HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

KÝ THI LẬP TRÌNH CHUẨN QUỐC TẾ ICPC - ICPC PTIT 2024 - VÒNG CHUNG KẾT

Ngày thi: Chủ nhật, ngày 22 tháng 09 năm 2024

Thời gian làm bài: 225 phút (08h – 11h45). Đề thi gồm có 12 bài

BÀI A. BIỂU THỰC TOÁN HỌC

Thời gian: 1s

Cho dãy số A gồm N phần tử và số nguyên dương M. Nhiệm vụ của bạn là đếm số cách điền các dấu +, -, * vào giữa các phần tử A[i] và A[i + 1] (với i < N) để tạo thành biểu thức có giá trị chia hết cho M.

Input

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T (T < 100)

Mỗi test gồm có hai dòng:

- Dòng thứ nhất là hai số nguyên N và M $(2 \le N \le 10, 1 \le M \le 10^9)$
- Dòng thứ hai là N số nguyên A[i] $(0 \le A[i] \le 10^9)$

Output: Với mỗi test, hãy in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Ví dụ

Input	Output
2	2
4 19	81
3 4 5 7	
5 1	
19853	

Giải thích test 1: 3 + 4 + 5 + 7 = 19; 3 * 4 - 5 - 7 = 0

BÀI B. SỐ MAY MẮN ĐẶC BIỆT

Thời gian: 1s

Trong một số nước châu Á, 8 và 6 được coi là những chữ số may mắn. Bất cứ số nguyên nào chỉ chứa chữ số 8 và 6 được coi là số may mắn, ví dụ 6, 8, 66, 668, 88, 886 ...

Số may mắn đặc biệt là các số may mắn có dạng S = 8...86...6 (các chữ số 8 liên tiếp nhau, rồi các chữ số 6 liên tiếp nhau). Trong đó S phải có ít nhất một chữ số, và chữ số 6 và 8 không nhất thiết phải đồng thời xuất hiện. Ví dụ, 8, 88, 6, 66, 86, 886, 8866 ... là các số có dạng S.

Cho trước một số nguyên dương X, hãy tìm số may mắn đặc biệt nhỏ nhất có không quá 200 chữ số và chia hết cho X.

Input

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T $(1 \le T \le 100)$.

Mỗi test gồm một số nguyên dương X duy nhất ($1 \le X \le 10000$).

Output

Với mỗi test, in ra trên một dòng số may mắn đặc biệt S nhỏ nhất chia hết cho X. Trường hợp không tồn tại số S có không quá 200 chữ số như vậy, ghi -1.

Ví dụ

Input	Output
4	6
6	8
8	86
43	-1
5	

BÀI C. TÍCH CỦA DÃY SỐ

Thời gian: 1s

Cho hai số nguyên dương N và M. Hãy đếm xem có bao nhiều dãy số A[] khác nhau có N phần tử nguyên dương thỏa mãn tích tất cả các phần tử trong dãy đúng bằng M. Hai dãy số A[] và B[] được gọi là khác nhau nếu như tồn tại vị trí i nào đó để A[i] \neq B[i]

Input: Một dòng duy nhất gồm hai số nguyên dương N và M $(1 \le N \le 10^5, 1 \le M \le 10^9)$

Output: In ra số lượng dãy số phân biệt thõa mãn yêu cầu của đề bài lấy theo modulo $10^9 + 7$

Ví dụ

Input	Output
2 6	4
3 10	9
45 426	91125

Giải thích test 1: Có 4 dãy số thỏa mãn là (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1).

BÀI D. ĐƯỜNG TRÒN

Thời gian: 1s

Cho đường tròn có tâm I(X, Y) và bán kính R. Hãy đếm số lượng các điểm có tọa độ nguyên nằm bên trong hoặc trên đường tròn.

Input: Gồm 3 số thực X, Y, R có tối đa 4 chữ số sau dấu phẩy (|X|, $|Y| \le 10^5$, $0 \le R \le 10^5$).

Output: In ra số lượng điểm có tọa độ nguyên nằm bên trong và bên trên đường tròn đã cho

Ví dụ

Input	Output
1.2 0.8 1	3
0 0 1	5
-39066.9606 -83906 45886.5164	6614851027

BÀI E. NỐI ĐIỂM

Thời gian: 1s

Cho N điểm trên mặt phẳng Oxy. Chi phí vẽ đoạn thẳng AB bằng $(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$. Nhiệm vụ của bạn là hãy nối các điểm lại với nhau, sao cho N điểm đã cho tạo thành 1 thành phần liên thông duy nhất và chi phi thực hiện là nhỏ nhất có thể.

Input

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N $(1 \le N \le 100000)$.

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên x[i], y[i] là toạ độ của điểm thứ i

Ràng buộc: $0 \le x[i] \le 10^6$, $0 \le y[i] \le 10$.

Output: In ra một số nguyên là chi phí nhỏ nhất tìm được

Ví dụ:

Input	Output
4	22
1 1	
2 2	
2 4	
6 2	
10	1487
50 9	
77 3	
86 5	
50 1	
49 10	
30 0	
90 3	
12 2	
82 10	
40 4	

Giải thích test 1:

Nối điểm (1, 2) chi phí bằng 2. Nối điểm (2, 3) chi phí bằng 4 Nối điểm (2, 4) chi phí bằng 16.

Tổng chi phí là: 2 + 4 + 16 = 22

BÀI F. CHIA HÉT CHO 8

Thời gian: 1s.

Cho một xâu S chỉ gồm các chữ số từ '1 tới '9'. Bạn được phép thực hiện vô hạn phép đổi chỗ các kí tự của xâu S với nhau. Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định xem xâu mới thu có phải là một số nguyên chia hết chia 8 hay không.

Input: Một xâu mô tả số S có độ dài không quá 200000 kí tự

Output: In ra "YES" nếu có thể tạo ra xâu mới chia hết cho 8, in ra "NO" trong trường hợp ngược lại

Ví dụ:

Input	Output
1234	YES
1331	NO
61	YES
588	NO

BÀI G. TRUY VẤN TRÊN DÃY SỐ

Thời gian: 2s.

Cho dãy số A có N phần tử và M truy vấn, mỗi truy vấn thuộc một trong bốn loại sau:

I pos X: Chèn thêm phần tử X vào sau phần tử thứ pos của dãy số A[] hiện tại.

U pos len Y: Thay đổi giá trị các phần tử A[pos], A[pos+1], ...,A[pos+len−1] thành giá trị Y.

 ${f R}$ pos len: Xoay ngược đoạn các phần tử A[pos], A[pos+1], ..., A[pos+len-1].

Q pos len: Yêu cầu tính tổng các phần tử của đoạn A[pos], A[pos+1], ..., A[pos+len-1]. .

Input

Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên N và M (N, $M \le 200000$).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên mô tả dãy số A[].

M dòng tiếp theo, mỗi dòng mô tả một truy vấn. Mỗi truy vấn sẽ nhập một kí tự đầu tiên trước.

- Nếu là kí tự "T", đây là truy vấn loại 1. Theo sau là 2 giá trị pos và X.
- Nếu là kí tự "U", đây là truy vấn loại 2. Theo sau là 3 giá trị pos, len và Y.
- Nếu là kí tự 'R', đây là truy vấn loại 3. Theo sau là 2 giá trị pos và len.
- Nếu là kí tự 'Q, đây là truy vấn loại 4. Theo sau là 2 giá trị pos và len.

Các phần tử A[i] và X, Y có giá trị tuyệt đối không vượt quá 10.

Input đảm bảo các truy vấn loại 2, 3, 4 hợp lệ (pos + len − 1 không vượt quá độ dài của dãy số hiện tại).

Output

Với mỗi truy vấn loại 4, hãy in ra tổng của dãy số tìm được trên một dòng.

Input	Output
8 7	16
3 5 1 4 -2 5 6 7	-10
Q 5 4	-3
I 1 -6	10
Q 2 3	
U 4 2 8	
Q 2 3	
R 3 3	
Q 2 3	

Giải thích test

Truy vấn 1: Sum $[5 \rightarrow 8] = -2 + 5 + 6 + 7 = 16$

Sau truy vấn 2: Dãy số A[] mới là 3 -6 -5 1 4 -2 5 6 7

Truy vấn 3: (-6) + (-5) + 1 = -10

Sau truy vấn 4: Dãy số A[] mới là 3 -6 -5 8 8 -2 5 6 7

Truy vấn 5: (-6) + (-5) + 8 = -3

Sau truy vấn 6: Dãy số A[] mới là 3 -6 8 8 -5 -2 5 6 7

Truy vấn 7: (-6) + 8 + 8 = 10

BÀI H. DI CHUYỂN QUÂN XE

Thời gian: 8s

Luật chơi cờ vua đã rất quen thuộc. Trên bàn cờ mở rộng với N hàng và M cột đã đặt một số quân Xe trắng và một số quân Mã đen. Mỗi bước, quân Xe có thể di chuyển tới các ô trống mà không bị quân Mã chiếm giữ (nếu không, quân Xe sẽ bị ăn), hoặc có thể ăn luôn một số quân Mã trên đường đi của nó nếu như vị trí này không được bảo vệ bởi một quân Mã khác

Biết rằng các quân Mã sẽ không di chuyển và chỉ bảo vệ các vị trí mà chúng nắm giữ. Hãy kiểm tra xem có thể di chuyển quân Xe một cách an toàn đến vị trí đích xác định trước hay không

Input

Dòng đầu ghi hai số N và M là kích thước bàn cờ $(2 \le N, M \le 750)$.

Tiếp theo là N dòng mô tả bàn cờ. Trong đó có đúng 1 chữ X là vị trí quân Xe, có đúng 1 chữ O là vị trí đích cần đến. Và có ít nhất 1 chữ M là vị trí các quân Mã. Các ô '.' là các ô trống

Vị trí đích đến (chữ O) cũng có thể đã bị chiếm giữ bởi các quân Mã đen, khi đó tất nhiên Xe trắng sẽ phải ăn các quân Mã đó trước khi di chuyển vào vị trí đích

Output

In ra "YES" nếu quân xe đi được tới đích, in ra "NO" trong trường hợp ngược lại

Input	Output
66	YES
O	
M . M .	
M . M	
M .	
X M	
M .	
6 6	YES
M	
M O M .	
M M	
M	
X	
4 4	NO
. M	
M X	
M	
. M . O	
4 3	YES
X M .	
M M .	
0	

BÀI I. XÉP HÀNG

Thời gian: 1s

Cơ N sinh viên xếp thành một hàng dọc, mỗi bạn được gán một con số từ 1 đến N. Mỗi sinh viên có lựa chọn duy nhất là nếu quyết định di chuyển thì sẽ được chuyển lên đầu hàng, những người phía trên sẽ lùi xuống một bước để nhường chỗ cho anh ta.

Cho thứ tự xếp hàng tại hai thời điểm t_1 và t_2 ($t_1 < t_2$). Hãy xác định xem trong khoảng thời gian này thì ít nhất bao nhiều sinh viên đã quyết định di chuyển.

Input

Dòng đầu ghi số bộ test T (T < 10.000).

Mỗi bộ test bắt đầu với một dòng ghi số nguyên dương N (không quá 100.000).

Dòng tiếp theo ghi N số là thứ tự tại thời điểm t_1 .

Dòng tiếp theo ghi N số là thử tự tại thời điểm t_2 .

Output

Với mỗi test, ghi ra giá trị kết quả tinh được trên 1 dòng.

Input	Output
2	2
5	4
1 4 2 5 3	
4 5 1 2 3	
8	
8 2 4 7 1 6 5 3	
5 6 1 4 8 2 7 3	

Giải thích test 1: Sinh viên 5 rồi sinh viên 4 thực hiện di chuyển.

BÀI J. XÂU 4321

Thời gian: 5s

Khi quan sát các từ khóa "ICPC", "PTIT", "2024" ta thấy chúng có một đặc điểm chung là đều có độ dài là 4, chứa 3 kí tự phân biệt, giữa 2 kí tự giống nhau là 1 kí tự khác, ta tạm gọi đặc điểm này là "4321".

Mở rộng hơn, một xâu được xem là có tính chất "4321" nếu thỏa mãn một trong hai điều kiện sau:

- Có độ dài là 4, chứa 3 kí tự phân biệt, giữa 2 kí tự giống nhau là 1 kí tự khác
- Nếu tồn tại hai xâu A và B cùng có tính chất "4321" thì khi ta ghép hai xâu A, B với nhau ta được một xâu mới cũng có tính chất "4321", ví dụ: "20242024", "ICPCPTIT2024

Cho một xâu S, yêu cầu hãy đếm số cách chọn ra một xâu con không rỗng có tính chất "4321" và trong số các xâu con này, hãy tìm xâu con dài nhất. Hai cách chọn được xem là khác nhau nếu tồn tại một vị trí trong xâu S được chọn trong cách này nhưng lại không được chọn trong cách kia.

Xâu A được xem là xâu con của xâu B nếu ta có thể xóa 0 hoặc một vài kí tự khỏi xâu B sao cho các kí tự còn lại tạo thành xâu A. Ví dụ xâu "ICT" có tất cả 7 xâu con {"I", "C", "T", "IC", "IT", ICT"}.

Input

Dòng đầu chứa số bộ test $T (T \le 5)$

T dòng tiếp theo mỗi dòng chứa xâu S độ dài không quá 30000, chỉ bao gồm 7 kí tự in hoa {'C', 'I', 'P', 'T', '0', '2', '4'}.

Input đảm bảo có ít nhất một xâu con có tính chất "4321".

Output

Với mỗi test in ra hai dòng:

- Dòng đầu tiên in ra số cách chọn xâu con có tính chất "4321" chia dư cho $10^9 + 7$.
- Dòng thứ hai in ra xâu con dài nhất có tính chất "4321". Nếu có nhiều đáp án, hãy in ra xâu có thứ tự từ điển nhỏ nhất (thứ tự các kí tự như sau: '0' < '2' < '4' < 'C' < 'I' < 'P' < 'T').

Ví dụ

Input	Output
3	96
ICPCPTIT2024	ICPCPTIT2024
ITPTIT	5
20I24	IPIT
	2
	2024

BÀI K. XÁC ĐỊNH CHỮ SỐ

Thời gian: 1s

Viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1 đến 10^{15} ta nhận được một số nguyên dương N. Tiến hành xóa đi k chữ số của số N để được số lớn nhất M. Người ta muốn biết chữ số thứ p của M là chữ số nào.

Yêu cầu: Cho hai số nguyên dương k, p, hãy tìm chữ số thứ p của số M theo cách tạo trên.

Input

Dòng đầu chứa số nguyên T là số bộ dữ liệu;

T dòng sau, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương k, p (k, $p \le 10^{15}$).

Output

Gồm T dòng, mỗi dòng chứa một số nguyên là kết quả tương ứng của bộ test trong dữ liệu vào.

Ví du

Input	Output
2	8
5 3	9
9 1	

BÀI L. VỊ TRÍ ĐẶT GƯƠNG

Thời gian: 1s

Mặt sàn phòng làm việc của Alice được mô tả bằng một đa giác lồi n định với n bức tường tương ứng là các cạnh của đa giác nối hai định liền kề. Trong đó:

- Các đỉnh được đánh số từ 1 đến n ngược chiều kim đồng hồ, định thứ i (1 ≤ i ≤ n) có tọa độ là (X[i], Y[i]).
- Các cạnh được đánh số từ 1 đến n theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ, bắt đầu từ cạnh thứ nhất nối giữa đỉnh số 1 và số 2.
- Vị trí bàn làm việc của Alice là điểm (u, v) nằm trong đa giác.

Alice dự định thiết kế và đặt một tấm gương chiếm phủ kín một bức tưởng nào đó trong n bức tường để tổng diện tích mặt cắt mà Alice có thể quan sát được từ trong gương khi đứng ở tọa độ (u,v) hướng mặt về gương là lớn nhất

Yêu cầu: Hãy giúp Alice chọn bức tường để đặt gương mà tổng diện tích mặt cắt Alice có thể quan sát được từ trong gương khi đứng ở tọa độ (u, v) hướng mặt về gương là lớn nhất.

Input

Dòng đầu chứa số nguyên dương n ($3 \le n \le 10^5$) là số đỉnh của đa giác lồi;

Trong n dòng tiếp theo, dòng thứ i $(1 \le i \le n)$ chứa hai số nguyên x_i , y_i $(|x_i|, |y_i| < 10^8)$ mô tả các đỉnh của đa giác theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ;

Dòng cuối chứa hai số nguyên u,v là tọa độ bàn làm việc của Alice (nằm hoàn toàn bên trong đa giác).

Output

In ra một số thực là tổng diện tích lớn nhất (với độ chính xác 10^{-5}) của mặt cắt mà Alice có thể quan sát được từ trong gương khi đứng ở tọa độ (u, v) hướng mặt về gương đặt ở bức tường tối ưu được lựa chọn.

Input	Output	Giải thích
4	300.00000	Diện tích quan sát được tương ứng các vị trí đặt
10 5		gương ở các bức tường từ 1 đến 4 là: 225.00000,
30 5		300.00000, 300.00000, 235.38461. Xem hình dưới
40 20		
20 20		
30 10		

