

关于卡诺热机的一些问题

1. 首先回顾一下卡诺热机的基本模型

卡诺热机是指运行卡诺循环的热机，卡诺循环，一种只涉及准静态等温过程和准静态绝热过程的循环，容易看出对于理想气体这两个循环都是可逆循环。因为所有理想气体的准静态过程都是可逆的。因为任意一热过程必然遵循热力学第一定律。

$$dU = dQ + dA \quad (1)$$

当其可以认为准静态过程时有 $dA = -PdV$ 所以方程可以写为

$$dU = dQ - PdV \quad (2)$$

对于理想气体其内能只与温度有关，在一定温度范围内认为其等体摩尔热容为定值 C_v

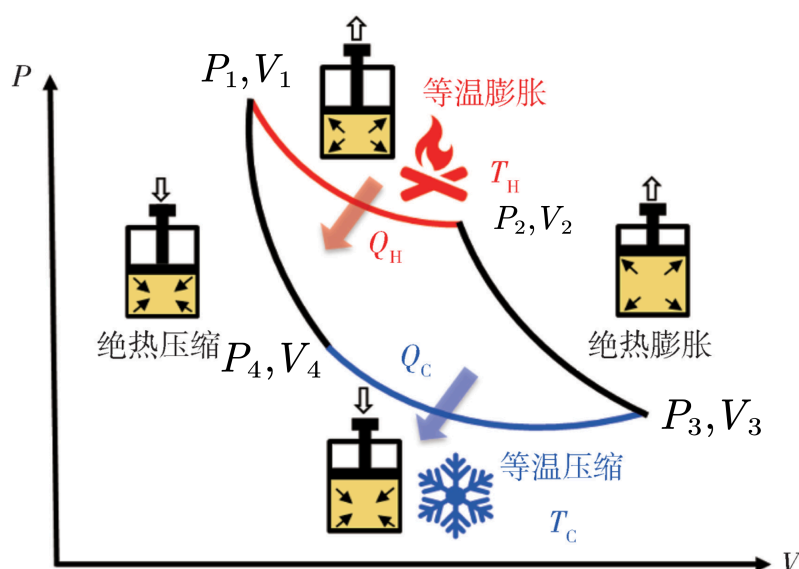
$$C_v dT = dQ - PdV \quad (3)$$

两边同时除以 T 然后任意路线积分将 $P = \frac{\nu RT}{V}$ 带入

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \quad (4)$$

可逆过程。

2. 现以最基本的卡诺循环为例分析



根据之前的结论，任意一理想气体在准静态过程均可逆，现有一循环如图所示，其每个状态都可以用 $P-V$ 图上的一点来描述，这就是一个准静态过程。过程中吸热放热均在等温过程中进行，且热机做的功为两个

过程热量的差值（能量守恒或热力学第一定律）这样我们就可以简单的计算整体对外做的功，而不用对整个 $P-V$ 环路积分。对于两个等温过程我们有热力学第一定律，内能不变所以对外做的功等于吸收或放出热量，绝热过程是连接两个过程的桥梁，通过绝热过程定出的两个等温过程的状态点，我们可以计算出整个循环的效率。

对于绝热过程

$$TV^{\gamma-1} = C \quad (5)$$

所以对于绝热膨胀过程有

$$\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_c}{T_h} \quad (6)$$

对于绝热压缩过程同理

$$\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_c}{T_h} \quad (7)$$

对于等温膨胀过程有

$$Q_{\text{吸}} = \int_1^2 P dV = \int_1^2 \nu R T_h \frac{dV}{V} = \nu R T_h \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (8)$$

同理等温压缩过程有

$$Q_{\text{放}} = \int_3^4 P dV = \int_3^4 \nu R T_c \frac{dV}{V} = \nu R T_c \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (9)$$

通过(6)(7)的分析

$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{V_1}{V_4} \longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \quad (10)$$

所以卡诺热机的效率为

$$\eta = \frac{Q_{\text{吸}} - Q_{\text{放}}}{Q_{\text{吸}}} = \frac{T_h - T_c}{T_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad (11)$$

至此卡诺热机的效率得证。

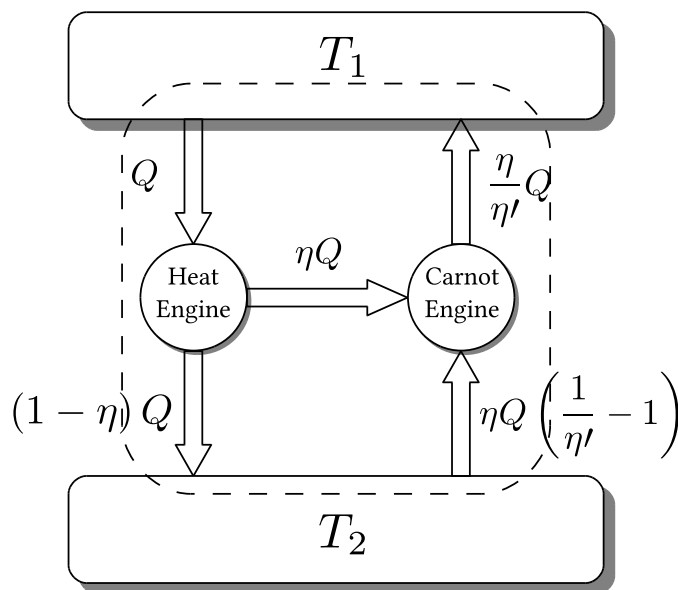
3. 卡诺热机的效率为什么是最高的

我们通过从力学中得能量守恒中可以窥见，在所有机械中可逆机械得效率一定是最高得，因为如果不然，我们可以让比可逆机械效率高得机械

驱动可逆机械，这样在不改变外界环境得情况下凭空产生了能量，这个过程可以继续下去，形成一个永动机。所以事实上不是卡诺热机，对于所有的可逆热机的效率都是最高的，卡诺热机只是其中一种。并且热机效率为定值 $1 - \frac{T_c}{T_h}$ 。上述表示了两个问题

- 可逆的过程效率最高（以卡诺热机）
- 所有可逆热机效率应该一致

下面对于上面两个问题进行证明



1.上图是一个普通热机(Heat Engine)和一台卡诺热机(Carnot Engine)组成的，先说明第一点，若普通热机效率高于卡诺热机，先使用普通热机，产生、对外做功 $A_1 = \eta_1 Q$ ，然后反向操作卡诺热机，只要对其做功 $A_2 = \eta_2 Q$ 即可将外环境复原，当 $\eta_2 < \eta_1$ 时 $A_1 > A_2$ ，整个过程中外界环境复原但是对外做功 $A = A_1 - A_2 > 0$ ，这显然时不可能的。在这中并没有用到卡诺热机的特殊处，只保证了其是可逆过程，所以对于所有可逆热机效率一定是最高的。

2.对于第二点，类似于上面的过程，上述有两个热机，假设都为可逆热机，效率分别为 η_1 和 η_2 ， $\eta_1 > \eta_2$ ，先使用效率高的热机，产生 $A_1 = \eta_1 Q$ ，然后反向操作效率低的热机，产生 $A_2 = \eta_2 Q$ ，同样的， $A_1 > A_2$ ，整个过程中外界环境复原但是对外做功 $A = A_1 - A_2 > 0$ ，这显然时不可能的。所以 $\eta_1 \leq \eta_2$ ，因为两热机均为可逆热机，若 $\eta_1 < \eta_2$ ，将上面操作反向，同样可以产生永动机，所以 $\eta_1 = \eta_2$ ，所以所有可逆热机效率一定是一致的。对于不可逆的过程，可以通过比较物理的考虑，例如某个物理量存在梯度，在此假设为压强 P ，在某一过程中，快速压缩使其，此时因为物理量传播的速度不是无限大，所以在压缩部分压强更大，此时压强会以波的形式在体系中以声速传播，然后在体系中耗散，此过程中由于波带有的能量

(机械能) 转换为了内能, 其对外做功效率一定小于可逆过程。对比可逆过程, 相当于把可逆过程产生的部分机械能转化为内能, 然后这部分多余的内能再对外做功, 所以效率一定小于可逆过程。总之在此过程中显而易见的产生了机械能损耗。

写给自己的话

这篇文章主要写的内容和卡诺定理的内容实际上是一致的, 不过当初在学习时, 教材过度强调卡诺热机的效率时最高的, 加上当时是速成的(bushi, 甚至期末考试都未能发现卡诺热机为什么效率最高, 期末最后一题我用效率判断是不是卡诺热机, 尽管结果对的上, 因为正好那个热机不是可逆热机, 效率低于卡诺热机, 实际上不能这么做, 应该考虑其过程是否是卡诺循环, 显然将卡诺循环等温和绝热过程交换顺序, 其效率并不变(都是可逆的)。

也许学校考试很简单, 速成过后有一道大题其中章节完全没学, 就这样都考了八十来分, 觉得自己掌握的很好了, 这本身就是一种无知