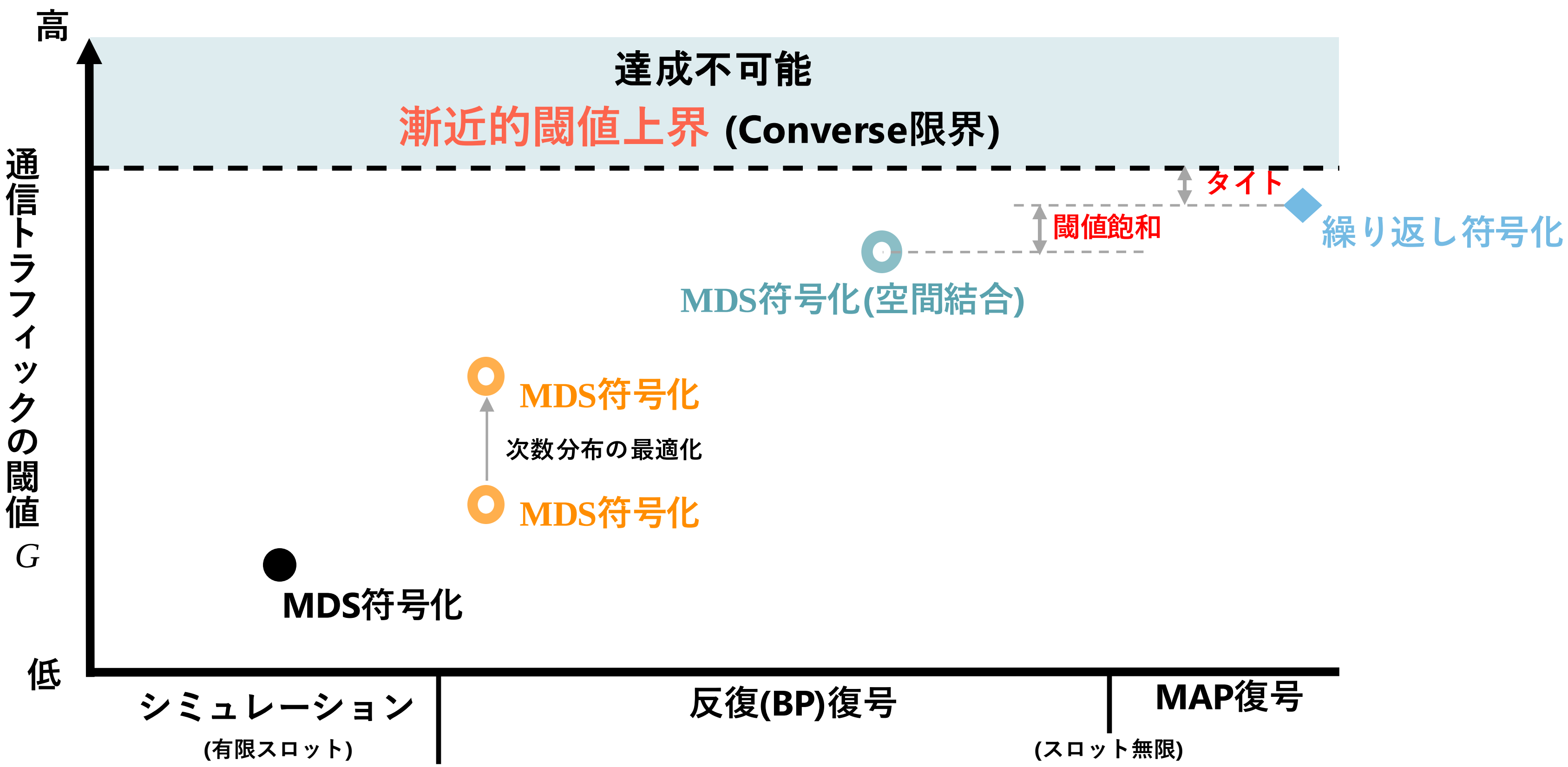
  計算量膨大

- BP閾値 $G^{\mathrm{BP,blk}}$: 反復復号(具体的な送信方式)の性能

MAP：最大事後確率

本研究の貢献

レイリーフェージング環境



- 空間結合
  - ✓ 全デバイス同じ送信セグメント数

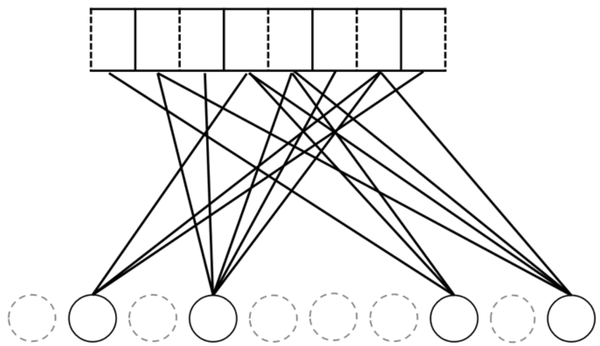
  → 最適化<u>不要</u>，同じ送信電力

目次

- 符号化Slotted ALOHAシステム（本システムの説明）
  - 符号化と復号
  - 評価指標
- BP閾値の定式化
  - （レイリーフェージング環境）
- Converse限界の定式化
- MAP閾値の定式化
- 数値結果

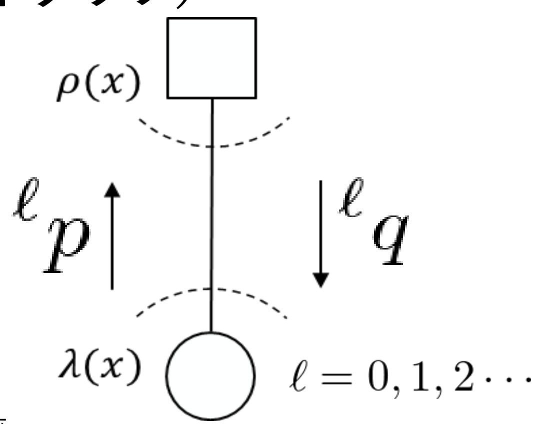
確率伝搬モデル

- **シミュレーション（タナーグラフ）**



$\alpha = N_{\mathrm{T}}/M$ 一定で, $M \to \infty$

- **確率モデル（プロトグラフ）**



次数分布

$$\lambda(x) = \sum_{u=n_1}^{n_{\mathrm{c}}} \lambda_u x^{u-1}$$

$$\rho(x) = e^{-\frac{\alpha}{R}(1-x)}$$

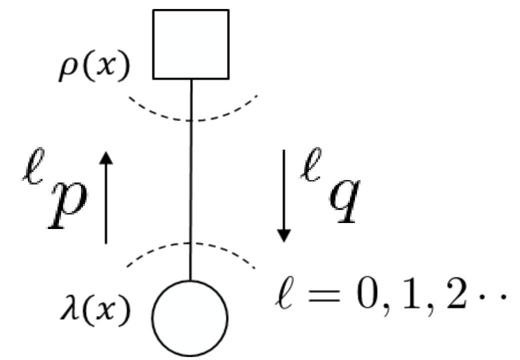
ポアソン分布の多項式表現

R：システム平均符号化率

数値解析：密度発展法 (DE: Density Evolution)

初期値

$$^{(0)}p = \pi, \quad ^{(0)}q = 1$$



- **デバイスノード処理**

$$^{\ell}p = \pi\tilde{\lambda}(^{(\ell-1)}q)$$

- **スロットノード処理**

$$^{\ell}q = 1 - \chi(1 - {}^{\ell}p)$$

- **通信トラフィックの閾値**

$$G^{\mathrm{BP,blk}} = \sup\{\alpha\pi : \underline{\Lambda(^{(\infty)}q)} \to 0\}$$

BP閾値　　　平均PLR

BP：確率伝搬法

α：定数

密度発展法

スロット内SICの平均パケット誤り率 [Clazzer17]

$$\bar{\epsilon}_m = 1 - \sum_{t=1}^{m} \frac{(m-1)!}{(m-t)!} \frac{e^{-\frac{1}{\Gamma}((1+\eta_0)^t - 1)}}{(1+\eta_0)^{t(m-(t+1)/2)}}$$

- **デバイスノード処理の関数**

$$\tilde{\lambda}({}^{(\ell-1)}q) = \sum_{u=n_1}^{n_c} \lambda_u \cdot f_{\mathrm{b}}^{(u)}({}^{(\ell-1)}q)$$

繰り返し符号

$$\boxed{f_{\mathrm{b}}^{(u)}(q) = q^{n_u - 1}}$$

MDS符号

$$\boxed{f_{\mathrm{b}}^{(u)}(q) = \sum_{i=0}^{k-1} \binom{n_u - 1}{i} (1-q)^i q^{n_u - i - 1}}$$

- **スロットノード処理の関数**

κ：スロット内SICを試みる最大受信波数

$$\chi(1 - {}^{\ell}p) = e^{-\frac{\alpha}{R}{}^{\ell}p} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\alpha}{R}{}^{\ell}p\right)^m}{m!} (1 - \underline{\bar{\epsilon}_{m+1}})$$

フェージング

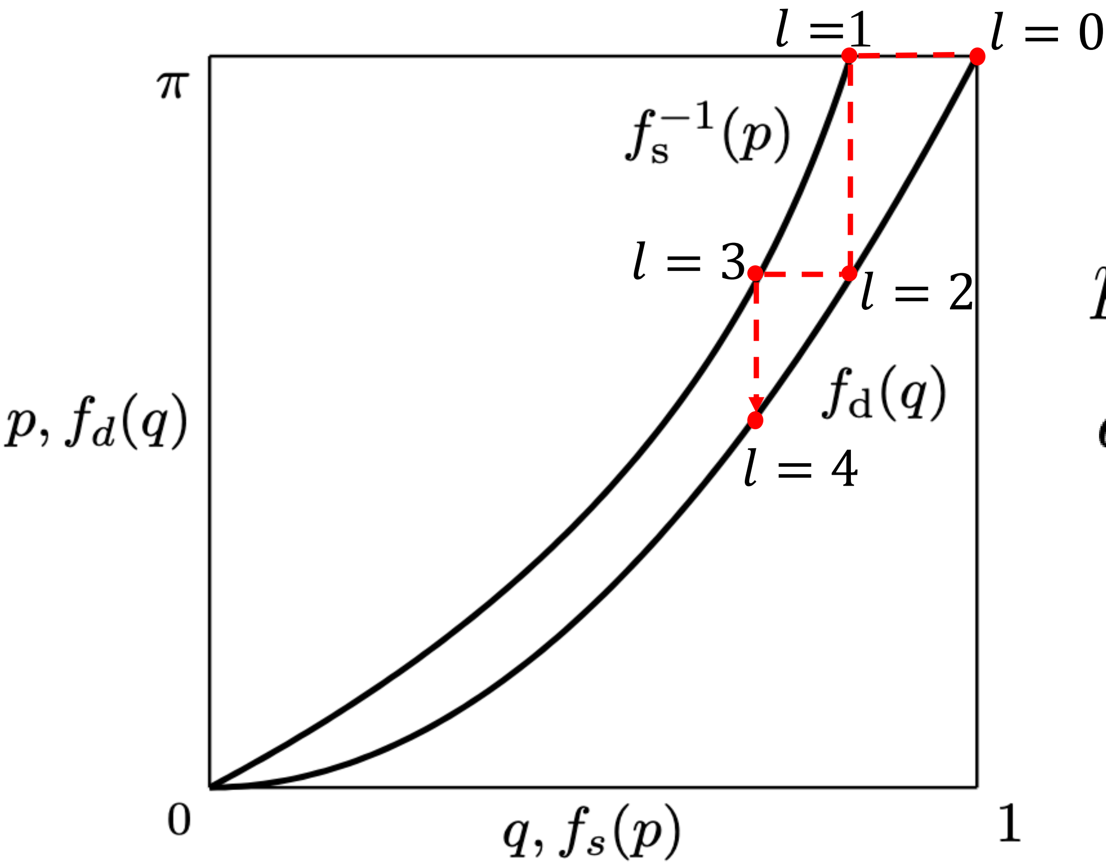
$$\chi(1 - {}^{\ell}p) = e^{-\frac{\alpha}{R}{}^{\ell}p}$$

フェージングなし

[Clazzer17] F. Clazzer, E. Paolini, I. Mambelli, and Cˇ . Stefanovic´, “Irregular repetition slotted ALOHA over the Rayleigh block fading channel with capture,” in Proc. of IEEE ICC, 2017, pp. 1–6.

目次

EXITチャート



$$p = \pi\tilde{\lambda}(q) \triangleq f_{\mathrm{d}}(q)$$

$$q = 1 - \chi(1 - p) \triangleq f_{\mathrm{s}}(p)$$

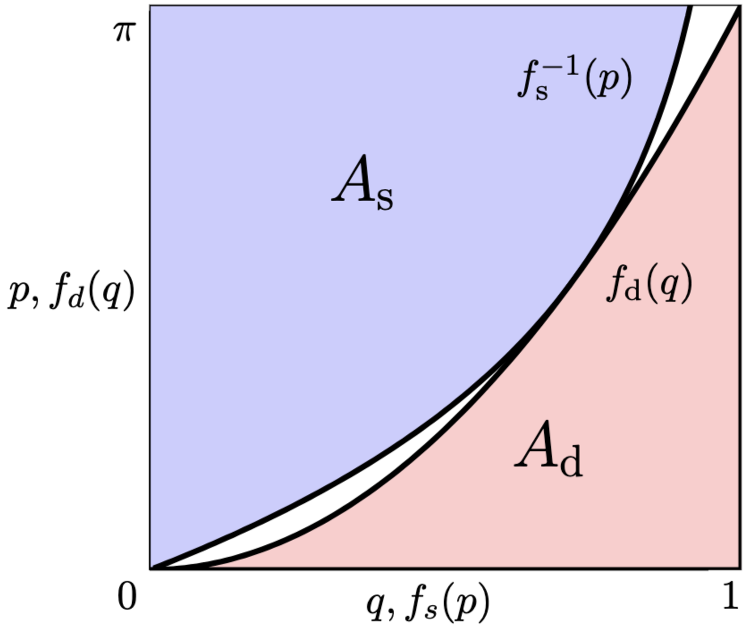
<u>復号可能</u>な場合は2つの曲線は交差しない

EXIT：Extrinsic Information Transfer

EXIT関数の積分

- トンネルを除く面積は領域全体の面積より小さい

π：アクティブ確率



$$A_d + A_s < \pi$$

$$A_s = \int_0^{\pi} f_s(p)\mathrm{d}p$$

$$A_d = \int_0^{1} f_d(q)\mathrm{d}q$$

$$G^{\mathrm{C,blk}} = \sum_{m=0}^{\infty}\left((1-\bar{\epsilon}_{m+1})(1-e^{-G^{\mathrm{C,blk}}\frac{1}{R}}\sum_{k=0}^{m}\frac{(G^{\mathrm{C,blk}}\frac{1}{R})^k}{k!})\right)$$

※ $G = \pi\alpha$

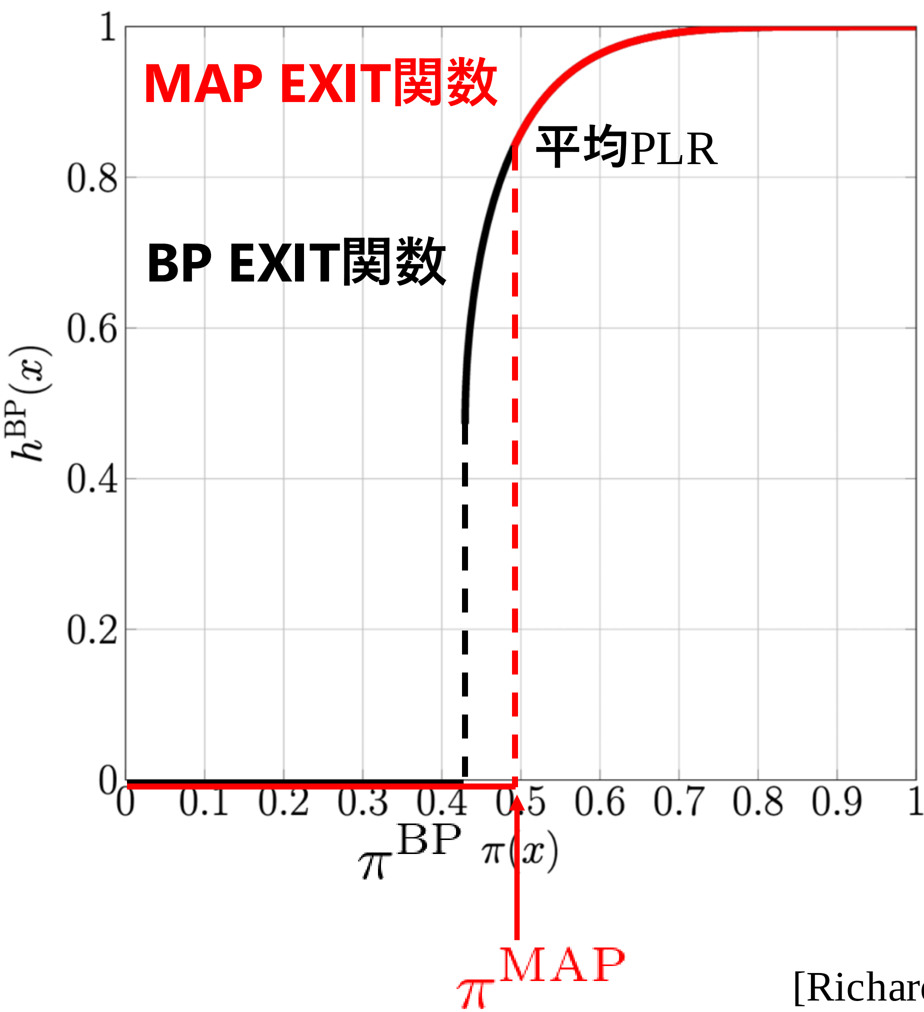
- いかなる送信方式でも達成不可能

目次

- 符号化Slotted ALOHAシステム（本システムの説明）
  - ✓ 符号化と復号
  - ✓ 評価指標
- BP閾値の定式化
  - ✓ （レイリーフェージング環境）
- Converse限界の定式化
- MAP閾値の定式化
- 数値結果

面積定理

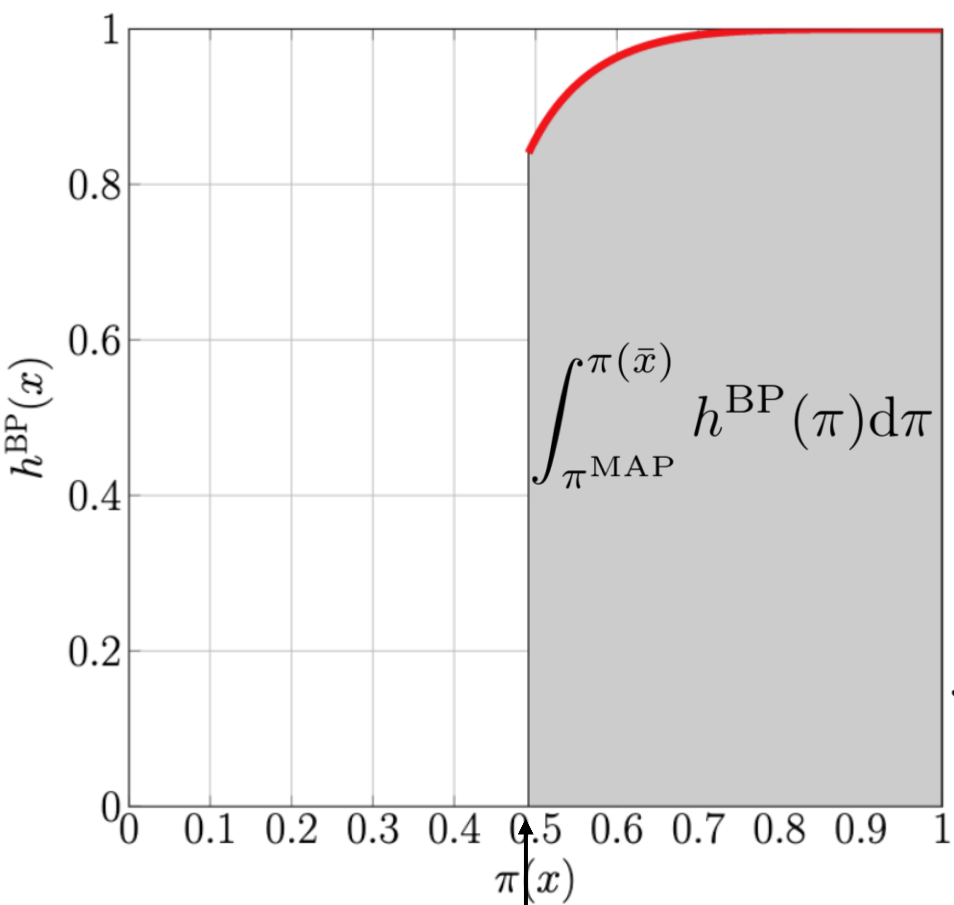
繰り返し符号の時のみ定式化



- ➢ **BP EXIT関数**
  - ✓ **BP閾値までは** 0
  - ✓ **BP閾値以降は収束**PLR
- ➢ **MAP EXIT関数** [Richardson08]
  - ✓ **MAP閾値までは** 0
  - ✓ **MAP閾値以降はBP曲線と一致**

[Richardson08] Richardson and R. Urbanke, Modern Coding Theory, Cambridge University Press, 2008.

MAP閾値



π^{MAP}

- 試行エントロピー
  - ✓ BP曲線下の積分

$$P(x) = \frac{x\tilde{\Lambda}(1-\chi(1-x))}{\tilde{\lambda}(1-\chi(1-x))} + \tilde{\Lambda}'(1)\left(x\chi(1-x) - \tau(x)\right)$$

$$\tau(x) \triangleq \int_0^x \chi(1-z)\mathrm{d}z$$

$$\int_{\pi^{\mathrm{MAP}}}^{\pi(\bar{x})} h^{\mathrm{BP}}(\pi)\mathrm{d}\pi = P(\bar{x}) - \underbrace{P(x^{\mathrm{MAP}})}_{0} = P(\bar{x})$$

- 通信トラフィック

$$G^{\mathrm{MAP,blk}} = \alpha\pi^{\mathrm{MAP}}$$

MAP閾値

目次

- 符号化Slotted ALOHAシステム（本システムの説明）
  - ✓ 送信方式
  - ✓ 復号方式
- BP閾値の定式化
  - ✓ （レイリーフェージング環境）
- Converse限界の定式化
- MAP閾値の定式化
- 数値結果

数値解析諸元

パラメータ	値
平均受信SNR $\bar{\Gamma}$	20 dB
フェージング分散 σ_h^2	1
総デバイス数とスロット数の比率 α	100
スロット内SIC閾値 η_0	1
PLRの目標値	$\leq 10^{-2}$

$$\alpha = N_{\mathrm{T}}/M$$

M：スロット数

N_{T}：総デバイス数

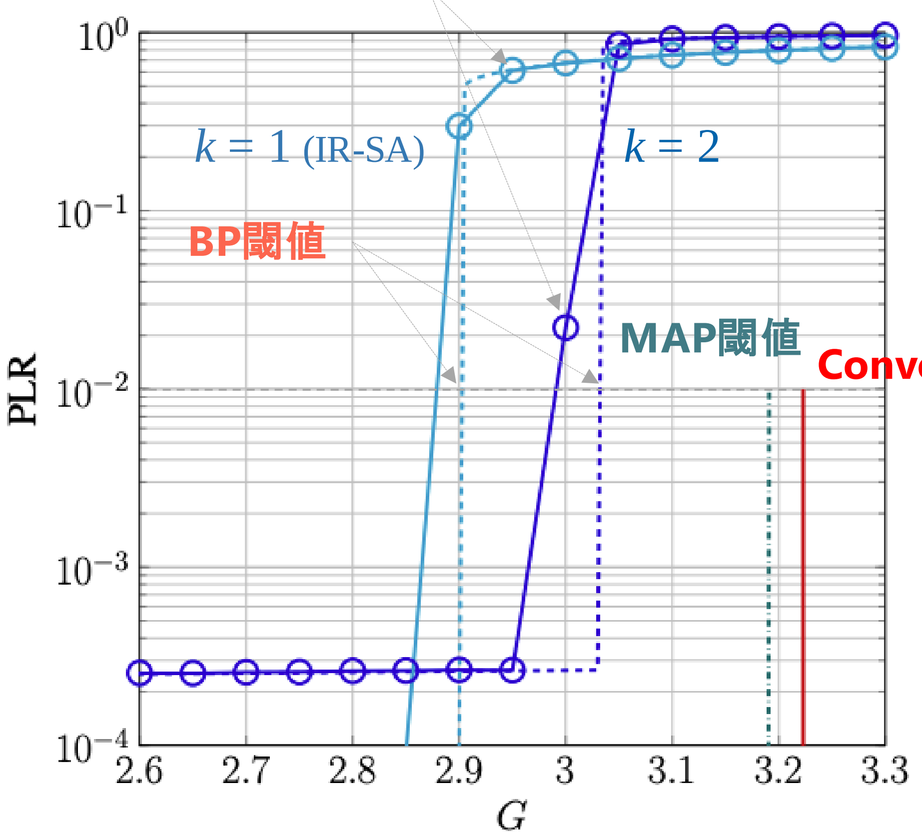
$$\eta_0 = 2^{R_0} - 1$$

(通信路符号化定理)

PLR：パケットロス確率

符号化SAのBP閾値とシミュレーション

$(\kappa = 15)$



システム平均符号化率

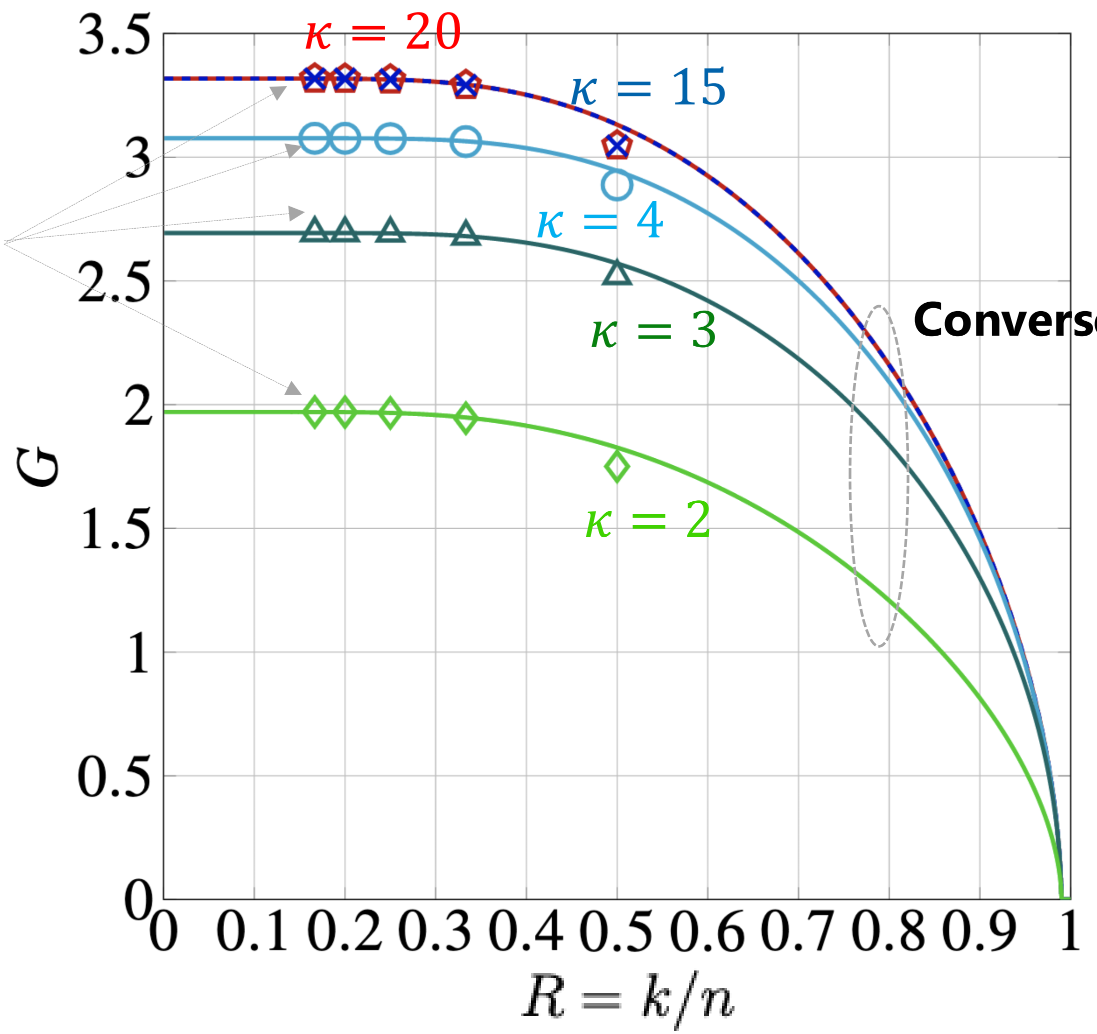
$R = 0.43$

➢ **MDS符号化することで従来 (k = 1) より性能が向上**

Converse限界とIR-SAのMAP閾値

（ $k = 1$ ）

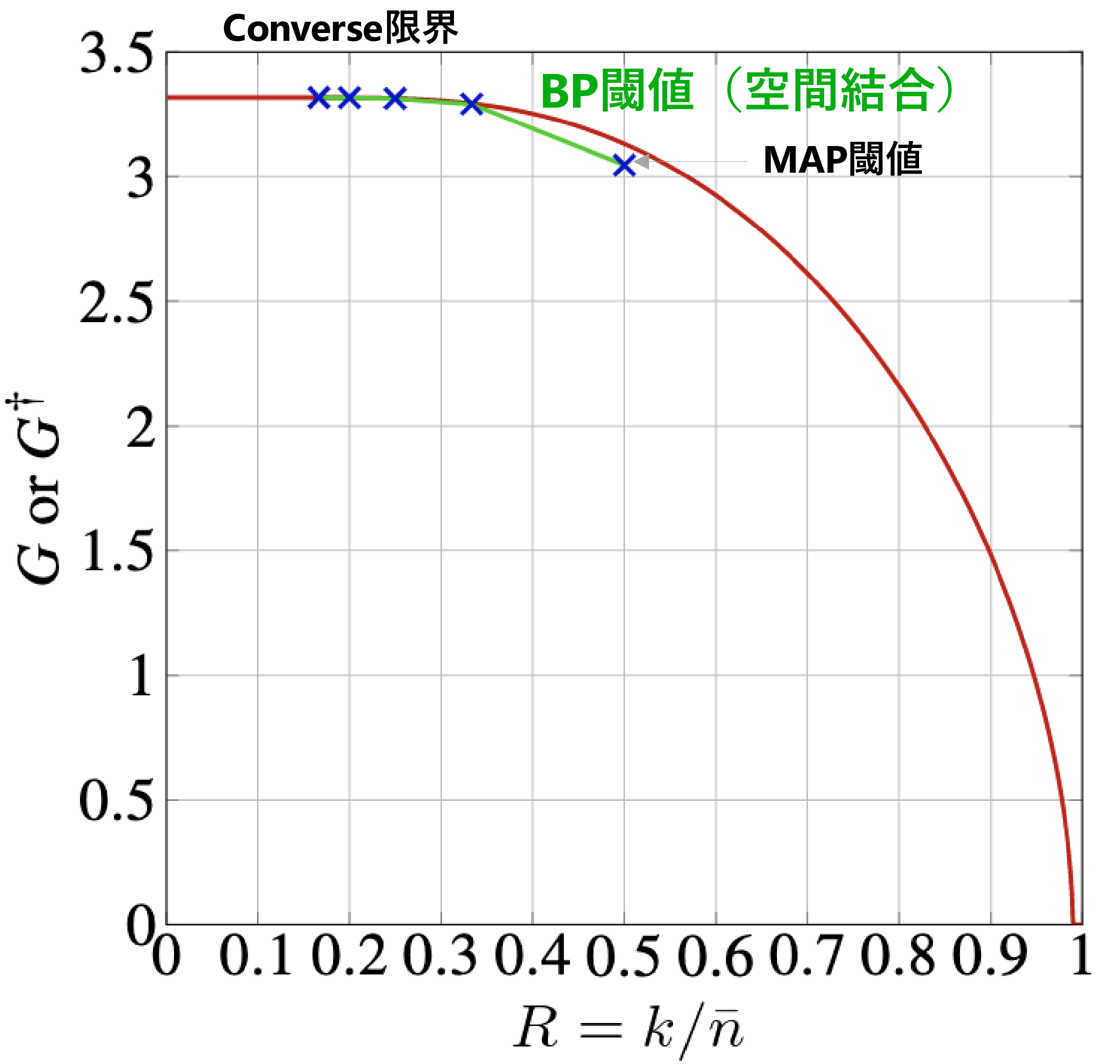
MAP閾値



➢ Converse限界はタイト

閾値飽和

$(\kappa = 15)$



SC-CSA：空間結合符号化Slotted ALOHA

➢ **SC-CSAはMAP閾値を達成**

まとめ

C-SAのレイリーフェージング環境における

- ➢ **BP閾値を定式化**
  - ✓ スロット内SICを考慮した定式化
- ➢ **閾値上界 (Converse限界) を定式化**
  - ✓ 平均EXIT関数をガウス積分公式で積分
- ➢ **閾値上限のMAP閾値を定式化 (IR-SA)**
  - ✓ BP EXIT関数を定義
  - ✓ 面積定理によりMAP閾値を定式化

→ **MAP閾値を達成 (空間結合)**

C-SA : 符号化Slotted ALOHA

IR-SA : 不規則反復Slotted ALOHA

外部発表リスト

[1] 高橋侑平, 宋光輝, 木村共孝, 程俊,
“レイリーフェージング環境における不規則反復Slotted ALOHAシステム：
理論限界とMAP閾値,”
第45回情報理論とその応用シンポジウム (SITA2022), 2022年11月.

[2] Y. Takahashi, G. Song, T. Kimura, and J. Cheng , “Irregular Repetition Slotted ALOHA over Rayleigh Block Fading Channels: Bounds and Threshold Saturation via Spatial Coupling,”
Submitted to IEEE Access

[3] Y. Takahashi, G. Song, T. Kimura, and J. Cheng, “Coded Slotted ALOHA over Rayleigh Block Fading Channels: BP Threshold and Converse Bound,”
In preparing for submission to IEEE Communications Letter

付録

スロット内SICの平均パケット誤り率 [Clazzer17]

- t 個のパケットを復号できる確率

$$\Pr\left\{\frac{\Gamma_1}{1+\sum_{i=2}^{m}\Gamma_i} > \eta_0, \cdots, \frac{\Gamma_t}{1+\sum_{i=t+1}^{m}\Gamma_i} > \eta_0\right\}$$

SINR

$$= \Pr\left\{\Gamma_1 > \eta_0(1+\sum_{i=2}^{m}\Gamma_i), \cdots, \Gamma_t > \eta_0(1+\sum_{i=t+1}^{m}\Gamma_i)\right\}$$

確率変数Γのt-重積分

- m-衝突信号の平均パケット誤り率

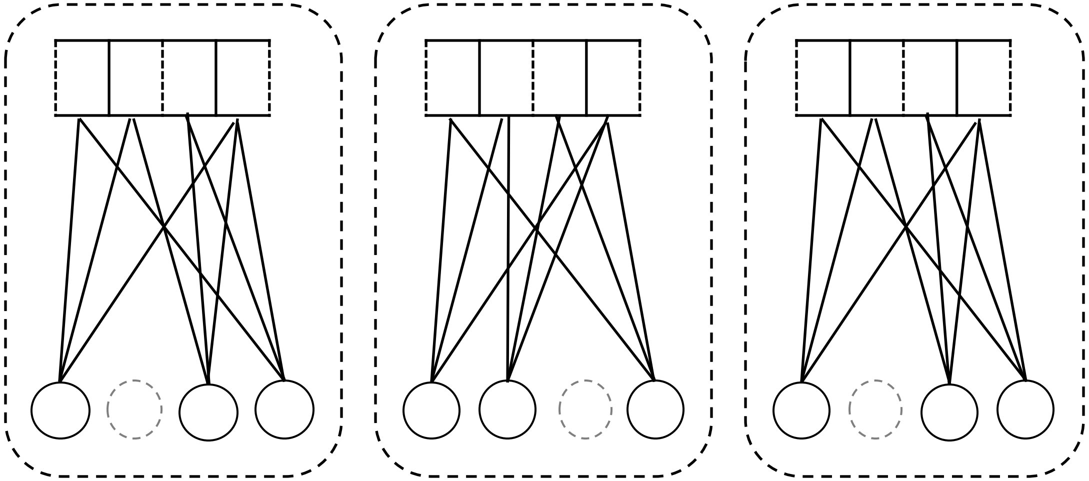
$$\bar{\epsilon}_m = 1 - \sum_{t=1}^{m}\frac{(m-1)!}{(m-t)!}\frac{e^{-\frac{1}{\Gamma}((1+\eta_0)^t-1)}}{(1+\eta_0)^{t(m-(t+1)/2)}}$$

符号化Slotted ALOHA

スロット数 $M = 2$

分割数 $k = 2$

送信セグメント数 $n = 3$



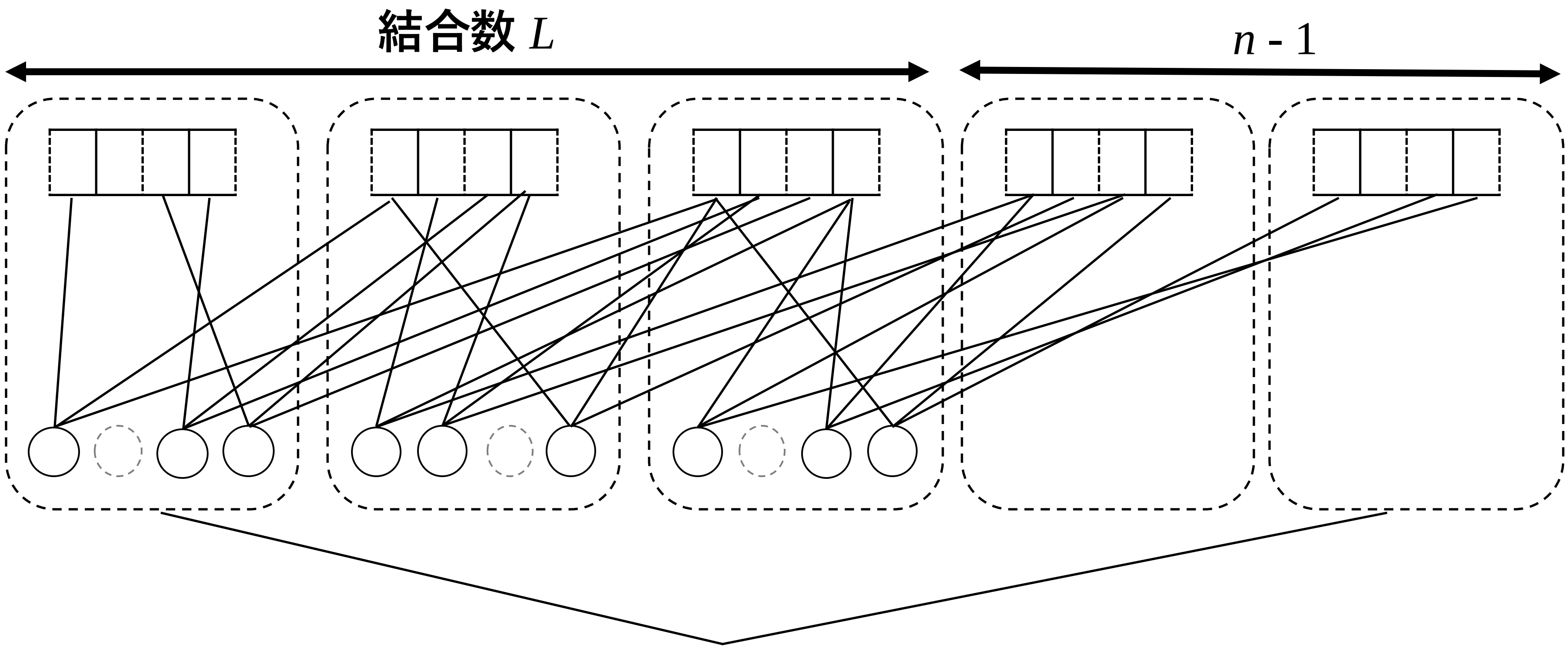
空間結合符号化Slotted ALOAH

結合数 $L = 3$

スロット数 $M = 2$

分割数 $k = 2$

送信セグメント数 $n = 3$



両端のフレームから復号しやすい

Converse限界の意義と閾値飽和

（$\kappa = 15$）

$\bar{d}$	空間結合 BP閾値 $G^{\dagger\,\mathrm{BP,Conv}}$	定数回反復 MAP閾値 $G_{d\text{-reg}}^{\mathrm{MAP,blk}}$	不規則反復 MAP閾値 $G_{\mathrm{irr}}^{\mathrm{MAP,blk}}$	Converse 限界 $G^{\mathrm{C,blk}}$
2	3.0463	3.0458	3.0945	3.1315
3	3.2906	3.2910	3.2932	3.2934
4	3.3130	3.3138	3.3139	3.3139
5	3.3159	3.3168	3.3168	3.3169
6	3.3164	3.3173	3.3174	3.3174

- Converse限界はIR-SAのMAP閾値と非常にタイト
- SC-SAは閾値上限をほぼ達成

シミュレーション及びBP閾値で使用した分布

- $k = 1$

$$\Lambda(x) = 0.104231x^4 + 0.107456x^3 + 0.788313x^2$$

- $k = 2$

$$\Lambda(x) = 0.12696x^9 + 0.0687595x^8 + 0.0348876x^3 + 0.0699262x^2 + 0.699466x$$

Differential Evolution (差分進化)で最適化