2 次安定化と H^∞ 制御理論

本田雄一郎
森田研 M1

2016/06/27

はじめに

次のような不確実な線形システムを考える．

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A(q(t)))x(t) + (B + \Delta B(q(t)))u(t) \tag{2.1a}$$

定義 2.2

$u = 0$ **のシステム** (2.1) **に対して，ある正定値対称行列** $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ **と** $\alpha > 0$ **を が存在して，任意の許容可能な n 不確実性** $q(t)$ **に対し，リアプノフ関数** $V(x) = x^\top Px$ **が**

$$\mathbb{L}(x,t) := \dot{V} = 2x^\top P(A + \Delta A(q(t)))x \le -\alpha\|x\|^2$$

をすべての $(x,t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$ **の組に対して満たすとき，システム** (2.1) **は 2 次可安定という．また，閉ループが 2 次安定となるような状態フィードバック制御** $u = -Kx(t)$ **が存在するとき，システム** (2.1) **は線形状態フィードバックによって 2 次可安定であるという．**

定理 2.3

ある $\epsilon > 0$ **が存在して，次の代数的リッカチ方程式**

$$
\begin{aligned}
&(A - B\Xi E_2^\top E_1)^\top P + P(A - B\Xi E_2^\top E_1) \\
&+ P\left(DD^\top - B\Xi B^\top - \frac{1}{\epsilon} B\Phi^\top \Phi B^\top\right)P \\
&+ E_1^\top (I - E_2 \Xi E_2^\top) E_1 + \epsilon I = 0
\end{aligned} \tag{2.4}
$$

が成り立つとき，不確実なシステム (2.1) **は線形制御で 2 次可安定であるという．**

本論文の成果

本論文のメインテーマは，不確実なシステムの 2 次安定化による時間領域の結果と，H^∞ 最適化による周波数領域の結果の相互作用を見ることであった．これらの関係は，定理 2.7，定理 3.4 によって見ることができた．この関係は 1960 年代から知られていたが，2 次安定化による時間領域と，H^∞ 最適化による周波数領域の論文ではあまり注目されていなかった．いま，再びこれらの関係を見ることで，双方の分野でより価値が認められるようになることが期待される．実際，多くの 2 次安定化の結果は，H^∞ 最適化の特別な場合と見ることができる．