

# 制御システム

次の状態方程式で表される線形システムを考える.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

ここで,  $x$  が状態ベクトル,  $u$  が入力,  $y$  が出力である.

```
A=[0,1,0; 0,-0.01,0.02; 0,-2,-10];  
B=[0;0;1];  
C=[2 1 0];  
D=0;  
% 可制御性の確認  
Co = ctrb(A,B);  
rank(Co)
```

```
ans = 3
```

## 最適レギュレータ

最適レギュレータでは, 次式で表される評価関数  $J$  を最小化するような入力  $u(t)$  を求める.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

$Q$  と  $R$  は重み行列であり,  $x$  を重視するか  $u$  を重視するかを決める.

```
Q=[1 0 0;0 1 0;0 0 1];  
R=0.5;
```

閉ループシステムの安定が達成されるフィードバックゲイン  $K$  はリカッチ方程式

$$PB R^{-1} B^T P - PA - A^T P - Q = 0$$

の解となる.

$$K = R^{-1} B^T P x$$

```
% リカッチ方程式の解  
[K, P]=lqr(A,B,Q,R)
```

```
K = 1x3  
    1.4142    31.5197     0.1617  
P = 3x3  
10^3 ×  
    0.0273    0.3593    0.0007  
    0.3593    7.9880    0.0158  
    0.0007    0.0158    0.0001
```

評価関数  $J$  を最小にする入力は以下ようになる.

$$u(t) = -R^{-1} B^T P x = -Kx(t)$$

## レギュレータなしの初期応答

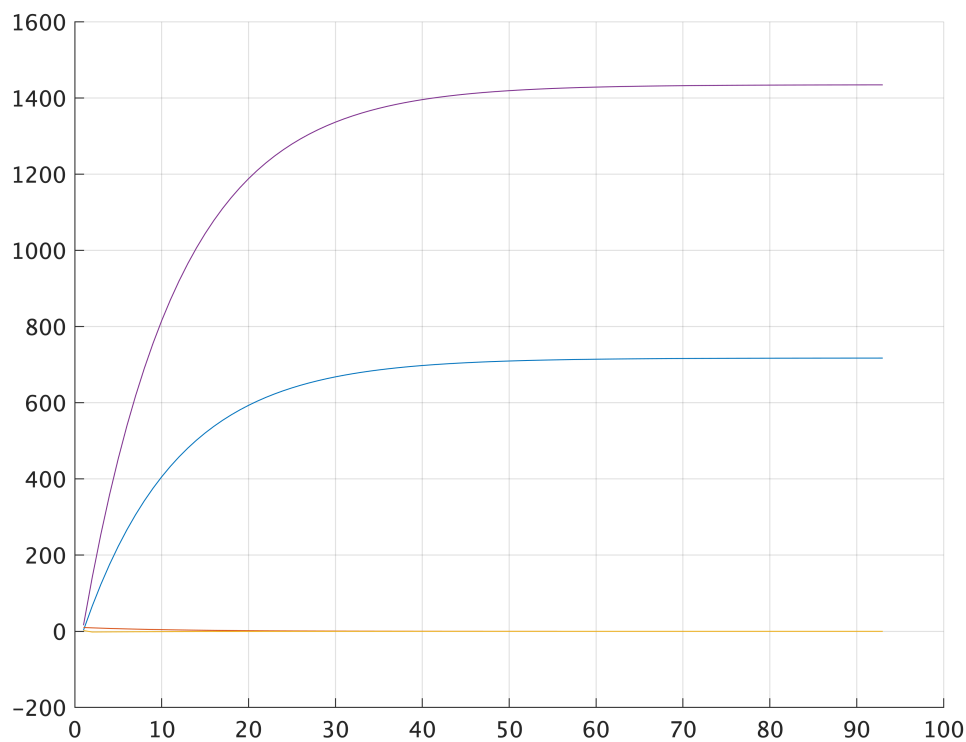
```
% 初期値
x0=[3,10,2];

% 最適レギュレータなしの応答
sys = ss(A,B,C,D);
[y,t,x]=initial(sys,x0);

%プロット
clf
figure(1),grid,hold
```

現在のプロットをホールドしました

```
plot(x);
plot(y);
```



## 最適レギュレータを適応した初期応答

```
% 最適レギュレータを適応した初期応答
sys = ss(A-B*K,B*0,C,D);
[y,t,x]=initial(sys,x0);

%プロット
clf
figure(1),grid,hold
```

現在のプロットをホールドしました

```
plot(x);  
plot(y);
```

