

NJUPT XCPC Templates

Yunhai Bian

2020 年 12 月 15 日

目录

1	数据结构	3
1.1	树状数组	3
1.2	线段树	4
1.2.1	HDU1540 (维护 l_{\max}, r_{\max})	4
1.2.2	HDU4578 (维护多组懒标记)	6
1.2.3	HDU4553 (维护两棵有线段树)	10
1.2.4	HDU1542 (扫描线求矩形面积并)	13
1.2.5	HDU1255 (矩形 2 次覆盖面积并)	15
1.3	分块	18
1.4	ST 表	18
1.5	Splay	19
1.6	Treap	22
1.7	树链剖分	25
1.7.1	点权	25
1.7.2	边权	29
1.8	莫队	33
1.8.1	离线询问排序方式	33
1.8.2	洛谷 P4396 (基础莫队)	34
1.8.3	AcWing2521 (带修莫队)	36
1.8.4	AcWing2523 (回滚莫队)	38
1.8.5	树上莫队	41
2	图论	41
2.1	最短路	41
2.1.1	朴素 Dijkstra	41
2.1.2	堆优化 Dijkstra	42
2.1.3	Bellman-Ford	42
2.1.4	SPFA	43

2.1.5	Floyd	45
2.2	最小生成树	45
2.2.1	Prim	45
2.2.2	Kruskal	46
2.3	严格次小生成树	47
2.4	有向图的强连通分量	50
2.5	无向图的双连通分量	52
2.5.1	AcWing1183 (点的双连通分量)	52
2.5.2	AcWing396 (点的双连通分量、割点)	53
2.5.3	AcWing395 (边的双连通分量、桥)	56
2.6	差分约束	57
2.6.1	AcWing362 (任意边权)	57
2.6.2	AcWing368 (01 边权)	59
2.7	最近公共祖先	62
2.7.1	倍增	62
2.7.2	Tarjan	63
2.7.3	树剖	65
2.8	网络流	65
2.8.1	Dinic	65
2.8.2	EK	67
2.9	二分图	68
2.9.1	染色法	68
2.9.2	匈牙利算法	69
2.9.3	最大流之二分图最大匹配	70
2.9.4	最大流之二分图多重匹配	72
3	字符串	74
3.1	Manacher	74
3.2	KMP	75
3.3	AC 自动机	76
4	其他	78
4.1	离散化	78
4.2	高精度	78

1 数据结构

1.1 树状数组

```
1 // 注意树状数组不能处理下标0开始
2 // 一维
3 int c[N];
4
5 inline int lowbit(int x) {
6     return x & -x;
7 }
8
9 int add(int x, int y) {
10     for (int i = x; i <= n; i += lowbit(i)) c[i] += y;
11 }
12
13 int sum(int x) {
14     int res = 0;
15     for (int i = x; i; i -= lowbit(i)) res += c[i];
16     return res;
17 }
18
19 // 二维
20 LL c[N][N];
21
22 inline int lowbit(int x) {
23     return x & -x;
24 }
25
26 void add(int x, int y, LL v) {
27     for (int i = x; i <= n; i += lowbit(i))
28         for (int j = y; j <= m; j += lowbit(j))
29             c[i][j] += v;
30 }
31
32 LL query(int x, int y) {
33     LL ans = 0;
34     for (int i = x; i; i -= lowbit(i))
35         for (int j = y; j; j -= lowbit(j))
36             ans += c[i][j];
37     return ans;
38 }
```

1.2 线段树

1.2.1 HDU1540 (维护 lmax, rmax)

题意：有 n 个点连成一条线，编号从左至右为 $1 \sim n$ ，有三种操作：1. 摧毁一个点 2. 查询某个点能到的所有点数（包括自己）3. 重建上一次被摧毁的点。

分析：用一个栈 stk 来存放被摧毁的点，摧毁点 x 就 $stk[++top] = x$ ，重建上一个点就只需要取出栈顶 $x = stk[top--]$ 。线段树每个节点维护区间左侧连续最大长度（点数） $lmax$ 以及右侧最大连续长度 $rmax$ 。摧毁一个点就是在线段树中找到该点并将其 $lmax=rmax=0$ ，重建就是 $lmax=rmax=1$ ，然后 $pushup$ 上去。难点在于 2 号查询操作，如果点 x 在当前结点的左孩子，分两种情况来看，如果点 x 被左孩子的右侧最大连续区间包含了，那么 x 能到达的所有点数就是左孩子的 $rmax$ + 右孩子的 $lmax$ ，否则递归直接递归左孩子即可。剩余情况类似。

```
1  #include <iostream>
2
3  using namespace std;
4
5  const int N = 50010;
6
7  int n, m;
8  struct Tree {
9      int l, r;
10     int lmax, rmax;
11 } tr[N << 2];
12 int stk[N], top;
13
14 void pushup(Tree &root, Tree &left, Tree &right) {
15     root.lmax = left.lmax, root.rmax = right.rmax;
16     if (left.r - left.l + 1 == left.lmax) root.lmax += right.lmax;
17     if (right.r - right.l + 1 == right.rmax) root.rmax += left.rmax;
18     ;
19 }
20
21 void pushup(int u) {
22     pushup(tr[u], tr[u << 1], tr[u << 1 | 1]);
23 }
24
25 void build(int u, int l, int r) {
26     if (l == r) {
27         tr[u] = {l, r, 1, 1};
28     }
```

```
27     } else {
28         tr[u] = {l, r};
29         int mid = l + r >> 1;
30         build(u << 1, l, mid); build(u << 1 | 1, mid + 1, r);
31         pushup(u);
32     }
33 }
34
35 void modify(int u, int x, int y) {
36     if (tr[u].l == x && tr[u].r == x) {
37         tr[u].lmax = tr[u].rmax = y;
38     } else {
39         int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
40         if (x <= mid) modify(u << 1, x, y);
41         else modify(u << 1 | 1, x, y);
42         pushup(u);
43     }
44 }
45
46 int query(int u, int x) {
47     if (tr[u].l == x && tr[u].r == x) {
48         return tr[u].lmax;
49     } else {
50         int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
51         if (x <= mid) {
52             if (tr[u << 1].r - tr[u << 1].rmax + 1 <= x) {
53                 return tr[u << 1].rmax + tr[u << 1 | 1].lmax;
54             } else {
55                 return query(u << 1, x);
56             }
57         } else {
58             if (tr[u << 1 | 1].l + tr[u << 1 | 1].lmax - 1 >= x) {
59                 return tr[u << 1 | 1].lmax + tr[u << 1].rmax;
60             } else {
61                 return query(u << 1 | 1, x);
62             }
63         }
64     }
65 }
66
67 int main() {
68     while (scanf("%d%d", &n, &m) != EOF) {
69         build(1, 1, n);
```

```

70     while (m--) {
71         char op[2]; int x;
72         scanf("%s", op);
73         if (*op == 'D') {
74             scanf("%d", &x);
75             modify(1, x, 0);
76             stk[++top] = x;
77         } else if (*op == 'R') {
78             int x = stk[top--];
79             modify(1, x, 1);
80         } else {
81             scanf("%d", &x);
82             printf("%d\n", query(1, x));
83         }
84     }
85 }
86 return 0;
87 }

```

1.2.2 HDU4578 (维护多组懒标记)

题意：线段树区间加，区间乘，区间置数，区间和，平方和，立方和。

分析：需要维护，置数标记 same，乘法标记 mul，加法标记 add，区间和标记 s[0~2] 分别表示和，平方和，立方和。

首先确定前三个标记维护优先级，same > mul > add，然后就是三个和的维护需要推导一下。

1. 区间置数，三个和很好维护不说了
2. 区间乘 k ，三个和分别乘以 k, k^2, k^3
3. 区间加 a ，初始有 $s[0] = \sum x, s[1] = \sum x^2, s[2] = \sum x^3$ ，区间长度为 len

$$\sum (x + a) = \sum x + \sum a = s[0] + len * a \quad (1)$$

$$\sum (x + a)^2 = \sum x^2 + 2a \sum x + \sum a^2 = s[1] + 2a * s[0] + len * a^2 \quad (2)$$

$$\sum (x + a)^3 = \sum x^3 + 3a \sum x^2 + 3a^2 \sum x + \sum a^3 = s[2] + 3a * s[1] + 3a^2 * s[0] + len * a^3 \quad (3)$$

注意维护和的时应该倒序维护（立方和，平方和，和），防止要用的值被先更新了。

```

1 #include <bits/stdc++.h>

```

```
2
3 using namespace std;
4
5 typedef pair<int, int> PII;
6 typedef long long LL;
7
8 const int N = 100010, mod = 10007;
9
10 int n, m;
11 struct Tree {
12     int l, r;
13     LL same, mul, add, s[3];
14 } tr[N << 2];
15
16 void build(int u, int l, int r) {
17     tr[u] = {l, r, 0, 1, 0, 0, 0, 0};
18     if (l == r) return;
19     int mid = l + r >> 1;
20     build(u << 1, l, mid), build(u << 1 | 1, mid + 1, r);
21 }
22
23 void pushup(int u) {
24     for (int i = 0; i < 3; i++) {
25         tr[u].s[i] = (tr[u << 1].s[i] + tr[u << 1 | 1].s[i]) % mod;
26     }
27 }
28
29 void pushdown(int u) {
30     auto &root = tr[u], &left = tr[u << 1], &right = tr[u << 1 | 1];
31     if (root.same) {
32         left.same = right.same = root.same;
33         left.mul = right.mul = 1, left.add = right.add = 0;
34         LL base = 1;
35         for (int i = 0; i < 3; i++) {
36             (base *= root.same) %= mod;
37             left.s[i] = (left.r - left.l + 1) * base % mod;
38             right.s[i] = (right.r - right.l + 1) * base % mod;
39         }
40         root.same = 0;
41     }
42     if (root.mul != 1) {
43         LL k = root.mul;
```

```

44     (left.mul *= k) %= mod, (right.mul *= k) %= mod;
45     (left.add *= k) %= mod, (right.add *= k) %= mod;
46     LL base = 1;
47     for (int i = 0; i < 3; i++) {
48         (base *= k) %= mod;
49         (left.s[i] *= base) %= mod, (right.s[i] *= base) %= mod;
50     }
51     root.mul = 1;
52 }
53 if (root.add) {
54     LL a = root.add;
55     (left.add += a) %= mod, (right.add += a) %= mod;
56     (left.s[2] += 3 * a * left.s[1] + 3 * a * a * left.s[0] + (
57         left.r - left.l + 1) * a * a * a) %= mod;
57     (right.s[2] += 3 * a * right.s[1] + 3 * a * a * right.s[0] +
58         (right.r - right.l + 1) * a * a * a) %= mod;
58     (left.s[1] += 2 * a * left.s[0] + (left.r - left.l + 1) * a
59         * a) %= mod;
59     (right.s[1] += 2 * a * right.s[0] + (right.r - right.l + 1)
60         * a * a) %= mod;
60     (left.s[0] += (left.r - left.l + 1) * a) %= mod, (right.s[0]
61         += (right.r - right.l + 1) * a) %= mod;
61     root.add = 0;
62 }
63 }
64
65 // [l,r]乘k再加a
66 void modify_mul_add(int u, int l, int r, LL k, LL a) {
67     if (tr[u].l >= l && tr[u].r <= r) {
68         if (k != 1) {
69             (tr[u].mul *= k) %= mod;
70             (tr[u].add *= k) %= mod;
71             LL base = 1;
72             for (int i = 0; i < 3; i++) {
73                 (base *= k) %= mod;
74                 (tr[u].s[i] *= base) %= mod;
75             }
76         }
77         if (a) {
78             (tr[u].add += a) %= mod;
79             (tr[u].s[2] += 3 * a * tr[u].s[1] + 3 * a * a * tr[u].s
80                 [0] + (tr[u].r - tr[u].l + 1) * a * a * a) %= mod;
80             (tr[u].s[1] += 2 * a * tr[u].s[0] + (tr[u].r - tr[u].l +

```



```

        1) * a * a) %= mod;
81     (tr[u].s[0] += (tr[u].r - tr[u].l + 1) * a) %= mod;
82     }
83     } else {
84         pushdown(u);
85         int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
86         if (l <= mid) modify_mul_add(u << 1, l, r, k, a);
87         if (r > mid) modify_mul_add(u << 1 | 1, l, r, k, a);
88         pushup(u);
89     }
90 }
91
92 void modify_assign(int u, int l, int r, int c) {
93     if (tr[u].l >= l && tr[u].r <= r) {
94         tr[u].same = c, tr[u].mul = 1, tr[u].add = 0;
95         LL base = 1;
96         for (int i = 0; i < 3; i++) {
97             (base *= tr[u].same) %= mod;
98             tr[u].s[i] = (tr[u].r - tr[u].l + 1) * base % mod;
99         }
100     } else {
101         pushdown(u);
102         int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
103         if (l <= mid) modify_assign(u << 1, l, r, c);
104         if (r > mid) modify_assign(u << 1 | 1, l, r, c);
105         pushup(u);
106     }
107 }
108
109 LL query(int u, int l, int r, int type) {
110     if (tr[u].l >= l && tr[u].r <= r) {
111         return tr[u].s[type];
112     } else {
113         pushdown(u);
114         LL res = 0;
115         int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
116         if (l <= mid) (res += query(u << 1, l, r, type)) %= mod;
117         if (r > mid) (res += query(u << 1 | 1, l, r, type)) %= mod;
118         return res;
119     }
120 }
121
122 int main() {

```

```

123     while (cin >> n >> m && n && m) {
124         build(1, 1, n);
125         while (m--) {
126             int type, x, y, c;
127             scanf("%d%d%d", &type, &x, &y, &c);
128             if (type == 1) {
129                 modify_mul_add(1, x, y, 1ll, c);
130             } else if (type == 2) {
131                 modify_mul_add(1, x, y, c, 0ll);
132             } else if (type == 3) {
133                 modify_assign(1, x, y, c);
134             } else {
135                 printf("%lld\n", query(1, x, y, c - 1));
136             }
137         }
138     }
139     return 0;
140 }

```

1.2.3 HDU4553 (维护两棵有线段树)

题意：有一个长度为 n 的时间轴，有两种操作：1. DS QT 表示屌丝申请第一段长度为 QT 的空闲时间，能申请到就输出起始时间。2. NS QT 表示女神申请第一段长度为 QT 的空闲时间，如果能申请到输出起始时间，如果找不到，可以无视屌丝已经申请的时间，再找到一个第一个连续空闲时间大于等于 QT 的起始位置。3. STUDY!! LR 表示清空这段时间的所有申请用于学习，由于三分钟热度，之后再有人申请到 STUDY 的时间还是会分配出去。

分析：线段树维护两个时间轴的信息，分别表示屌丝时间轴的分配情况，还有女神时间轴的分配情况。详见代码，下标 0 表示屌丝，下标 1 表示女神。same 为区间相同的值的标记，lmax, rmax, tmax 分别表示区间左侧最长连续空闲时间，右侧最长连续空闲时间，区间内最长连续空闲时间，用 1 表示空闲。然后根据题目要求操作即可。

```

1 // 1表示空闲
2 #include <bits/stdc++.h>
3
4 using namespace std;
5
6 typedef pair<int, int> PII;
7 typedef long long LL;

```

```
8
9 const int N = 100010;
10
11 int T, Case, n, m;
12 struct Tree {
13     int l, r;
14     int same[2], lmax[2], rmax[2], tmax[2]; // 下标0维护分配给屌丝的时间, 下标1维护分配给女神的时间
15 } tr[N << 2];
16
17 void pushup(int u, int type) {
18     auto &root = tr[u], &left = tr[u << 1], &right = tr[u << 1 | 1];
19     root.lmax[type] = left.lmax[type];
20     if (left.lmax[type] == left.r - left.l + 1) root.lmax[type] += right.lmax[type];
21     root.rmax[type] = right.rmax[type];
22     if (right.rmax[type] == right.r - right.l + 1) root.rmax[type] += left.rmax[type];
23     root.tmax[type] = max(max(left.tmax[type], right.tmax[type]), left.rmax[type] + right.lmax[type]);
24 }
25
26 void build(int u, int l, int r) {
27     tr[u] = {l, r, -1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, 1};
28     if (l == r) return;
29     int mid = l + r >> 1;
30     build(u << 1, l, mid), build(u << 1 | 1, mid + 1, r);
31     pushup(u, 0), pushup(u, 1);
32 }
33
34 void pushdown(int u, int type) {
35     auto &root = tr[u], &left = tr[u << 1], &right = tr[u << 1 | 1];
36     if (root.same[type] != -1) {
37         left.same[type] = right.same[type] = root.same[type];
38         left.lmax[type] = left.rmax[type] = left.tmax[type] = root.same[type] * (left.r - left.l + 1);
39         right.lmax[type] = right.rmax[type] = right.tmax[type] = root.same[type] * (right.r - right.l + 1);
40         root.same[type] = -1;
41     }
42 }
```

```

43
44 void modify(int u, int l, int r, int x, int type) {
45     if (tr[u].l >= l && tr[u].r <= r) {
46         tr[u].same[type] = x;
47         tr[u].lmax[type] = tr[u].rmax[type] = tr[u].tmax[type] = x *
            (tr[u].r - tr[u].l + 1);
48     } else {
49         pushdown(u, type);
50         int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
51         if (l <= mid) modify(u << 1, l, r, x, type);
52         if (r > mid) modify(u << 1 | 1, l, r, x, type);
53         pushup(u, type);
54     }
55 }
56
57 // 找到第一段长度为x的连续空闲区间的左端点
58 int query(int u, int x, int type) {
59     if (tr[u].tmax[type] < x) return -1; // 不存在
60     pushdown(u, type);
61     if (tr[u << 1].tmax[type] >= x) return query(u << 1, x, type);
62     if (tr[u << 1].rmax[type] + tr[u << 1 | 1].lmax[type] >= x)
        return tr[u << 1].r - tr[u << 1].rmax[type] + 1;
63     return query(u << 1 | 1, x, type);
64 }
65
66 int main() {
67     for (cin >> T; T--; ) {
68         printf("Case %d:\n", ++Case);
69         scanf("%d%d", &n, &m);
70         build(1, 1, n);
71         while (m--) {
72             char op[10];
73             int x, y;
74             scanf("%s", op);
75             if (*op == 'N') {
76                 scanf("%d", &x);
77                 int st = query(1, x, 0); // 先在屌丝时间轴查询是否存在长度
                    为x的连续空闲(1)区间
78                 if (st != -1) { // 在屌丝时间轴查到了,同时修改两个时间轴的区
                    间[st,st+x-1]置为忙碌状态
79                     modify(1, st, st + x - 1, 0, 0);
80                     modify(1, st, st + x - 1, 0, 1);
81                     printf("%d,don't put my gezi\n", st);

```

```

82         } else { // 屌丝时间轴中没有这样的区间
83             st = query(1, x, 1); // 在女神时间轴中查
84             if (st != -1) { // 在女神时间轴查到,就同时修改两个时间轴
                的区间[st,st+x-1]置为忙碌状态
85                 modify(1, st, st + x - 1, 0, 0);
86                 modify(1, st, st + x - 1, 0, 1);
87                 printf("%d,don't put my gezi\n", st);
88             } else { // 没有空闲时间
89                 puts("wait for me");
90             }
91         }
92     } else if (*op == 'D') {
93         scanf("%d", &x);
94         int st = query(1, x, 0);
95         if (st != -1) { // 在屌丝时间轴查到了, 区间修改为忙碌状态
96             modify(1, st, st + x - 1, 0, 0);
97             printf("%d,let's fly\n", st);
98         } else { // 没有空闲时间
99             puts("fly with yourself");
100         }
101     } else { // 由于是三分钟热度, 应该是将区间置为空闲状态
102         scanf("%d%d", &x, &y);
103         modify(1, x, y, 1, 0);
104         modify(1, x, y, 1, 1);
105         puts("I am the hope of chinese chengxuyuan!!");
106     }
107 }
108 }
109 return 0;
110 }

```

1.2.4 HDU1542 (扫描线求矩形面积并)

题意: 线段树扫描线求矩形面积并。

分析: 注意线段树的每一个叶子结点表示的不是单个点, 而是一个区间, 其中的标记含义如注释。

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 using namespace std;
4
5 const int N = 200010;

```

```

6
7 int n, Case;
8 struct Segment {
9     double x, y1, y2;
10    int k;
11    bool operator < (const Segment &W) const {
12        return x < W.x;
13    }
14 } seg[N];
15 // 线段树的每一个叶子结点 (假设下标为i), 表示一个区间[y_i, y_{i+1}]
16 struct Node {
17     int l, r, cnt; // cnt表示[l,r]区间被完全覆盖的次数, cnt>0就表示要算上
18         [l,r]这一整段, 其表示实际的区间为[ys[l],ys[r+1]]
19     double len; // len表示当前线段树的区间[l,r]内, cnt>0 (即被覆盖的实际区
20         间) 的合并长度之和。
21 } tr[N << 2]; // 比如 y1, y2, y3 离散化后为k_y1,k_y2,k_y3。其区间[
22     k_y1,k_y2],[k_y1,k_y2],[k_y2,k_y3]是线段树中的3个叶子结点。
23 vector<double> ys;
24
25 int find(double y) {
26     return lower_bound(ys.begin(), ys.end(), y) - ys.begin();
27 }
28
29 void pushup(int u) {
30     if (tr[u].cnt) {
31         tr[u].len = ys[tr[u].r + 1] - ys[tr[u].l];
32     } else if (tr[u].l != tr[u].r) {
33         tr[u].len = tr[u << 1].len + tr[u << 1 | 1].len;
34     } else {
35         tr[u].len = 0;
36     }
37 }
38
39 void build(int u, int l, int r) {
40     tr[u] = {l, r, 0, 0};
41     if (l == r) return;
42     int mid = l + r >> 1;
43     build(u << 1, l, mid), build(u << 1 | 1, mid + 1, r);
44 }
45
46 void modify(int u, int l, int r, int k) {
47     if (tr[u].l >= l && tr[u].r <= r) {
48         tr[u].cnt += k;

```

```

46     pushup(u);
47 } else {
48     int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
49     if (l <= mid) modify(u << 1, l, r, k);
50     if (r > mid) modify(u << 1 | 1, l, r, k);
51     pushup(u);
52 }
53 }
54
55 int main() {
56     while (cin >> n, n) {
57         ys.clear();
58         for (int i = 0; i < n; i++) {
59             double x1, y1, x2, y2;
60             scanf("%lf%lf%lf%lf", &x1, &y1, &x2, &y2);
61             seg[i * 2] = {x1, y1, y2, 1};
62             seg[i * 2 + 1] = {x2, y1, y2, -1};
63             ys.push_back(y1), ys.push_back(y2);
64         }
65         sort(ys.begin(), ys.end());
66         ys.erase(unique(ys.begin(), ys.end()), ys.end());
67         build(1, 0, ys.size() - 2); // 共ys.size()个y, 那么相邻之间就有
            ys.size()-1个区间, 就有ys.size()-1个线段树的叶子节点。
68         sort(seg, seg + n * 2);
69         double res = 0;
70         for (int i = 0; i < n * 2; i++){
71             if (i) res += tr[1].len * (seg[i].x - seg[i - 1].x);
72             int l = find(seg[i].y1), r = find(seg[i].y2) - 1;
73             // 右端点注意要减去1, 假设实际区间为[L,R], 那么对应线段树中的区间
                就是[L,R-1]
74             modify(1, l, r, seg[i].k);
75         }
76         printf("Test case #%d\n", ++Case);
77         printf("Total explored area: %.2lf\n\n", res);
78     }
79     return 0;
80 }

```

1.2.5 HDU1255 (矩形 2 次覆盖面积并)

题意: 线段树扫描线求至少被覆盖 2 次的矩形面积并。

分析: 与上一个题目类似, 这里需要分别维护 len1, len2, 其中 len1 含义与上一个题

的 `len` 一样, `len2` 表示线段树区间内被覆盖至少 2 次的实际区间的合并的长度。只需求改 `pushup` 函数, 更新 `len2` 时候需要分情况讨论, 如果区间被完全覆盖了至少 2 次, `len2` 就是区间长度; 否则, 如果当前是叶子结点, 那么此时最多会被完全覆盖 1 次, 对 `len2` 没有贡献; 否则, 如果不是叶子结点并且恰好被覆盖 1 次, 那么要求该区间内至少被覆盖 2 次的长度, 就需要计算当前结点的左右子结点中被覆盖至少 1 次的长度, 如果不是叶子结点并且没有被完全覆盖过, 直接用子结点的 `len2` 之和来更新当前结点的 `len2` 即可。有点绕, 但是并不难理解。

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  const int N = 2010;
6
7  int T, n;
8  struct Segment {
9      double x, y1, y2;
10     int k;
11     bool operator < (const Segment &W) const {
12         return x < W.x;
13     }
14 } seg[N];
15 struct Node {
16     int l, r, cnt; // cnt表示[l,r]区间被完全覆盖的次数
17     double len1, len2; // len1表示线段树区间[l,r]中cnt>0的区间合并后的长度, len2对应cnt>1
18 } tr[N << 2];
19 vector<double> ys;
20
21 int find(double y) {
22     return lower_bound(ys.begin(), ys.end(), y) - ys.begin();
23 }
24
25 void pushup(int u) {
26     // 更新len1
27     if (tr[u].cnt > 0) {
28         tr[u].len1 = ys[tr[u].r + 1] - ys[tr[u].l];
29     } else if (tr[u].l == tr[u].r) {
30         tr[u].len1 = 0;
31     } else {
32         tr[u].len1 = tr[u << 1].len1 + tr[u << 1 | 1].len1;

```



```
33     }
34     // 更新len2
35     if (tr[u].cnt > 1) {
36         tr[u].len2 = ys[tr[u].r + 1] - ys[tr[u].l];
37     } else if (tr[u].l == tr[u].r) {
38         tr[u].len2 = 0;
39     } else {
40         if (tr[u].cnt == 1) { // 被完全覆盖了1次
41             // 如果子区间有恰好被覆盖至少1次的, 那么合在一起就是至少覆盖2次的面积了
42             tr[u].len2 = tr[u << 1].len1 + tr[u << 1 | 1].len1; // 加上子区间至少覆盖1次的面积
43         } else { // cnt=0
44             tr[u].len2 = tr[u << 1].len2 + tr[u << 1 | 1].len2;
45         }
46     }
47 }
48
49 void build(int u, int l, int r) {
50     tr[u] = {l, r, 0, 0};
51     if (l == r) return;
52     int mid = l + r >> 1;
53     build(u << 1, l, mid), build(u << 1 | 1, mid + 1, r);
54 }
55
56 void modify(int u, int l, int r, int k) {
57     if (tr[u].l >= l && tr[u].r <= r) {
58         tr[u].cnt += k;
59         pushup(u);
60     } else {
61         int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
62         if (l <= mid) modify(u << 1, l, r, k);
63         if (r > mid) modify(u << 1 | 1, l, r, k);
64         pushup(u);
65     }
66 }
67
68 int main() {
69     for (cin >> T; T--; ) {
70         cin >> n;
71         ys.clear();
72         for (int i = 0; i < n; i++) {
73             double x1, y1, x2, y2;
```

```

74     scanf("%lf%lf%lf%lf", &x1, &y1, &x2, &y2);
75     seg[i * 2] = {x1, y1, y2, 1};
76     seg[i * 2 + 1] = {x2, y1, y2, -1};
77     ys.push_back(y1), ys.push_back(y2);
78 }
79 sort(ys.begin(), ys.end());
80 ys.erase(unique(ys.begin(), ys.end()), ys.end());
81 build(1, 0, ys.size() - 2);
82 sort(seg, seg + n * 2);
83 double res = 0;
84 for (int i = 0; i < n * 2; i++){
85     if (i) res += tr[1].len2 * (seg[i].x - seg[i - 1].x);
86     int l = find(seg[i].y1), r = find(seg[i].y2) - 1;
87     modify(1, l, r, seg[i].k);
88 }
89 printf("%.2lf\n", res);
90 }
91 return 0;
92 }

```

1.3 分块

```

1  /*
2   * belong[i]表示下标i所属于的块编号
3   * B表示每一块的大小,sz表示一共有多少块
4   * L[i],R[i]分别表示块i的左闭边界和右闭边界
5   */
6  int n, B, sz;
7  int belong[N], L[N], R[N];
8
9  void build() {
10     B = sqrt(n), sz = (n - 1) / B + 1;
11     for (int i = 1; i <= n; i++) belong[i] = (i - 1) / B + 1;
12     for (int i = 1; i <= sz; i++) L[i] = (i - 1) * B + 1, R[i] = L[
        i] + B - 1;
13     R[sz] = n;
14 }

```

1.4 ST 表

```

1  // ST表可维护区间最值/区间gcd

```

```

2  int n, a[N];
3  int f[N][M]; // f[i][j]表示区间[i, i+2^j-1]区间的最大值
4  int Log2[N];
5
6  void ST_pre() {
7      Log2[2] = 1;
8      for (int i = 3; i < N; i++) Log2[i] = Log2[i >> 1] + 1;
9      for (int i = 1; i <= n; i++) f[i][0] = a[i];
10     for (int j = 1; j < M; j++) {
11         for (int i = 1; i + (1 << j) - 1 <= n; i++)
12             f[i][j] = max(f[i][j-1], f[i + (1 << j - 1)][j - 1]);
13     }
14 }
15
16 int query(int l, int r) {
17     int k = Log2[r - l + 1];
18     return max(f[l][k], f[r - (1 << k) + 1][k]);
19 }

```

1.5 Splay

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  const int N = 100010, INF = 1e9;
6
7  int n, m;
8  int w[N];
9  struct Splay {
10     int ch[2], fa, sz, val, flag; // flag=1为逆序标记
11     void init(int _val, int _fa) {
12         val = _val, fa = _fa;
13         sz = 1, flag = 0;
14         // ch[0] = ch[1] = 0; // 多测
15     }
16 } tr[N];
17 int root;
18 int stk[N], top;
19
20 int get(int u) {
21     return tr[tr[u].fa].ch[1] == u;

```

```
22 }
23
24 void pushup(int u) {
25     tr[u].sz = tr[tr[u].ch[0]].sz + tr[tr[u].ch[1]].sz + 1;
26 }
27
28 void pushdown(int u) {
29     if (tr[u].flag) {
30         swap(tr[u].ch[0], tr[u].ch[1]);
31         tr[tr[u].ch[0]].flag ^= 1;
32         tr[tr[u].ch[1]].flag ^= 1;
33         tr[u].flag = 0;
34     }
35 }
36
37 void rotate(int u) {
38     int fa = tr[u].fa, gfa = tr[fa].fa;
39     int k = get(u);
40     tr[gfa].ch[get(fa)] = u, tr[u].fa = gfa;
41     tr[fa].ch[k] = tr[u].ch[k ^ 1], tr[tr[u].ch[k ^ 1]].fa = fa;
42     tr[u].ch[k ^ 1] = fa, tr[fa].fa = u;
43     pushup(fa), pushup(u);
44 }
45
46 // 把u转到v的下面
47 void splay(int u, int v) {
48     while (tr[u].fa != v) {
49         int fa = tr[u].fa, gfa = tr[fa].fa;
50         if (gfa != v) {
51             if (get(u) ^ get(fa)) rotate(u);
52             else rotate(fa);
53         }
54         rotate(u);
55     }
56     if (!v) root = u; // v=0, 说明u被转到根位置
57 }
58
59 // 将w[l~r]建成一棵splay, 其根节点的父节点为fa
60 int build(int l, int r, int fa) {
61     int u = stk[top--];
62     int mid = l + r >> 1;
63     tr[u].init(w[mid], fa);
64     if (l < mid) tr[u].ch[0] = build(l, mid - 1, u);
```

```
65     if (r > mid) tr[u].ch[1] = build(mid + 1, r, u);
66     pushup(u);
67     return u;
68 }
69
70 int kth(int k) {
71     int u = root;
72     while (u) {
73         pushdown(u);
74         if (tr[tr[u].ch[0]].sz >= k) u = tr[u].ch[0];
75         else if (tr[tr[u].ch[0]].sz + 1 == k) return u;
76         else k -= tr[tr[u].ch[0]].sz + 1, u = tr[u].ch[1];
77     }
78     return -1;
79 }
80
81 // // 结点u内存回收
82 // void dfs(int u) {
83 //     stk[++top] = u;
84 //     if (tr[u].ch[0]) dfs(tr[u].ch[0]);
85 //     if (tr[u].ch[1]) dfs(tr[u].ch[1]);
86 // }
87
88 void print(int u) { // 中序遍历输出序列
89     pushdown(u);
90     if (tr[u].ch[0]) print(tr[u].ch[0]);
91     if (tr[u].val != INF && tr[u].val != -INF) printf("%d ", tr[u].val);
92     if (tr[u].ch[1]) print(tr[u].ch[1]);
93 }
94
95 int main() {
96     for (int i = 1; i < N; i++) stk[++top] = i; // 内存复用
97     scanf("%d%d", &n, &m);
98     for (int i = 1; i <= n; i++) w[i] = i; // w[1~n]为需要维护的序列,
        一般为题目输入
99     w[0] = -INF, w[n + 1] = INF; // 哨兵
100     root = build(0, n + 1, 0);
101     while (m--) {
102         int l, r; scanf("%d%d", &l, &r);
103         // 找到[l+1,r+1]的前后
104         l = kth(l), r = kth(r + 2);
105         splay(l, 0), splay(r, l); // 将l转到根, r转到l下面, 此时r的左孩子
```

```
    就表示需要维护的区间
106     tr[tr[r].ch[0]].flag ^= 1;
107 }
108 print(root);
109 return 0;
110 }
```

1.6 Treap

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  const int N = 100010, INF = 1e8;
6
7  int n;
8  struct Node {
9      int l, r;
10     int key, val;
11     int cnt, sz;
12 } tr[N];
13 int root, idx;
14
15 int new_node(int key) {
16     tr[++idx].key = key;
17     tr[idx].val = rand();
18     tr[idx].cnt = tr[idx].sz = 1;
19     return idx;
20 }
21
22 void pushup(int p) {
23     tr[p].sz = tr[tr[p].l].sz + tr[tr[p].r].sz + tr[p].cnt;
24 }
25
26 void build() {
27     new_node(-INF), new_node(INF);
28     root = 1, tr[1].r = 2;
29     pushup(root);
30 }
31
32 void RR(int &p) {
33     int q = tr[p].l;
```

```
34     tr[p].l = tr[q].r, tr[q].r = p, p = q;
35     pushup(tr[p].r), pushup(p);
36 }
37
38 void LR(int &p) {
39     int q = tr[p].r;
40     tr[p].r = tr[q].l, tr[q].l = p, p = q;
41     pushup(tr[p].l), pushup(p);
42 }
43
44 void insert(int &p, int key) {
45     if (!p) p = new_node(key);
46     else if (tr[p].key == key) tr[p].cnt++;
47     else if (tr[p].key > key) {
48         insert(tr[p].l, key);
49         if (tr[tr[p].l].val > tr[p].val) RR(p);
50     } else {
51         insert(tr[p].r, key);
52         if (tr[tr[p].r].val > tr[p].val) LR(p);
53     }
54     pushup(p);
55 }
56
57 void remove(int &p, int key) {
58     if (!p) return;
59     if (tr[p].key == key) {
60         if (tr[p].cnt > 1) tr[p].cnt--;
61         else if (tr[p].l || tr[p].r) {
62             if (!tr[p].r || tr[tr[p].l].val > tr[tr[p].r].val) {
63                 RR(p);
64                 remove(tr[p].r, key);
65             } else {
66                 LR(p);
67                 remove(tr[p].l, key);
68             }
69         } else {
70             p = 0;
71         }
72     } else if (tr[p].key > key) {
73         remove(tr[p].l, key);
74     } else {
75         remove(tr[p].r, key);
76     }
```

```
77     pushup(p);
78 }
79
80 int get_rank_by_key(int p, int key) {
81     if (!p) return 0; // never occur in this problem
82     if (tr[p].key == key) return tr[tr[p].l].sz + 1;
83     if (tr[p].key > key) return get_rank_by_key(tr[p].l, key);
84     return tr[tr[p].l].sz + tr[p].cnt + get_rank_by_key(tr[p].r,
85         key);
86 }
87
88 int get_key_by_rank(int p, int rank) {
89     if (!p) return INF; // never occur in this problem
90     if (tr[tr[p].l].sz >= rank) return get_key_by_rank(tr[p].l,
91         rank);
92     if (tr[tr[p].l].sz + tr[p].cnt >= rank) return tr[p].key;
93     return get_key_by_rank(tr[p].r, rank - tr[tr[p].l].sz - tr[p].
94         cnt);
95 }
96
97 // find max that smaller than key
98 int get_prev(int p, int key) {
99     if (!p) return -INF;
100     if (tr[p].key >= key) return get_prev(tr[p].l, key);
101     return max(tr[p].key, get_prev(tr[p].r, key));
102 }
103
104 // find min that bigger than key
105 int get_next(int p, int key) {
106     if (!p) return INF;
107     if (tr[p].key <= key) return get_next(tr[p].r, key);
108     return min(tr[p].key, get_next(tr[p].l, key));
109 }
110
111 int main() {
112     build();
113     cin >> n;
114     while (n--) {
115         int op, x;
116         cin >> op >> x;
117         if (op == 1) insert(root, x);
118         else if (op == 2) remove(root, x);
119         else if (op == 3) printf("%d\n", get_rank_by_key(root, x) -
```



```

        1); // 注意之前插入了-INF的哨兵
117     else if (op == 4) printf("%d\n", get_key_by_rank(root, x +
        1));
118     else if (op == 5) printf("%d\n", get_prev(root, x));
119     else printf("%d\n", get_next(root, x));
120 }
121 return 0;
122 }

```

1.7 树链剖分

1.7.1 点权

题意：给定一棵树，树中包含 n 个结点，有点权。初始时，1 号节点为树的根节点。现在要对该树进行 m 次操作，操作分为以下 4 种类型：

1. $u\ v\ k$ ，修改路径上节点权值，将节点 u 和节点 v 之间路径上的所有节点（包括这两个节点）的权值增加 k 。
2. $u\ k$ ，修改子树上节点权值，将以节点 u 为根的子树上的所有节点的权值增加 k 。
3. $u\ v$ ，询问路径，询问节点 u 和节点 v 之间路径上的所有节点（包括这两个节点）的权值和。
4. u ，询问子树，询问以节点 u 为根的子树上的所有节点的权值和。

分析：树剖后以 DFS 序建线段树，子树 u 对应线段树上的区间 $[dfn[u], dfn[u]+sz[u]-1]$ ， $u\ v$ 之间路径的区间构成详见代码。

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  typedef long long LL;
6
7  const int N = 100010, M = N << 1;
8
9  int n, m;
10 int a[N], na[N]; // na表示新编号
11 int h[N], e[M], ne[M], idx;
12 struct Tree {
13     int l, r;
14     LL sum, add;
15 } tr[N << 2];
16 int dfn[N], ts; // dfn表示dfs序（优先遍历重儿子）

```

```
17 int dep[N], sz[N], top[N], fa[N], son[N];
18 // dep[i]表示i的深度（根节点的深度为1）,sz[i]表示以i为根的子树的大小
19 // top[i]表示i所在重链的顶点,fa[i]表示i的父结点,son[i]表示子树i的重儿子
20
21 void add(int a, int b) {
22     e[idx] = b, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
23 }
24
25 void dfs1(int u, int father, int depth) {
26     dep[u] = depth, fa[u] = father, sz[u] = 1;
27     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
28         int j = e[i];
29         if (j == father) continue;
30         dfs1(j, u, depth + 1);
31         sz[u] += sz[j];
32         if (sz[son[u]] < sz[j]) son[u] = j;
33     }
34 }
35
36 // 点u所属的重链的顶点为t
37 void dfs2(int u, int t) {
38     dfn[u] = ++ts, na[ts] = a[u], top[u] = t;
39     if (!son[u]) return; // u为叶结点
40     dfs2(son[u], t); // 重儿子
41     // 处理轻儿子
42     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
43         int j = e[i];
44         if (j == fa[u] || j == son[u]) continue;
45         dfs2(j, j); // 轻儿子所处重链的顶点就是自己
46     }
47 }
48
49 void pushup(int u) {
50     tr[u].sum = tr[u << 1].sum + tr[u << 1 | 1].sum;
51 }
52
53 void build(int u, int l, int r) {
54     if (l == r) {
55         tr[u] = {l, r, na[r], 0};
56     } else {
57         tr[u] = {l, r};
58         int mid = l + r >> 1;
59         build(u << 1, l, mid), build(u << 1 | 1, mid + 1, r);
```

```
60     pushup(u);
61 }
62 }
63
64 void pushdown(int u) {
65     auto &root = tr[u], &left = tr[u << 1], &right = tr[u << 1 |
66         1];
67     if (root.add) {
68         left.add += root.add, left.sum += root.add * (left.r - left.
69             l + 1);
70         right.add += root.add, right.sum += root.add * (right.r -
71             right.l + 1);
72         root.add = 0;
73     }
74 }
75
76 // 将[l,r]区间加上k
77 void update(int u, int l, int r, int k) {
78     if (tr[u].l >= l && tr[u].r <= r) {
79         tr[u].add += k;
80         tr[u].sum += k * (tr[u].r - tr[u].l + 1);
81         return;
82     }
83     pushdown(u);
84     int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
85     if (l <= mid) update(u << 1, l, r, k);
86     if (r > mid) update(u << 1 | 1, l, r, k);
87     pushup(u);
88 }
89
90 // 求[l,r]区间和
91 LL query(int u, int l, int r) {
92     if (tr[u].l >= l && tr[u].r <= r) {
93         return tr[u].sum;
94     }
95     pushdown(u); // 下传add标记
96     LL res = 0;
97     int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
98     if (l <= mid) res += query(u << 1, l, r);
99     if (r > mid) res += query(u << 1 | 1, l, r);
100     return res;
101 }
```

```
100 // 将树上u->v的路径全部加上k
101 void update_path(int u, int v, int k) {
102     while (top[u] != top[v]) { // u,v不在同一个重链上
103         if (dep[top[u]] < dep[top[v]]) swap(u, v);
104         // 加上u所在的重链和
105         // 其区间为[dfn[top[u]], dfn[u]]
106         update(1, dfn[top[u]], dfn[u], k);
107         u = fa[top[u]];
108     }
109     if (dep[u] < dep[v]) swap(u, v);
110     // 加上u-v之间路径的和
111     update(1, dfn[v], dfn[u], k);
112 }
113
114 // 求树上u-v之间的路径和
115 LL query_path(int u, int v) {
116     LL res = 0;
117     while (top[u] != top[v]) { // u,v不在同一个重链上
118         if (dep[top[u]] < dep[top[v]]) swap(u, v);
119         // 加上u所在的重链和
120         // 其区间为[dfn[top[u]], dfn[u]]
121         res += query(1, dfn[top[u]], dfn[u]);
122         u = fa[top[u]];
123     }
124     if (dep[u] < dep[v]) swap(u, v);
125     // 加上u-v之间路径的和
126     res += query(1, dfn[v], dfn[u]);
127     return res;
128 }
129
130 // 将树上以u为根的子树全部加上k
131 void update_tree(int u, int k) {
132     // 对应区间 [dfn[u], dfn[u]+sz[u]-1]
133     update(1, dfn[u], dfn[u] + sz[u] - 1, k);
134 }
135
136 // 求树上以u为根的子树的和
137 LL query_tree(int u) {
138     // 对应区间 [dfn[u], dfn[u]+sz[u]-1]
139     return query(1, dfn[u], dfn[u] + sz[u] - 1);
140 }
141
142 int main() {
```

```

143     memset(h, -1, sizeof h);
144     scanf("%d", &n);
145     for (int i = 1; i <= n; i++) scanf("%d", &a[i]);
146     for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
147         int a, b;
148         scanf("%d%d", &a, &b);
149         add(a, b), add(b, a);
150     }
151     dfs1(1, -1, 1); // 预处理dep,fa,sz
152     dfs2(1, 1); // 求dfs序dfn,top
153     build(1, 1, n); // 建立线段树
154     for (scanf("%d", &m); m--; ) {
155         int type, u, v, k;
156         scanf("%d", &type);
157         if (type == 1) {
158             scanf("%d%d%d", &u, &v, &k);
159             update_path(u, v, k);
160         } else if (type == 2) {
161             scanf("%d%d", &u, &k);
162             update_tree(u, k);
163         } else if (type == 3) {
164             scanf("%d%d", &u, &v);
165             printf("%lld\n", query_path(u, v));
166         } else {
167             scanf("%d", &u);
168             printf("%lld\n", query_tree(u));
169         }
170     }
171     return 0;
172 }

```

1.7.2 边权

题意：有 n 个点的树，有边权。两种操作：1. $0\ a\ b$ ，表示更新第 a 条边权为 b ，2. $1\ a\ b$ 表示询问 a 到 b 的路径上边权之和。

分析：树链剖分后转化为序列问题用线段树维护，由于线段树没法维护边权，因此在原来树中需要将边权下放到点权，由于每个结点（除根结点）只有 1 个父亲，因此可以将父亲 \rightarrow 儿子的边权下放到儿子的点权上。求树上两点 u, v 距离时，需要注意不能把 $LCA(u, v)$ 的点权计算进去。

```
1 /* FZU2082 */
```

```
2  #include <iostream>
3  #include <algorithm>
4  #include <cstdio>
5  #include <cstring>
6
7  using namespace std;
8
9  typedef pair<int, int> PII;
10 typedef long long LL;
11
12 const int N = 50010, M = N << 1;
13
14 int n, m;
15 int h[N], e[M], w[M], ne[M], idx;
16 struct Tree {
17     int l, r;
18     LL sum;
19 } tr[N << 2];
20 int dfn[N], ts; // dfn表示dfs序 (优先遍历重儿子)
21 int dep[N], sz[N], top[N], fa[N], son[N];
22 // dep[i]表示i的深度 (根节点的深度为1), sz[i]表示以i为根的子树的大小
23 // top[i]表示i所在重链的顶点, fa[i]表示i的父结点, son[i]表示子树i的重儿子
24
25 void add(int a, int b, int c) {
26     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
27 }
28
29 void dfs1(int u, int father, int depth) {
30     dep[u] = depth, fa[u] = father, sz[u] = 1;
31     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
32         int j = e[i];
33         if (j == father) continue;
34         dfs1(j, u, depth + 1);
35         sz[u] += sz[j];
36         if (sz[son[u]] < sz[j]) son[u] = j;
37     }
38 }
39
40 // 点u所属的重链的顶点为t
41 void dfs2(int u, int t) {
42     dfn[u] = ++ts, top[u] = t;
43     if (!son[u]) return; // u为叶结点
44     dfs2(son[u], t); // 处理重儿子
```

```
45 // 处理轻儿子
46 for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
47     int j = e[i];
48     if (j == fa[u] || j == son[u]) continue;
49     dfs2(j, j); // 轻儿子所处重链的顶点就是自己
50 }
51 }
52
53 void pushup(int u) {
54     tr[u].sum = tr[u << 1].sum + tr[u << 1 | 1].sum;
55 }
56
57 void build(int u, int l, int r) {
58     if (l == r) {
59         tr[u].l = l, tr[u].r = r, tr[u].sum = 0;
60     } else {
61         tr[u].l = l, tr[u].r = r;
62         int mid = l + r >> 1;
63         build(u << 1, l, mid), build(u << 1 | 1, mid + 1, r);
64     }
65 }
66
67 // 将x位置修改成y
68 void update(int u, int x, int y) {
69     if (tr[u].l == x && tr[u].r == x) {
70         tr[u].sum = y;
71     } else {
72         int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
73         if (x <= mid) update(u << 1, x, y);
74         else update(u << 1 | 1, x, y);
75         pushup(u);
76     }
77 }
78
79 // 求线段树中[l,r]区间和
80 LL query(int u, int l, int r) {
81     if (tr[u].l >= l && tr[u].r <= r) {
82         return tr[u].sum;
83     } else {
84         LL res = 0;
85         int mid = tr[u].l + tr[u].r >> 1;
86         if (l <= mid) res += query(u << 1, l, r);
87         if (r > mid) res += query(u << 1 | 1, l, r);
```

```
88     return res;
89 }
90 }
91
92 // 求树上u-v之间的路径和
93 LL query_path(int u, int v) {
94     LL res = 0;
95     while (top[u] != top[v]) { // u,v不在同一个重链上
96         if (dep[top[u]] < dep[top[v]]) swap(u, v);
97         // 加上u所在的重链和
98         // 其区间为[dfn[top[u]], dfn[u]]
99         res += query(1, dfn[top[u]], dfn[u]);
100        u = fa[top[u]];
101    }
102    if (u == v) return res;
103    if (dep[u] < dep[v]) swap(u, v); // 保证u在下面v在上面
104    // 加上u-v之间路径的和, v当前在LCA位置, 这个点的点权不能算上。
105    res += query(1, dfn[son[v]], dfn[u]);
106    return res;
107 }
108
109 int main() {
110     while (cin >> n >> m) {
111         for (int i = 1; i <= n; i++) {
112             h[i] = -1, dfn[i] = 0, son[i] = 0;
113         }
114         idx = ts = 0;
115         for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
116             int a, b, c;
117             scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
118             add(a, b, c), add(b, a, c);
119         }
120         dfs1(1, -1, 1); // 预处理dep,fa,sz
121         dfs2(1, 1); // 求dfs序dfn,top
122         build(1, 1, n);
123         for (int i = 0; i < idx; i += 2) {
124             int u = e[i], v = e[i ^ 1];
125             if (dep[u] > dep[v]) swap(u, v);
126             update(1, dfn[v], w[i]);
127         }
128         while (m--) {
129             int type, x, y;
130             cin >> type >> x >> y;
```



```

131         if (type == 0) { // 更新第x条路的过路费为y
132             // 第1条 idx=0,1
133             // 第2条 idx=2,3
134             // 第x条 idx=2x-2,2x-1
135             int v = e[2 * x - 2], u = e[2 * x - 1];
136             if (dep[u] > dep[v]) swap(u, v);
137             // u是父亲, v是儿子, 令点v权值更新为y
138             update(1, dfn[v], y);
139         } else {
140             printf("%lld\n", query_path(x, y));
141         }
142     }
143 }
144 return 0;
145 }

```

1.8 莫队

1.8.1 离线询问排序方式

一般莫队排序方式：以 `belong[l]` 为第一关键字，`r` 为第二关键字升序排序。

```

1 struct Query {
2     int id, l, r;
3     bool operator < (const Query &W) const {
4         if (belong[l] != belong[W.l]) return belong[l] < belong[W.l];
5         return r < W.r;
6     }
7 } q[M];
8 // 奇偶优化
9 struct Query {
10     int id, l, r;
11     bool operator < (const Query &W) const {
12         if (belong[l] != belong[W.l]) return belong[l] < belong[W.l];
13         return belong[l] & 1 ? r < W.r : r > W.r;
14     }
15 } q[N];

```

带修莫队排序方式：以 $\text{belong}[l]$ 为第一关键字， $\text{belong}[r]$ 为第二关键字， ts 为第三关键字升序排序。

```

1 struct Query {
2     int id, l, r, ts; // id表示当前询问的编号, ts表示当前询问处于第ts次操作后, 第ts+1操作前
3     bool operator < (const Query &W) const {
4         if (belong[l] != belong[W.l]) return belong[l] < belong[W.l];
5         if (belong[r] != belong[W.r]) return belong[r] < belong[W.r];
6         return ts < W.ts;
7     }
8 } q[N];

```

1.8.2 洛谷 P4396 (基础莫队)

对于每个询问区间 $[l, r]$ 需要在该区间内值域在 $[a, b]$ 上的数的个数以及不同的数的个数。

可以考虑用两个树状数组来维护当前区间中出现的数字的个数，和不同数字的个数，然后差分一下就得到某个值域中出现的次数了。但这样插入和查询都是 $O(\log n)$ 。加上莫队总复杂度就达到了 $O(n\sqrt{n}\log n)$ ，这是无法接受的。

考虑值域分块，然后维护每一块的和。插入就是 $O(1)$ 查询为 $O(\sqrt{n})$ ，不会影响总复杂度。

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 using namespace std;
4
5 const int N = 100010;
6
7 int n, m;
8 int a[N], cnt[N], s[N][2], sum[N][2];
9 int belong[N], L[N], R[N], B, sz;
10 struct Query {
11     int id, l, r, a, b;
12     bool operator < (const Query &W) const {

```

```

13     if (belong[l] != belong[W.l]) return belong[l] < belong[W.l
14         ];
15     return r < W.r;
16 }
17 int ans[N][2];
18
19 void build() {
20     B = sqrt(n), sz = (n - 1) / B + 1;
21     for (int i = 1; i <= n; i++) belong[i] = (i - 1) / B + 1;
22     for (int i = 1; i <= sz; i++) L[i] = (i - 1) * B + 1, R[i] = L[
23         i] + B - 1;
24     R[sz] = n;
25 }
26 void add(int x) {
27     x = a[x];
28     cnt[x]++;
29     s[x][0]++, sum[belong[x]][0]++;
30     if (cnt[x] == 1) s[x][1]++, sum[belong[x]][1]++;
31 }
32
33 void del(int x) {
34     x = a[x];
35     cnt[x]--;
36     s[x][0]--, sum[belong[x]][0]--;
37     if (cnt[x] == 0) s[x][1]--, sum[belong[x]][1]--;
38 }
39
40 int ask(int l, int r, int type) {
41     if (belong[l] == belong[r]) {
42         int res = 0;
43         for (int i = l; i <= r; i++) res += s[i][type];
44         return res;
45     }
46     int res = 0;
47     for (int i = l; i <= R[belong[l]]; i++) res += s[i][type];
48     for (int i = belong[l] + 1; i < belong[r]; i++) res += sum[i][
49         type];
50     for (int i = L[belong[r]]; i <= r; i++) res += s[i][type];
51     return res;
52 }

```

```

53 int main() {
54     scanf("%d%d", &n, &m); build();
55     for (int i = 1; i <= n; i++) scanf("%d", &a[i]);
56     for (int i = 0; i < m; i++) {
57         int l, r, a, b;
58         scanf("%d%d%d%d", &l, &r, &a, &b);
59         q[i] = {i, l, r, a, b};
60     }
61     sort(q, q + m);
62     for (int i = 0, l = 1, r = 0; i < m; i++) {
63         while (r < q[i].r) add(++r);
64         while (l > q[i].l) add(--l);
65         while (r > q[i].r) del(r--);
66         while (l < q[i].l) del(l++);
67         ans[q[i].id][0] = ask(q[i].a, q[i].b, 0);
68         ans[q[i].id][1] = ask(q[i].a, q[i].b, 1);
69     }
70     for (int i = 0; i < m; i++) printf("%d %d\n", ans[i][0], ans[i][1]);
71     return 0;
72 }

```

1.8.3 AcWing2521 (带修莫队)

题意：两种操作 1. 询问区间不同颜色数量 2. 单点修改颜色

分析：时间轴上的 ts 指针移动，需要一点技巧。如果当前莫队区间的时间戳 ts 比查询区间的时间戳 $q[i].ts$ 小的话，需要将 $ts+1 \sim q[i].ts$ 时刻的修改造成的影响累加到答案上，这点并不难做，反之如果 $ts > q[i].ts$ ，就需要撤销 $q[i].ts+1 \sim ts$ 时刻的修改对答案的影响，比较难处理。因此，我们可以沿时间戳增量修改的时候，将已经用到的修改操作中的颜色，与被修改位置的颜色交换，那么下一次需要撤销这次修改时，就等价于再对这个位置进行一次修改操作，而由于之前修改和被修改的颜色进行了交换，因此直接执行这次修改操作恰好是撤销的效果。

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 using namespace std;
4
5 const int N = 10010, M = 1000010;
6
7 int n, m, B;
8 int color[N], belong[N];

```

```
9  int qcnt, pcnt; // qcnt为询问编号, pcnt为操作的编号
10 struct Query {
11     int id, l, r, ts; // id表示当前询问的编号, ts表示当前询问处于第ts次操作后, 第ts+1操作前
12     bool operator < (const Query &W) const {
13         if (belong[l] != belong[W.l]) return belong[l] < belong[W.l];
14         if (belong[r] != belong[W.r]) return belong[r] < belong[W.r];
15         return ts < W.ts;
16     }
17 } q[N];
18 struct Modify {
19     int x, c; // 将下标为x的位置的颜色修改成c
20 } p[N];
21 int cnt[M], ans[N];
22
23 void build() {
24     B = pow(n, 2.0 / 3);
25     for (int i = 1; i <= n; i++) belong[i] = (i - 1) / B + 1;
26 }
27
28 void add(int x, int &res) {
29     if (++cnt[x] == 1) res++;
30 }
31
32 void del(int x, int &res) {
33     if (--cnt[x] == 0) res--;
34 }
35
36 // 将编号为ts的操作的影响作用到编号为i的询问
37 void modify(int ts, int i, int &res) {
38     // 如果第ts次操作的位置在第i次询问的区间内部, 就需要删除原来的颜色, 再加上新颜色, 以对答案造成影响
39     if (p[ts].x >= q[i].l && p[ts].x <= q[i].r) {
40         del(color[p[ts].x], res);
41         add(p[ts].c, res);
42     }
43     // 上面只是修改cnt和res, 实际的颜色修改, 技巧, 交换原来的颜色, 和第ts次操作的颜色, 这样下次需要撤销这次操作, 相当于执行这次颜色被交换过的新操作。
44     swap(color[p[ts].x], p[ts].c);
45 }
46
```

```

47 int main() {
48     scanf("%d%d", &n, &m);
49     build();
50     for (int i = 1; i <= n; i++) scanf("%d", &color[i]);
51     for (int i = 0; i < m; i++) {
52         char op[2];
53         int l, r;
54         scanf("%s%d%d", op, &l, &r);
55         if (*op == 'Q') {
56             ++qcnt;
57             q[qcnt] = {qcnt, l, r, pcnt}; // 询问
58         } else {
59             p[++pcnt] = {l, r}; // 修改
60         }
61     }
62     // 对于询问排序
63     sort(q + 1, q + qcnt + 1);
64     // 枚举每一个询问, 初始下标区间为[l,r]为[1, 0], 为空, 不同颜色个数res=0
        , 处在第ts=0个操作之后, 第ts+1=1个操作之前
65     for (int i = 1, l = 1, r = 0, res = 0, ts = 0; i <= qcnt; i++)
        {
66         // 将[l,r,ts]移动到[q[i].l, q[i].r, q[i].ts]
67         while (r < q[i].r) add(color[++r], res);
68         while (l > q[i].l) add(color[--l], res);
69         while (r > q[i].r) del(color[r--], res);
70         while (l < q[i].l) del(color[l++], res);
71         while (ts < q[i].ts) modify(++ts, i, res); // 需要将ts+1~q[i
            ].ts的操作造成的影响累加到答案上
72         while (ts > q[i].ts) modify(ts--, i, res); // 需要消除q[i].ts
            +1~ts的操作对答案的影响
73         ans[q[i].id] = res;
74     }
75     for (int i = 1; i <= qcnt; i++) printf("%d\n", ans[i]);
76     return 0;
77 }

```

1.8.4 AcWing2523 (回滚莫队)

回滚莫队, 一般用在当区间维护的答案只具有“可加性”或者只具有“可减性”时, 这里只讨论, 只具有“可加性”的情况。对于此类情况, 回滚莫队能将删除操作 del 全部转化为插入操作 add。

依次处理询问，我们对询问进行分段处理，把左端点处于同一块的询问放在一起处理。

对于这些左端点处于同一块的询问来说，它们的右端点递增，我们再细分为两种情况。

1. 左右端点在同一块内：直接暴力做就行了， l, r 指针移动是 $O(n)$ 的。
2. 左右端点跨块，分为两部分：左端点所属块的部分，和右边的部分，初始化区间 $r = R[\text{belong}[q[i].l]]$, $l = r + 1$ ，右端点向右一直 add，左端点向左 add，每次做完左端点需要归位并消除影响。

取块大小为 $B = \sqrt{n}$ 的话，总复杂度为 $O(n\sqrt{n} + m\sqrt{n})$ 。

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  typedef long long LL;
6
7  const int N = 100010;
8
9  int n, m, B, sz;
10 int belong[N], L[N], R[N], a[N];
11 struct Query {
12     int id, l, r;
13     bool operator < (const Query &W) const {
14         if (belong[l] != belong[W.l]) return belong[l] < belong[W.l];
15         return r < W.r;
16     }
17 } q[N];
18 vector<int> alls;
19 int cnt[N];
20 LL ans[N];
21
22 void build() {
23     B = sqrt(n), sz = (n - 1) / B + 1;
24     for (int i = 1; i <= n; i++) belong[i] = (i - 1) / B + 1;
25     for (int i = 1; i <= sz; i++) L[i] = (i - 1) * B + 1, R[i] = L[i] + B - 1;
26     R[sz] = n;
27 }
28
29 int find(int x) {

```

```

30     return lower_bound(alls.begin(), alls.end(), x) - alls.begin();
31 }
32
33 void add(int x, LL &res) {
34     cnt[x]++;
35     res = max(res, (LL)cnt[x] * alls[x]);
36 }
37
38 int main() {
39     scanf("%d%d", &n, &m); build();
40     for (int i = 1; i <= n; i++) {
41         scanf("%d", &a[i]);
42         alls.push_back(a[i]);
43     }
44     sort(alls.begin(), alls.end());
45     alls.erase(unique(alls.begin(), alls.end()), alls.end());
46     for (int i = 1; i <= n; i++) a[i] = find(a[i]);
47     for (int i = 0, l, r; i < m; i++) {
48         scanf("%d%d", &l, &r);
49         q[i] = {i, l, r};
50     }
51     sort(q, q + m);
52     for (int i = 0; i < m; ) {
53         int j = i;
54         while (j + 1 < m && belong[q[i].l] == belong[q[j + 1].l]) j
            ++;
55         // 此时[i,j]区间内的所有询问的左端点属于同一块, 右端点递增
56         // 暴力求块内(左右端点在同一块内的询问)
57         while (i <= j && belong[q[i].l] == belong[q[i].r]) {
58             LL res = 0;
59             for (int k = q[i].l; k <= q[i].r; k++) add(a[k], res);
60             ans[q[i].id] = res;
61             // 清空cnt
62             for (int k = q[i].l; k <= q[i].r; k++) cnt[a[k]]--;
63             i++;
64         }
65         // 求跨块, 分为两部分: 左边第一个块内的部分和它右边块的部分
66         LL res = 0;
67         int block_id = belong[q[i].l];
68         int r = R[block_id], l = r + 1; // 莫队区间初始化
69         // 右端点递增, 只存在add操作, 左端点先初始化到block_id块的右端点, 然
            后向左使用add操作
70         while (i <= j) {

```



```

71     while (r < q[i].r) add(a[++r], res);
72     LL tmp = res; // 备份
73     while (l > q[i].l) add(a[--l], res);
74     ans[q[i].id] = res;
75     // 清空左边部分对于cnt[]的影响, 且让l回到初始位置
76     while (l <= R[belong[q[i].l]]) cnt[a[l++]] -- ;
77     res = tmp;
78     i++;
79 }
80 // 清空cnt, 对于每一块只会执行一次, 复杂度为n根号n
81 memset(cnt, 0, sizeof cnt);
82 }
83 for (int i = 0; i < m; i++) printf("%lld\n", ans[i]);
84 return 0;
85 }

```

1.8.5 树上莫队

通过树的 DFS 序或者欧拉序将树上问题转化为序列的区间询问问题, 再用莫队处理。

2 图论

2.1 最短路

2.1.1 朴素 Dijkstra

```

1  int g[N][N];
2  int dist[N];
3  bool st[N];
4
5  int dijkstra() {
6      memset(dist, 0x3f, sizeof dist);
7      dist[1] = 0;
8      for (int i = 0; i < n; i++) {
9          int t = -1;
10         for (int j = 1; j <= n; j++) {
11             if (!st[j] && (t == -1 || dist[j] < dist[t]))
12                 t = j;
13         }
14         st[t] = true;

```

```
15     for (int j = 1; j <= n; j++) {
16         dist[j] = min(dist[j], dist[t] + g[t][j]);
17     }
18 }
19 if (dist[n] == 0x3f3f3f3f) return -1;
20 return dist[n];
21 }
```

2.1.2 堆优化 Dijkstra

```
1 typedef pair<int, int> PII;
2
3 int n;
4 int h[N], w[N], e[N], ne[N], idx;
5 int dist[N];
6 bool st[N];
7
8 int dijkstra() {
9     memset(dist, 0x3f, sizeof dist);
10    dist[1] = 0;
11    priority_queue<PII, vector<PII>, greater<PII>> heap;
12    heap.push({0, 1});
13    while (heap.size()) {
14        auto t = q.front();
15        q.pop();
16        int ver = t.second;
17        if (st[ver]) continue;
18        st[ver] = true;
19        for (int i = h[ver]; ~i; i = ne[i]) {
20            int j = e[i];
21            if (dist[j] > dist[ver] + w[i]) {
22                dist[j] = dist[ver] + w[i];
23                heap.push({dist[j], j});
24            }
25        }
26    }
27    if (dist[n] == 0x3f3f3f3f) return -1;
28    return dist[n];
29 }
```

2.1.3 Bellman-Ford

```
1 // 不超过k条边的最短路
2 int n, m, k;
3 int dist[N], backup[N];
4
5 struct Edge {
6     int a, b, w;
7 } edges[M];
8
9 int bellman_ford() {
10     memset(dist, 0x3f, sizeof dist);
11     dist[1] = 0;
12     for (int i = 0; i < k; i++) { // 限制边数则k次循环, 否则n次, 且不需backup[]
13         memcpy(backup, dist, sizeof dist);
14         for (int j = 0; j < m; j++) {
15             int a = edges[j].a, b = edges[j].b, w = edges[j].w;
16             dist[b] = min(dist[b], backup[a] + w);
17         }
18     }
19     if (dist[n] > 0x3f3f3f3f / 2) return -1;
20     return dist[n];
21 }
```

2.1.4 SPFA

```
1 // 最短路
2 int n, m;
3 int h[N], e[N], w[N], ne[N], idx;
4 int dist[N];
5 bool st[N];
6
7 int spfa() {
8     memset(dist, 0x3f, sizeof dist);
9     dist[1] = 0;
10     queue<int> q;
11     q.push(1);
12     st[1] = true;
13     while (q.size()) {
14         int t = q.front();
15         q.pop();
16         st[t] = false;
17         for (int i = h[t]; i != -1; i = ne[i]) {
```

```
18         int j = e[i];
19         if (dist[j] > dist[t] + w[i]) {
20             dist[j] = dist[t] + w[i];
21             if (!st[j]) {
22                 q.push(j);
23                 st[j] = true;
24             }
25         }
26
27     }
28 }
29 if (dist[n] == 0x3f3f3f3f) return -1;
30 return dist[n];
31 }
32
33 // 最短路判负环 / 最长路判正环 (需要改变不等号方向)
34 int n, m;
35 int h[N], e[M], w[M], ne[M], idx;
36 int dist[N], cnt[N];
37 bool st[N];
38
39 void add(int a, int b, int c) {
40     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
41 }
42
43 bool spfa() {
44     queue<int> q;
45     for (int i = 1; i <= n; i++) {
46         q.push(i);
47         st[i] = true;
48     }
49     while (q.size()) {
50         int t = q.front();
51         q.pop();
52         st[t] = false;
53         for (int i = h[t]; ~i; i = ne[i]) {
54             int j = e[i];
55             if (dist[j] > dist[t] + w[i]) {
56                 dist[j] = dist[t] + w[i];
57                 cnt[j] = cnt[t] + 1;
58                 if (cnt[j] >= n) return true;
59                 if (!st[j]) {
60                     q.push(j);
```

```
61         st[j] = true;
62     }
63 }
64 }
65 }
66 return false;
67 }
```

2.1.5 Floyd

```
1  int n, m;
2  int d[N][N];
3
4  void init() {
5      for (int i = 1; i <= n; i++)
6          for (int j = 1; j <= n; j++)
7              if (i != j) d[i][j] = INF;
8  }
9
10 void floyd() {
11     for (int k = 1; k <= n; k++)
12         for (int i = 1; i <= n; i++)
13             for (int j = 1; j <= n; j++)
14                 d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);
15 }
```

2.2 最小生成树

2.2.1 Prim

```
1  int n, m;
2  int g[N][N];
3  int dist[N]; // dist[i]: i到集合的距离
4  bool st[N];
5
6  int prim() {
7      memset(dist, 0x3f, sizeof dist);
8      int res = 0; // 最小生成树的边权之和
9      for (int i = 0; i < n; i++) {
10         int t = -1; // 找到集合外距离集合最近的点
11         for (int j = 1; j <= n; j++) {
12             if (!st[j] && (t == -1 || dist[j] < dist[t]))
```

```
13         t = j;
14     }
15     if (i && dist[t] == INF) return INF; // 如果不是第一个点，并且这
        个点集合已经不连通了，就返回
16     if (i) res += dist[t]; // 不是第一个数，把t加到最小生成树
17     st[t] = true; // 把t加入集合
18     // 用t->j的距离，更新集合外的j到集合的距离
19     for (int j = 1; j <= n; j++) {
20         dist[j] = min(dist[j], g[t][j]);
21     }
22 }
23 return res;
24 }
```

2.2.2 Kruskal

```
1  int n, m;
2  int p[N]; // 并查集的父节点数组
3
4  struct Edge {
5      int a, b, w;
6      bool operator< (const Edge &W) const {
7          return w < W.w;
8      }
9  } edges[M];
10
11 int find(int x) {
12     if (p[x] != x) p[x] = find(p[x]);
13     return p[x];
14 }
15
16 int kruskal() {
17     sort(edges, edges + m);
18     for (int i = 1; i <= n; i++) p[i] = i; // 初始化并查集
19     int res = 0, cnt = 0; // res:最小生成树边权之和, cnt:当前加入的边数
20     for (int i = 0; i < m; i++) {
21         int a = edges[i].a, b = edges[i].b, w = edges[i].w;
22         a = find(a), b = find(b);
23         if (a != b) { // 不连通，就把这条边加到生成树里
24             p[a] = b;
25             res += w;
26             cnt ++ ;
27         }
28     }
```

```
27     }
28 }
29 if (cnt < n - 1) return INF;
30 return res;
31 }
```

2.3 严格次小生成树

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  typedef long long LL;
6
7  const int N = 100010, M = 300010;
8
9  int n, m;
10 int h[N], e[N * 2], w[N * 2], ne[N * 2], idx;
11 struct Edge {
12     int a, b, w;
13     bool f;
14     bool operator < (const Edge &W) const {
15         return w < W.w;
16     }
17 } edge[M];
18 int p[N], q[N];
19 int d1[N][17], d2[N][17];
20 int fa[N][17], depth[N];
21 // fa[i][j]:从i开始向上跳2^j步所能到的点
22 // d1[i][j]:从i开始向上跳2^j步所经过路径上的最大边
23 // d2[i][j]:从i开始向上跳2^j步所经过路径上的次大边
24
25 void add(int a, int b, int c) {
26     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
27 }
28
29 int find(int x) {
30     if (p[x] != x) p[x] = find(p[x]);
31     return p[x];
32 }
33
34 void update(int d1, int d2, int &v1, int &v2) {
```

```

35     if (d1 > v1) v2 = max(v1, d2), v1 = d1;
36     else if (d1 == v1) v2 = max(v2, d2);
37     else v2 = max(v2, d1);
38 }
39
40 void bfs(int root) {
41     memset(depth, -1, sizeof depth);
42     depth[0] = 0, depth[root] = 1;
43     int hh = 0, tt = 0;
44     q[0] = root;
45     while (hh <= tt) {
46         int t = q[hh++];
47         for (int i = h[t]; ~i; i = ne[i]) {
48             int j = e[i];
49             if (depth[j] == -1) {
50                 depth[j] = depth[t] + 1;
51                 q[++tt] = j;
52                 fa[j][0] = t;
53                 d1[j][0] = w[i], d2[j][0] = INT_MIN;
54                 for (int k = 1; k <= 16; k++) {
55                     fa[j][k] = fa[fa[j][k - 1]][k - 1];
56                     int mid = fa[j][k - 1];
57                     update(d1[j][k - 1], d2[j][k - 1], d1[j][k], d2[j][
                        k]);
58                     update(d1[mid][k - 1], d2[mid][k - 1], d1[j][k], d2
                        [j][k]);
59                 }
60             }
61         }
62     }
63 }
64
65 LL kruskal() {
66     for (int i = 1; i <= n; i++) p[i] = i;
67     sort(edge, edge + m);
68     LL res = 0;
69     for (int i = 0; i < m; i++) {
70         int a = edge[i].a, b = edge[i].b, w = edge[i].w;
71         int pa = find(a), pb = find(b);
72         if (pa != pb) {
73             add(a, b, w), add(b, a, w);
74             edge[i].f = true;
75             p[pa] = pb;

```



```
76         res += w;
77     }
78 }
79 return res;
80 }
81
82 void lca(int a, int b, int &v1, int &v2) {
83     if (depth[a] < depth[b]) swap(a, b);
84     for (int k = 16; k >= 0; k--) {
85         if (depth[fa[a][k]] >= depth[b]) {
86             update(d1[a][k], d2[a][k], v1, v2);
87             a = fa[a][k];
88         }
89     }
90     if (a == b) return;
91     for (int k = 16; k >= 0; k--) {
92         if (fa[a][k] != fa[b][k]) {
93             update(d1[a][k], d2[a][k], v1, v2);
94             update(d1[b][k], d2[b][k], v1, v2);
95             a = fa[a][k], b = fa[b][k];
96         }
97     }
98     update(d1[a][0], d2[a][0], v1, v2);
99     update(d1[b][0], d2[b][0], v1, v2);
100 }
101
102 int main() {
103     cin >> n >> m;
104     memset(h, -1, sizeof h);
105     for (int i = 0; i < m; i++) {
106         int a, b, w;
107         scanf("%d%d%d", &a, &b, &w);
108         edge[i] = {a, b, w};
109     }
110     LL mins = kruskal();
111     bfs(1);
112     LL res = 1e18;
113     for (int i = 0; i < m; i++) {
114         if (!edge[i].f) {
115             int a = edge[i].a, b = edge[i].b, w = edge[i].w;
116             int v1 = INT_MIN, v2 = INT_MIN;
117             lca(a, b, v1, v2);
118             if (v1 < w) res = min(res, mins + w - v1);
```

```
119         else if (v2 < w) res = min(res, mins + w - v2);
120     }
121 }
122 printf("%lld\n", res);
123 return 0;
124 }
```

2.4 有向图的强连通分量

```
1  /*
2   * AcWing1174 受欢迎的牛
3   * 求能被其他所有点到达的点有多少个
4   * Tarjan缩点后，统计出度为0的点的个数
5   * 个数大于1则答案为0，个数为1则答案为该scc的大小
6   */
7  #include <bits/stdc++.h>
8
9  using namespace std;
10
11 const int N = 10010, M = 50010;
12
13 int n, m;
14 int h[N], e[M], ne[M], idx;
15 int dfn[N], low[N], ts;
16 int stk[N], top;
17 bool in_stk[N];
18 int id[N], scc_cnt, sz[N];
19 int dout[N];
20
21 void add(int a, int b) {
22     e[idx] = b, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
23 }
24
25 void tarjan(int u) {
26     dfn[u] = low[u] = ++ts;
27     stk[++top] = u, in_stk[u] = true;
28     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
29         int j = e[i];
30         if (!dfn[j]) {
31             tarjan(j);
32             low[u] = min(low[u], low[j]);
33         } else if (in_stk[j]) {
```

```
34         low[u] = min(low[u], dfn[j]);
35     }
36 }
37 if (dfn[u] == low[u]) {
38     ++scc_cnt;
39     int v;
40     do {
41         v = stk[top--];
42         in_stk[v] = false;
43         id[v] = scc_cnt;
44         sz[scc_cnt]++;
45     } while (v != u);
46 }
47 }
48
49 int main() {
50     cin >> n >> m;
51     memset(h, -1, sizeof h);
52     while (m--) {
53         int a, b;
54         scanf("%d%d", &a, &b);
55         add(a, b);
56     }
57     for (int i = 1; i <= n; i++) {
58         if (!dfn[i]) tarjan(i);
59     }
60     for (int i = 1; i <= n; i++) {
61         for (int j = h[i]; ~j; j = ne[j]) {
62             int k = e[j];
63             int a = id[i], b = id[k];
64             if (a != b) dout[a]++;
65         }
66     }
67     int cnt = 0, res = 0;
68     for (int i = 1; i <= scc_cnt; i++) {
69         if (!dout[i]) {
70             cnt++;
71             res = sz[i];
72             if (cnt > 1) {
73                 res = 0;
74                 break;
75             }
76         }
```

```
77     }
78     printf("%d\n", res);
79     return 0;
80 }
```

2.5 无向图的双连通分量

2.5.1 AcWing1183（点的双连通分量）

```
1  /*
2   * AcWing1183 电力
3   * 给定一个由n个点m条边构成的无向图，
4   * 求出该图删除一个点之后，连通块最多有多少。
5   * 点的双连通分量模板
6   */
7  #include <bits/stdc++.h>
8
9  using namespace std;
10
11  const int N = 10010, M = 30010;
12
13  int n, m;
14  int h[N], e[M], ne[M], idx;
15  int dfn[N], low[N], timestamp;
16  int s; // 删除结点u后，u所在连通块最多分裂出的连通块数目
17
18  void add(int a, int b) {
19     e[idx] = b, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
20 }
21
22  void tarjan(int u, int root) {
23     dfn[u] = low[u] = ++timestamp;
24     int cnt = 0; // 删掉u后，u分裂的子树数目
25     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
26         int j = e[i];
27         if (!dfn[j]) {
28             tarjan(j, root);
29             low[u] = min(low[u], low[j]);
30             if (dfn[u] <= low[j]) cnt++;
31         } else {
32             low[u] = min(low[u], dfn[j]);
33         }
34     }
```

```
35 // 只要u不是根节点, 而且u有子树, 那么删掉u后, 还要算上u的父亲所在连通块
36 if (u != root) cnt++;
37 s = max(s, cnt);
38 }
39
40 int main() {
41     while (scanf("%d%d", &n, &m), n || m) {
42         memset(h, -1, sizeof h);
43         idx = timestamp = 0;
44         memset(dfn, 0, sizeof dfn);
45         while (m--) {
46             int a, b;
47             cin >> a >> b;
48             a++, b++;
49             add(a, b), add(b, a);
50         }
51         s = 0;
52         int cnt = 0; // 统计删点前连通块的个数
53         for (int i = 1; i <= n; i++) {
54             if (!dfn[i]) {
55                 tarjan(i, i);
56                 cnt++;
57             }
58         }
59         cout << cnt + s - 1 << endl;
60     }
61     return 0;
62 }
```

2.5.2 AcWing396 (点的双连通分量、割点)

```
1 /*
2  * AcWing396 矿场搭建
3  * 点的双连通分量、割点模板
4  */
5
6 #include <iostream>
7 #include <cstring>
8 #include <vector>
9 #include <algorithm>
10
11 using namespace std;
```

```
12
13 const int N = 1010, M = 1010;
14
15 int n, m, Case;
16 int h[N], e[M], ne[M], idx;
17 int dfn[N], low[N], ts;
18 vector<int> dcc[N]; // 存每一个点的双连通分量的所有点编号
19 int dcc_cnt; // 点的双连通分量编号
20 bool cut[N]; // 是否为割点
21 int stk[N], top;
22 int root;
23
24 void add(int a, int b) {
25     e[idx] = b, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
26 }
27
28 void tarjan(int u) {
29     dfn[u] = low[u] = ++ts;
30     stk[++top] = u;
31     if (u == root && h[u] == -1) {
32         dcc_cnt ++ ;
33         dcc[dcc_cnt].push_back(u);
34         return;
35     }
36     int cnt = 0;
37     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
38         int j = e[i];
39         if (!dfn[j]) {
40             tarjan(j);
41             low[u] = min(low[u], low[j]);
42             if (dfn[u] <= low[j]) {
43                 cnt++ ;
44                 if (u != root || cnt > 1) cut[u] = true;
45                 ++dcc_cnt;
46                 int v;
47                 do {
48                     v = stk[top--];
49                     dcc[dcc_cnt].push_back(v);
50                 } while (v != j);
51                 dcc[dcc_cnt].push_back(u);
52             }
53         } else low[u] = min(low[u], dfn[j]);
54     }
```

```
55 }
56
57 void init() {
58     for (int i = 1; i <= dcc_cnt; i ++ ) dcc[i].clear();
59     idx = n = ts = top = dcc_cnt = 0;
60     memset(h, -1, sizeof h);
61     memset(dfn, 0, sizeof dfn);
62     memset(cut, 0, sizeof cut);
63 }
64
65 int main() {
66     while (cin >> m, m) {
67         init();
68         while (m -- ) {
69             int a, b;
70             cin >> a >> b;
71             n = max(n, a), n = max(n, b);
72             add(a, b), add(b, a);
73         }
74         for (root = 1; root <= n; root++) {
75             if (!dfn[root]) tarjan(root);
76         }
77         int res = 0;
78         long long num = 1;
79         for (int i = 1; i <= dcc_cnt; i++) {
80             int cnt = 0;
81             for (int j = 0; j < dcc[i].size(); j++) {
82                 if (cut[dcc[i][j]]) cnt ++ ;
83             }
84             if (cnt == 0) {
85                 if (dcc[i].size() > 1) {
86                     res += 2;
87                     num *= dcc[i].size() * (dcc[i].size() - 1) / 2;
88                 } else res ++ ;
89             } else if (cnt == 1) {
90                 res++;
91                 num *= dcc[i].size() - 1;
92             }
93         }
94         printf("Case %d: %d %llu\n", ++Case, res, num);
95     }
96     return 0;
97 }
```

2.5.3 AcWing395（边的双连通分量、桥）

```
1  /*
2   * AcWing395 冗余路径
3   * 给定一个无向图，求最少添加几条无向边，能使得原图变成一个边的双连通分量。
4   * Tarjan求双连通分量，统计缩点后度数为1的点的个数cnt。
5   * 结论：最少再添加cnt/2上取整条无向边。
6   * 边的双连通分量、桥模板
7   */
8  #include <bits/stdc++.h>
9
10 using namespace std;
11
12 const int N = 5010, M = 20010;
13
14 int n, m;
15 int h[N], e[M], ne[M], idx;
16 int dfn[N], low[N], timestamp;
17 int stk[N], tt;
18 int id[N], dcc_cnt;
19 int d[N];
20 bool bridge[M];
21
22 void add(int a, int b) {
23     e[idx] = b, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
24 }
25
26 // in_edge表示到u的入边
27 void tarjan(int u, int in_edge) {
28     dfn[u] = low[u] = ++timestamp;
29     stk[++tt] = u;
30     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
31         int j = e[i];
32         if (!dfn[j]) {
33             tarjan(j, i);
34             low[u] = min(low[u], low[j]);
35             if (dfn[u] < low[j]) { // j无法走到u
36                 bridge[i] = bridge[i ^ 1] = true;
37             }
38         } else if (i != (in_edge ^ 1)) { // 不是反向边
39             low[u] = min(low[u], dfn[j]);
40         }
41     }
42 }
```



```
40     }
41 }
42 if (dfn[u] == low[u]) {
43     ++dcc_cnt;
44     int v;
45     do {
46         v = stk[tt--];
47         id[v] = dcc_cnt;
48     } while (v != u);
49 }
50 }
51
52 int main() {
53     cin >> n >> m;
54     memset(h, -1, sizeof h);
55     while (m--) {
56         int a, b;
57         cin >> a >> b;
58         add(a, b), add(b, a);
59     }
60     tarjan(1, -1);
61     for (int i = 0; i < idx; i++) { // 遍历所有边
62         if (bridge[i]) d[id[e[i]]]++;
63     }
64     int cnt = 0;
65     for (int i = 1; i <= dcc_cnt; i++) {
66         if (d[i] == 1) cnt++;
67     }
68     cout << (cnt + 1) / 2 << endl;
69     return 0;
70 }
```

2.6 差分约束

2.6.1 AcWing362（任意边权）

求最小值，考虑求最长路，保证了 c_i 范围，存在正环就无解，但本题一定有解不用判环。

题意即要从 $[0, 50000]$ 中选出最少的数来满足各区间内的个数。可以用前缀和 $s[i]$ 来统计 $[1, i]$ 中被选出数的个数（将下标均向右错一位），那么一段区间内的个数就很好统计了，做差即可。

根据数据范围和区间约束条件，不等式关系为：

1. 每个数要么选要么不选： $0 \leq s[i] - s[i-1] \leq 1, i \in [1, 50001]$
2. 区间限制： $s[b] - s[a-1] \geq c$

$$s[i] \geq s[i-1], i \in [1, 50001]$$

$$s[i-1] \geq s[i] - 1, i \in [1, 50001]$$

$$s[b] \geq s[a-1] + c$$

由第一个约束条件，建立了 $0 \rightarrow 1 \rightarrow \dots \rightarrow 50001$ 的边，因此 0 号点能走到所有边，令其作为源点。

```

1  /* AcWing362 区间 */
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  using namespace std;
5
6  const int N = 50010, M = 3 * N;
7
8  int n;
9  int h[N], e[M], w[M], ne[M], idx;
10 int dist[N], q[N];
11 bool st[N];
12
13 void add(int a, int b, int c) {
14     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
15 }
16
17 void spfa() {
18     memset(dist, 0xcf, sizeof dist);
19     dist[0] = 0;
20     int hh = 0, tt = 1;
21     q[0] = 0, st[0] = true;
22     while (hh != tt) {
23         int t = q[hh++];
24         if (hh == N) hh = 0;
25         st[t] = false;
26         for (int i = h[t]; ~i; i = ne[i]) {
27             int j = e[i];
28             if (dist[j] < dist[t] + w[i]) {
29                 dist[j] = dist[t] + w[i];

```

```

30         if (!st[j]) {
31             q[tt++] = j;
32             if (tt == N) tt = 0;
33             st[j] = true;
34         }
35     }
36 }
37 }
38 }
39
40 int main() {
41     cin >> n;
42     memset(h, -1, sizeof h);
43     for (int i = 1; i <= 50001; i++) {
44         add(i - 1, i, 0);
45         add(i, i - 1, -1);
46     }
47     for (int i = 0; i < n; i++) {
48         int a, b, c;
49         scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
50         a++, b++;
51         add(a - 1, b, c);
52     }
53     spfa();
54     printf("%d\n", dist[50001]);
55     return 0;
56 }

```

2.6.2 AcWing368 (01 边权)

只含 01 边权的差分约束特殊解法，复杂度线性。

先按照差分约束的做法，要求最长路，建边。然后 Tarjan 缩点，转化为 DAG。如果原图中存在正环一定无解，而这个正环只可能出现在强连通分量中。对于一个强连通分量，其中如果不存在正环，那么所有边权都一定为 0，因此只要判每个 SCC 中是否含有正权边，若有正权边则一定无解。如果有解，在新图上按拓扑序 DP 求最长路即可，初始化 $\text{dist}[i]=1$ 。

计算答案：每个强连通分量的大小 \times 亮度（相同），求和。

```

1  /* AcWing368 银河 */
2  #include <bits/stdc++.h>
3

```

```
4 using namespace std;
5
6 const int N = 100010, M = 600010;
7
8 int n, m;
9 int h[N], hs[N], e[M], w[M], ne[M], idx;
10 int dfn[N], low[N], timestamp;
11 int stk[N], top;
12 bool in_stk[N];
13 int id[N], sz[N], scc_cnt;
14 int dist[N];
15
16 void add(int h[], int a, int b, int c) {
17     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
18 }
19
20 void tarjan(int u) {
21     dfn[u] = low[u] = ++timestamp;
22     stk[++top] = u, in_stk[u] = true;
23     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
24         int j = e[i];
25         if (!dfn[j]) {
26             tarjan(j);
27             low[u] = min(low[u], low[j]);
28         } else if (in_stk[j]) {
29             low[u] = min(low[u], dfn[j]);
30         }
31     }
32     if (dfn[u] == low[u]) {
33         ++scc_cnt;
34         int v;
35         do {
36             v = stk[top--];
37             in_stk[v] = false;
38             id[v] = scc_cnt;
39             sz[scc_cnt]++;
40         } while (v != u);
41     }
42 }
43
44 int main() {
45     cin >> n >> m;
46     memset(h, -1, sizeof h);
```

```
47     memset(hs, -1, sizeof hs);
48     while (m--) {
49         int a, b, t;
50         scanf("%d%d%d", &t, &a, &b); // 顺序错了调到自闭
51         if (t == 1) add(h, a, b, 0), add(h, b, a, 0);
52         else if (t == 2) add(h, a, b, 1);
53         else if (t == 3) add(h, b, a, 0);
54         else if (t == 4) add(h, b, a, 1);
55         else if (t == 5) add(h, a, b, 0);
56     }
57     for (int i = 1; i <= n; i++) {
58         if (!dfn[i]) tarjan(i);
59     }
60     bool flag = true; // 判是否存在正环
61     for (int i = 1; i <= n; i++) {
62         for (int j = h[i]; ~j; j = ne[j]) {
63             int k = e[j];
64             int a = id[i], b = id[k];
65             if (a != b) add(hs, a, b, w[j]);
66             else if (w[j] > 0) {
67                 flag = false;
68                 break;
69             }
70         }
71         if (!flag) break;
72     }
73     if (!flag) puts("-1");
74     else { // 按拓扑序求最长路
75         for (int i = scc_cnt; i; i--) {
76             if (!dist[i]) dist[i] = 1;
77             for (int j = hs[i]; ~j; j = ne[j]) {
78                 int k = e[j];
79                 dist[k] = max(dist[k], dist[i] + w[j]);
80             }
81         }
82         long long res = 0;
83         for (int i = 1; i <= scc_cnt; i++) res += 1ll * dist[i] * sz
84             [i];
85         cout << res << endl;
86     }
87     return 0;
88 }
```

2.7 最近公共祖先

2.7.1 倍增

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  const int N = 20010, M = N * 2;
6
7  int n, m;
8  int h[N], e[M], w[M], ne[M], idx;
9  int fa[N][16], depth[N];
10 int dist[N], q[N]; // dist[] 维护到根距离
11
12 void add(int a, int b, int c) {
13     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
14 }
15
16 void bfs(int root) {
17     int hh = 0, tt = 0;
18     memset(depth, -1, sizeof depth);
19     memset(dist, 0x3f, sizeof dist);
20     q[0] = root, dist[root] = 0;
21     depth[0] = 0, depth[root] = 1;
22     while (hh <= tt) {
23         int t = q[hh++];
24         for (int i = h[t]; ~i; i = ne[i]) {
25             int j = e[i];
26             if (depth[j] == -1) {
27                 depth[j] = depth[t] + 1;
28                 dist[j] = dist[t] + w[i];
29                 q[++tt] = j;
30                 fa[j][0] = t;
31                 for (int k = 1; k <= 15; k++) {
32                     fa[j][k] = fa[fa[j][k - 1]][k - 1];
33                 }
34             }
35         }
36     }
37 }
38
39 int lca(int a, int b) {
40     if (depth[a] < depth[b]) swap(a, b);
```

```

41     for (int k = 15; k >= 0; k--) {
42         if (depth[fa[a][k]] >= depth[b])
43             a = fa[a][k];
44     }
45     if (a == b) return a;
46     for (int k = 15; k >= 0; k--) {
47         if (fa[a][k] != fa[b][k])
48             a = fa[a][k], b = fa[b][k];
49     }
50     return fa[a][0];
51 }
52
53 int main() {
54     cin >> n >> m;
55     memset(h, -1, sizeof h);
56     for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
57         int a, b, c;
58         scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
59         add(a, b, c), add(b, a, c);
60     }
61     bfs(1);
62     while (m--) {
63         int x, y;
64         scanf("%d%d", &x, &y);
65         int p = lca(x, y);
66         printf("%d\n", dist[x] + dist[y] - 2 * dist[p]);
67     }
68     return 0;
69 }

```

2.7.2 Tarjan

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  typedef pair<int, int> PII;
6
7  const int N = 10010, M = 2 * N;
8
9  int n, m;
10 int h[N], e[M], ne[M], w[M], idx;

```

```
11 int p[N], dist[N], st[N], res[M];
12 vector<PII> query[N];
13
14 void add(int a, int b, int c) {
15     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
16 }
17
18 int find(int x) {
19     if (p[x] != x) p[x] = find(p[x]);
20     return p[x];
21 }
22
23 void tarjan(int u, int fa) {
24     st[u] = 1; // 标记为正在搜的点
25     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
26         int j = e[i];
27         if (j == fa) continue;
28         if (!st[j]) { // 还没搜过的点
29             dist[j] = dist[u] + w[i];
30             tarjan(j, u);
31             p[j] = u;
32         }
33     }
34     // 遍历u的所有查询
35     for (auto item : query[u]) {
36         int v = item.first, id = item.second;
37         if (st[v] == 2) { // 已经搜完回溯的点, find(v)为u, v的LCA
38             res[id] = dist[u] + dist[v] - 2 * dist[find(v)];
39         }
40     }
41     st[u] = 2; // 标记为已经搜完回溯的点
42 }
43
44 int main() {
45     cin >> n >> m;
46     memset(h, -1, sizeof h);
47     for (int i = 1; i <= n; i++) p[i] = i;
48     for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
49         int a, b, c;
50         scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
51         add(a, b, c), add(b, a, c);
52     }
53     for (int i = 0; i < m; i++) {
```



```

54     int a, b;
55     scanf("%d%d", &a, &b);
56     query[a].push_back({b, i}); // 需要加双向询问
57     query[b].push_back({a, i});
58 }
59 tarjan(1, -1);
60 for (int i = 0; i < m; i++) printf("%d\n", res[i]);
61 return 0;
62 }

```

2.7.3 树剖

```

1 int lca(int u, int v) {
2     while (top[u] != top[v]) {
3         if (dep[top[u]] < dep[top[v]]) swap(u, v);
4         u = fa[top[u]];
5     }
6     if (dep[u] < dep[v]) swap(u, v);
7     return v;
8 }

```

2.8 网络流

2.8.1 Dinic

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 using namespace std;
4
5 const int N = 100010, M = 200010, INF = 1e9;
6
7 int n, m, S, T;
8 int h[N], e[M], w[M], ne[M], idx;
9 int q[N];
10 int d[N], cur[N]; // d[i]表示点i的层次, cur[i]表示i的当前弧
11
12 void add(int a, int b, int c) {
13     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
14     e[idx] = a, w[idx] = 0, ne[idx] = h[b], h[b] = idx++;
15 }
16
17 bool bfs() { // 判断残留网络是否存在增广路 (即从S到T存在边全大于0的路径)

```

```

18     int hh = 0, tt = -1;
19     memset(d, -1, sizeof d);
20     q[++tt] = S, d[S] = 0, cur[S] = h[S];
21     while (hh <= tt) {
22         int t = q[hh++];
23         for (int i = h[t]; ~i; i = ne[i]) {
24             int j = e[i];
25             if (d[j] == -1 && w[i]) {
26                 d[j] = d[t] + 1;
27                 cur[j] = h[j];
28                 q[++tt] = j;
29                 if (j == T) return true; // 找到了增广路, 此时增广路的流量
                                     即 f[T]
30             }
31         }
32     }
33     return false; // 残留网络不存在增广路, 那么此时原图的可行流流量就是最大
        流
34 }
35
36 // 从起点到u, 流量最大值为limit
37 int find(int u, int limit) {
38     if (u == T) return limit;
39     int flow = 0; // u->T的流量
40     for (int i = cur[u]; ~i && flow < limit; i = ne[i]) {
41         int j = e[i];
42         cur[u] = i; // 更新当前弧
43         if (d[j] == d[u] + 1 && w[i]) {
44             int t = find(j, min(w[i], limit - flow));
45             if (!t) d[j] = -1; // 删点
46             w[i] -= t, w[i ^ 1] += t, flow += t;
47         }
48     }
49     return flow;
50 }
51
52 int dinic() {
53     int max_flow = 0;
54     while (bfs()) while (int flow = find(S, INF)) max_flow += flow;
55     return max_flow;
56 }
57
58 int main() {

```

```

59     cin >> n >> m >> S >> T;
60     memset(h, -1, sizeof h);
61     while (m--) {
62         int a, b, c;
63         scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
64         add(a, b, c); // 初始流量为0, 对于原图的残留网络, 正向边容量为c-0=c
                        // , 反向边容量为0+0=0
65     }
66     printf("%d\n", dinic());
67     return 0;
68 }

```

2.8.2 EK

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  const int N = 1010, M = 20010, INF = 1e9;
6
7  int n, m, S, T;
8  int h[N], e[M], w[M], ne[M], idx;
9  bool st[N];
10 int q[N], f[N]; // f[i]表示以i结尾的增广路径的流量 (即路径上容量的最小值)
11 int pre[N]; // pre[i]表示i的前驱边的编号 (即指向i的边)
12
13 void add(int a, int b, int c) {
14     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
15     e[idx] = a, w[idx] = 0, ne[idx] = h[b], h[b] = idx++;
16 }
17
18 bool bfs() { // 判断残留网络是否存在增广路 (即从S到T存在边全大于0的路径)
19     int hh = 0, tt = -1;
20     memset(st, false, sizeof st);
21     q[++tt] = S, st[S] = true, f[S] = INF;
22     while (hh <= tt) {
23         int t = q[hh++];
24         for (int i = h[t]; ~i; i = ne[i]) {
25             int j = e[i];
26             if (!st[j] && w[i]) {
27                 q[++tt] = j;
28                 st[j] = true;

```

```

29         pre[j] = i; // 记录j的前驱边
30         f[j] = min(f[t], w[i]);
31         if (j == T) return true; // j是终点，即找到了增广路，此时增
           广路的流量即f[T]
32     }
33 }
34 }
35 return false; // 残留网络不存在增广路，那么此时原图的可行流流量就是最大
           流
36 }
37
38 int EK() {
39     int flow = 0;
40     while (bfs()) { // 如果残留网络存在增广路f', 就将他的流量加到原网络的流
           量上
41         flow += f[T];
42         for (int i = T; i != S; i = e[pre[i] ^ 1]) { // 更新残留网络
43             w[pre[i]] -= f[T], w[pre[i] ^ 1] += f[T];
44         }
45     }
46     return flow; // 最大流
47 }
48
49 int main() {
50     cin >> n >> m >> S >> T;
51     memset(h, -1, sizeof h);
52     while (m--) {
53         int a, b, c;
54         scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
55         add(a, b, c); // 初始流量为0，对于原图的残留网络，正向边容量为c-0=c
           ，反向边容量为0+0=0
56     }
57     printf("%d\n", EK());
58     return 0;
59 }

```

2.9 二分图

2.9.1 染色法

```

1  /* O(n+m) */
2  int n, m;
3  int h[N], e[M], ne[M], idx;

```

```
4 int color[N];
5
6 // 返回false染色失败，不是二分图
7 bool dfs(int u, int c) {
8     color[u] = c; // 将u染成c
9     for (int i = h[u]; ~i; i = ne[i]) {
10         int j = e[i];
11         if (!color[j]) { // 如果j未染色
12             if (!dfs(j, 3 - c)) return false; // 染色失败
13         } else if (color[j] == c) {
14             return false; // 与现有颜色矛盾
15         }
16     }
17     return true;
18 }
19
20 bool check() {
21     for (int i = 1; i <= n; i++) {
22         if (!color[i])
23             if (!dfs(i, 1))
24                 return false;
25     }
26     return true;
27 }
```

2.9.2 匈牙利算法

```
1 int n1, n2, m;
2 int h[N], e[M], ne[M], idx;
3 int match[N]; // match[j]:j号女生匹配的男生
4 /* 二分图最大匹配 O(nm) 实际比较快 */
5 bool st[N];
6
7 void add(int a, int b) {
8     e[idx] = b, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
9 }
10
11 bool find(int x) {
12     // 遍历x号男生看上的所有女生
13     for (int i = h[x]; i != -1; i = ne[i]) {
14         int j = e[i];
15         if (!st[j]) { // 防止重复匹配
```

```
16         st[j] = true; // 标即为匹配过了
17         if (match[j] == 0 || find(match[j])) { // 如果j号女生还没有
            匹配到男生或者她匹配到的男生可以找到下家
18             match[j] = x; // 就把j匹配给x
19             return true;
20         }
21     }
22 }
23 return false;
24 }
25
26 int calc() {
27     int res = 0;
28     for (int i = 1; i <= n1; i++) {
29         memset(st, false, sizeof st);
30         if (find(i)) res++;
31     }
32     return res;
33 }
```

2.9.3 最大流之二分图最大匹配

```
1  /* AcWing2175 飞行员配对方案问题 */
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  using namespace std;
5
6  const int N = 210, M = 30010, INF = 1e9;
7
8  int m, n, S, T;
9  int h[N], e[M], w[M], ne[M], idx;
10 int q[N], d[N], cur[N];
11
12 void add(int a, int b, int c) {
13     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
14     e[idx] = a, w[idx] = 0, ne[idx] = h[b], h[b] = idx++;
15 }
16
17 bool bfs() {
18     int hh = 0, tt = -1;
19     memset(d, -1, sizeof d);
20     q[++tt] = S, d[S] = 0, cur[S] = h[S];
```

```
21     while (hh <= tt) {
22         int t = q[hh++];
23         for (int i = h[t]; ~i; i = ne[i]) {
24             int j = e[i];
25             if (d[j] == -1 && w[i]) {
26                 d[j] = d[t] + 1;
27                 cur[j] = h[j];
28                 q[++tt] = j;
29                 if (j == T) return true;
30             }
31         }
32     }
33     return false;
34 }
35
36 int find(int u, int limit) {
37     if (u == T) return limit;
38     int flow = 0;
39     for (int i = cur[u]; ~i && flow < limit; i = ne[i]) {
40         int j = e[i];
41         cur[u] = i;
42         if (d[j] == d[u] + 1 && w[i]) {
43             int t = find(j, min(w[i], limit - flow));
44             if (!t) d[j] = -1;
45             w[i] -= t, w[i ^ 1] += t, flow += t;
46         }
47     }
48     return flow;
49 }
50
51 int dinic() {
52     int max_flow = 0;
53     while (bfs()) while (int flow = find(S, INF)) max_flow += flow;
54     return max_flow;
55 }
56
57 int main() {
58     cin >> m >> n;
59     memset(h, -1, sizeof h);
60     S = 0, T = n + 1;
61     int a, b, cnt = 0;
62     while (cin >> a >> b, a != -1) add(a, b, 1), cnt += 2;
63     for (int i = 1; i <= m; i++) add(S, i, 1);
```

```
64     for (int i = m + 1; i <= n; i++) add(i, T, 1);
65     printf("%d\n", dinic());
66     for (int i = 0; i < cnt; i += 2) {
67         if (!w[i]) printf("%d %d\n", e[i ^ 1], e[i]);
68     }
69     return 0;
70 }
```

2.9.4 最大流之二分图多重匹配

```
1  /* AcWing2179 圆桌问题 */
2  #include <bits/stdc++.h>
3
4  using namespace std;
5
6  const int N = 500, M = 90010, INF = 1e9;
7
8  int m, n, S, T, tot;
9  int h[N], e[M], ne[M], w[M], idx;
10 int q[N], d[N], cur[N];
11
12 void add(int a, int b, int c) {
13     e[idx] = b, w[idx] = c, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
14     e[idx] = a, w[idx] = 0, ne[idx] = h[b], h[b] = idx++;
15 }
16
17 bool bfs() {
18     int hh = 0, tt = -1;
19     memset(d, -1, sizeof d);
20     q[++tt] = S, d[S] = 0, cur[S] = h[S];
21     while (hh <= tt) {
22         int t = q[hh++];
23         for (int i = h[t]; ~i; i = ne[i]) {
24             int j = e[i];
25             if (d[j] == -1 && w[i]) {
26                 d[j] = d[t] + 1;
27                 cur[j] = h[j];
28                 q[++tt] = j;
29                 if (j == T) return true;
30             }
31         }
32     }
```



```
33     return false;
34 }
35
36 int find(int u, int limit) {
37     if (u == T) return limit;
38     int flow = 0;
39     for (int i = cur[u]; ~i && flow < limit; i = ne[i]) {
40         int j = e[i];
41         cur[u] = i;
42         if (d[j] == d[u] + 1 && w[i]) {
43             int t = find(j, min(w[i], limit - flow));
44             if (!t) d[j] = -1;
45             w[i] -= t, w[i ^ 1] += t, flow += t;
46         }
47     }
48     return flow;
49 }
50
51 int dinic() {
52     int max_flow = 0;
53     while (bfs()) while (int flow = find(S, INF)) max_flow += flow;
54     return max_flow;
55 }
56
57 int main() {
58     cin >> m >> n;
59     S = 0, T = m + n + 1;
60     memset(h, -1, sizeof h);
61     for (int i = 1; i <= m; i++) {
62         int x; scanf("%d", &x);
63         tot += x, add(S, i, x);
64     }
65     for (int i = 1; i <= n; i++) {
66         int x; scanf("%d", &x);
67         add(m + i, T, x);
68     }
69     for (int i = 1; i <= m; i++) {
70         for (int j = 1; j <= n; j++) {
71             add(i, m + j, 1);
72         }
73     }
74     if (tot != dinic()) return 0 * puts("0");
75     puts("1");
```

```
76     for (int i = 1; i <= m; i++) {
77         for (int j = h[i]; ~j; j = ne[j]) {
78             int k = e[j];
79             if (k > m && !w[j]) printf("%d ", k - m);
80         }
81         puts("");
82     }
83     return 0;
84 }
```

3 字符串

3.1 Manacher

```
1  /* O(n) 求字符串s的最大回文长度 */
2  #include <iostream>
3  #include <cstring>
4  #include <cstdio>
5  #include <algorithm>
6
7  using namespace std;
8
9  const int N = 2000010;
10
11 int n, m, Case;
12 char s[N], str[N]; // s为原串, str为插入分隔符后的串
13 int p[N]; // p[i]为str中以下标i为中心的最大回文半径
14 // p[i]-1为s中以i为回文中心的最大回文长度
15
16 void manacher() {
17     int rt = 0, mid = 0;
18     int res = 0;
19     for (int i = 1; i <= m; i++) {
20         p[i] = i < rt ? min(p[2 * mid - i], rt - i) : 1;
21         while (str[i + p[i]] == str[i - p[i]]) p[i]++;
22         if (i + p[i] > rt) {
23             rt = i + p[i];
24             mid = i;
25         }
26         res = max(res, p[i] - 1);
27     }
28     printf("Case %d: %d\n", ++Case, res);
29 }
```

```
29 }
30
31 int main() {
32     str[0] = '!', str[1] = '#'; /* str[0]为哨兵 */
33     while (scanf("%s", s), s[0] != 'E') {
34         n = strlen(s);
35         for (int i = 0; i < n; i++) {
36             str[i * 2 + 2] = s[i];
37             str[i * 2 + 3] = '#';
38         }
39         m = n * 2 + 1;
40         str[m + 1] = '@'; /* 哨兵 */
41         manacher();
42     }
43     return 0;
44 }
```

3.2 KMP

```
1  /* 求出模板串P在模式串S中所有出现的位置的起始下标 */
2  #include <iostream>
3  #include <algorithm>
4
5  using namespace std;
6
7  const int N = 10010, M = 100010;
8
9  int n, m; // n,m分别为p,s的长度
10 char p[N], s[M];
11 int ne[N]; // ne[i]表示以i结尾的真后缀能够匹配前缀的最大长度
12
13 int main() {
14     cin >> n >> p + 1 >> m >> s + 1;
15     for (int i = 2, j = 0; i <= n; i++) {
16         while (j && p[i] != p[j + 1]) j = ne[j];
17         if (p[i] == p[j + 1]) j++;
18         ne[i] = j;
19     }
20     for (int i = 1, j = 0; i <= m; i++) {
21         while (j && (s[i] != p[j + 1])) j = ne[j];
22         if (s[i] == p[j + 1]) j++;
23         if (j == n) { // 匹配完成
```

```
24         printf("%d ", i - 1 - n + 1);
25         j = ne[j];
26     }
27 }
28 return 0;
29 }
```

3.3 AC 自动机

```
1  /*
2   * AcWing1282 搜索关键词
3   * 输入: T组数据, 给定n, 然后n个单词, 最后给一个字符串表示文章
4   * 求有多少个单词 (可以是相同的) 在文章中出现
5   */
6  #include <iostream>
7  #include <cstring>
8  #include <algorithm>
9
10 using namespace std;
11
12 const int N = 10010 * 50, M = 1000010;
13
14 int T, n;
15 int son[N][26], cnt[N], idx;
16 int ne[N];
17 char str[M];
18 int ans;
19 int q[N];
20
21 void insert(char str[]) {
22     int p = 0;
23     for (int i = 0; str[i]; i++) {
24         int u = str[i] - 'a';
25         if (!son[p][u]) son[p][u] = ++idx;
26         p = son[p][u];
27     }
28     cnt[p]++;
29 }
30
31 void build() {
32     int hh = 0, tt = -1;
33     for (int i = 0; i < 26; i++) {
```

```
34     if (son[0][i]) q[++tt] = son[0][i];
35 }
36 while (hh <= tt) {
37     int t = q[hh++];
38     for (int i = 0; i < 26; i++) {
39         if (!son[t][i]) son[t][i] = son[ne[t]][i];
40         else {
41             ne[son[t][i]] = son[ne[t]][i];
42             q[++tt] = son[t][i];
43         }
44     }
45 }
46 }
47
48 void init() {
49     memset(ne, 0, sizeof ne);
50     idx = 0;
51     memset(cnt, 0, sizeof cnt);
52     memset(son, 0, sizeof son);
53 }
54
55 void solve() {
56     init();
57     cin >> n;
58     for (int i = 0; i < n; i++) {
59         scanf("%s", str);
60         insert(str);
61     }
62     build();
63     scanf("%s", str);
64     ans = 0;
65     for (int i = 0, j = 0; str[i]; i++) {
66         int u = str[i] - 'a';
67         j = son[j][u];
68         int k = j;
69         while (k) {
70             ans += cnt[k];
71             cnt[k] = 0;
72             k = ne[k];
73         }
74     }
75     cout << ans << endl;
76 }
```

```
77 |
78 | int main() {
79 |     cin >> T;
80 |     while (T--) solve();
81 |     return 0;
82 | }
```

4 其他

4.1 离散化

```
1 | vector<int> alls;
2 | sort(alls.begin(), alls.end());
3 | alls.erase(unique(alls.begin(), alls.end()), alls.end());
4 | int find(int x) {
5 |     return lower_bound(alls.begin(), alls.end(), x) - alls.begin();
6 | }
```

4.2 高精度

```
1 | struct hll {
2 |     int num[4010], len, sign;
3 |     hll() { len = 0, sign = 1; }
4 |     hll(int x) { *this = x; }
5 |     hll(long long x) { *this = x; }
6 |     hll(char *ss) { *this = ss; }
7 |     hll(string ss) { *this = ss; }
8 |     hll& operator = (const int &x) {
9 |         int val = x;
10 |         if (val >= 0) sign = 1, len = 0;
11 |         else if (val < 0) sign = -1, val = -val, len = 0;
12 |         do {
13 |             num[len++] = val % 10, val /= 10;
14 |         } while (val);
15 |         return *this;
16 |     }
17 |     hll& operator = (const long long &x) {
18 |         long long val = x;
19 |         if (val >= 0) sign = 1, len = 0;
20 |         else if (val < 0) sign = -1, val = -val, len = 0;
21 |         do {
```

```
22         num[len++] = val % 10, val /= 10;
23     } while (val);
24     return *this;
25 }
26 hll& operator = (const string &ss) {
27     len = ss.size();
28     int start;
29     if (ss[0] == '-') sign = -1, start = 1;
30     else sign = 1, start = 0;
31     for (int i = len - 1; i >= start; i--) num[len - i - 1] = ss
        [i] - '0';
32     if (sign == -1) len--;
33     return *this;
34 }
35 hll& operator = (const char *ss) {
36     len = strlen(ss);
37     int start;
38     if (ss[0] == '-') sign = -1, start = 1;
39     else sign = 1, start = 0;
40     for (int i = len - 1; i >= start; i--) num[len - i - 1] = ss
        [i] - '0';
41     if (sign == -1) len--;
42     return *this;
43 }
44 hll& operator = (const hll &t) {
45     len = t.len, sign = t.sign;
46     for (int i = 0; i < len; i++) num[i] = t.num[i];
47     return *this;
48 }
49 int abs_cmp(const hll &a, const hll &b) const { // |a|>|b|时返回
    1, 相等返回0, 小于返回-1
50     if (a.len > b.len) return 1;
51     else if (a.len < b.len) return -1;
52     else {
53         for (int i = a.len - 1; i >= 0; i--) {
54             if (a.num[i] < b.num[i]) return -1;
55             if (a.num[i] > b.num[i]) return 1;
56         }
57         return 0;
58     }
59 }
60 int cmp(const hll &t) const { // *this与t比较, 小于返回-1, 等于返回
    0, 大于返回1
```

```

61     if (sign != t.sign) {
62         if (sign == 1) return 1;
63         else return -1;
64     } else {
65         if (abs_cmp(*this, t) == 1) return sign;
66         else if (abs_cmp(*this, t) == 0) return 0;
67         else return -sign;
68     }
69 }
70 hll abs_plus(const hll &a, const hll &b) { // |a|+|b|, ans的符号
    与a和b原来的符号相同
71     hll ans;
72     ans.sign = a.sign;
73     for (int i = 0, carry = 0; i < a.len || i < b.len || carry;
        i++) {
74         if (i < a.len) carry += a.num[i];
75         if (i < b.len) carry += b.num[i];
76         ans.num[ans.len++] = carry % 10;
77         carry /= 10;
78     }
79     return ans;
80 }
81 hll abs_minus(const hll &a, const hll &b) { // ||a|-|b||, ans的
    符号为|a|-|b|的符号
82     hll ans, c, d;
83     if (abs_cmp(a, b) >= 0) ans.sign = 1, c = a, d = b;
84     else ans.sign = -1, c = b, d = a;
85     for (int i = 0, borrow = 0; i < c.len; i++) {
86         borrow = c.num[i] - borrow;
87         if (i < d.len) borrow -= d.num[i];
88         ans.num[ans.len++] = (borrow + 10) % 10;
89         if (borrow >= 0) borrow = 0;
90         else borrow = 1;
91     }
92     while (ans.len > 1 && ans.num[ans.len - 1] == 0) ans.len--;
    // 去除前导0
93     return ans;
94 }
95 bool operator == (const hll &t) const { return cmp(t) == 0; }
96 bool operator != (const hll &t) const { return !(cmp(t) == 0); }
    }
97 bool operator < (const hll &t) const { return cmp(t) == -1; }
98 bool operator > (const hll &t) const { return cmp(t) == 1; }

```



```

99     bool operator <= (const hll &t) const { return !(cmp(t) == 1);
    }
100    bool operator >= (const hll &t) const { return !(cmp(t) == -1);
    }
101    hll operator + (const hll &t) {
102        hll ans;
103        if (sign == t.sign) { // 同号 直接相加, 符号不变
104            ans = abs_plus(*this, t);
105        } else { // 异号
106            if (sign == 1) { // 前正 + 后负 == 前绝对值 - 后绝对值
107                ans = abs_minus(*this, t);
108            } else { // 前负 + 后正 == 后绝对值 - 前绝对值
109                ans = abs_minus(t, *this);
110            }
111        }
112        return ans;
113    }
114    hll operator - (const hll &t) {
115        hll ans;
116        if (sign == t.sign) { // 同号
117            ans = abs_minus(*this, t);
118            if (sign == 1) { // 前正 - 后正
119                ; // 不用做了
120            } else { // 前负 - 后负
121                ans.sign *= -1;
122            }
123        } else { // 异号
124            if (sign == 1) { // 前正 - 后负 == 前绝对值 + 后绝对值
125                ans = abs_plus(*this, t);
126            } else { // 前负 - 后正 == -(前绝对值 + 前绝对值)
127                ans = abs_plus(t, *this);
128                ans.sign = -1;
129            }
130        }
131        return ans;
132    }
133    hll operator * (const hll &t) { // 高精度*高精度
134        hll ans;
135        memset(ans.num, 0, len + t.len << 2);
136        ans.sign = sign * t.sign;
137        ans.len = len + t.len - 1; // a位数乘以b位数, 得到的结果是a+b-1
            位数, 或a+b位数
138        for (int i = 0; i < len; i++) {

```

```
139         for (int j = 0; j < t.len; j++)
140             ans.num[i + j] += num[i] * t.num[j];
141     }
142     for (int i = 0; i < ans.len - 1; i++) {
143         if (ans.num[i] >= 10) {
144             ans.num[i + 1] += ans.num[i] / 10;
145             ans.num[i] %= 10;
146         }
147     }
148     // 看最高位是否需要进位，如果有进位，答案最终是a+b位数，否则是a+b-1位数
149     if (ans.num[ans.len - 1] >= 10) {
150         ans.num[ans.len] = ans.num[ans.len - 1] / 10;
151         ans.num[ans.len - 1] %= 10;
152         ans.len++;
153     }
154     while (ans.len > 1 && ans.num[ans.len - 1] == 0) ans.len--;
155     // 去除前导0
156     return ans;
157 }
158 hll operator += (const hll &t) {
159     return *this + t;
160 }
161 hll operator *= (const hll &t) {
162     return *this * t;
163 }
164 void print() {
165     if (sign == -1) putchar('-');
166     for (int i = len - 1; i >= 0; i--) putchar(num[i] + '0');
167 }
```