

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KỲ THI TUYỂN CHỌN ĐỘI TUYỂN OLYMPIC TIN HỌC VÀ ICPC 2024

Ngày thi: Chủ nhật, ngày 29 tháng 09 năm 2024
Thời gian thi: **180** phút (08h – 11h). Đề thi gồm có 04 bài, 04 trang

Giới hạn thời gian chung của các bài tập đều là 1 giây

BÀI 1. DÂY SỐ

Alice có một số nguyên dương M và dãy số nguyên không âm a_1, a_2, \dots, a_n , trong đó a_i có giá trị bằng 0 hoặc 1. Alice cần thực hiện q thao tác thuộc một trong hai loại sau:

- Thao tác loại 1: $1\ L\ R\ c$ ($1 \leq L \leq R \leq n$ và $0 < c \leq 10^9$)

Ý nghĩa: Thực hiện thay các phần tử a_i bằng $(a_i + c) \% M$ với $L \leq i \leq R$. ($\%$ là phép toán chia lấy dư);

- Thao tác loại 2: $2\ L\ R$ ($1 \leq L < R \leq n$)

Ý nghĩa: Kiểm tra xem trong đoạn $[L, R]$ có ít nhất hai phần tử khác nhau không?

Cụ thể, in ra 1 nếu tồn tại hai chỉ số i, j mà $L \leq i < j \leq R$ và $a_i \neq a_j$, ngược lại in ra 0.

Yêu cầu: Giúp Alice thực hiện lần lượt q thao tác, với mỗi thao tác loại 2 ghi ra câu trả lời.

Dữ liệu:

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên dương n, M, q ($n, q \leq 2 \cdot 10^5$; $M \leq 10^9$);
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên không âm a_1, a_2, \dots, a_n ($0 \leq a_i \leq 1$);
- Dòng thứ k ($1 \leq k \leq q$) trong q dòng tiếp theo chứa các số nguyên mô tả thao tác thứ k .

Kết quả: Gồm một số dòng, mỗi dòng tương ứng là câu trả lời cho thao tác loại 2, lần lượt tương ứng trong dữ liệu vào.

Ràng buộc:

- Subtask 1 (20% số điểm):** $n, q \leq 10^3$; $M = 2$ và các thao tác loại 1 đều có $L = R$;
- Subtask 2 (20% số điểm):** Không có thao tác loại 1;
- Subtask 3 (20% số điểm):** $M = 2$ và các thao tác loại 1 đều có $L = R$;
- Subtask 4 (20% số điểm):** $M = 2$;
- Subtask 5 (20% số điểm):** Không có ràng buộc nào thêm.

Ví dụ:

Input	Output
4 2 4	1
1 0 1 0	0
2 1 2	1
1 2 2 1	
2 1 3	
2 1 4	

BÀI 2. CHIA KẸO

Alice có n chiếc kẹo dự định chia cho m bạn nhỏ, bạn nhỏ nào cũng sẽ nhận được ít nhất một chiếc kẹo. Alice biết rằng, bạn nhỏ thứ i ($1 \leq i \leq m$) có mức độ thích đồ ngọt là d_i .

Giả sử t_1, t_2, \dots, t_m tương ứng là số kẹo mà m bạn nhỏ nhận được ($t_1 + t_2 + \dots + t_m = n$; $t_i > 0$).

Gọi s_i là số lượng bạn nhỏ nhận nhiều kẹo hơn bạn i thì sự vui vẻ của bạn nhỏ i sẽ bị giảm đi một lượng là $d_i \times s_i$. Alice mong muốn tìm cách chia kẹo để tổng sự vui vẻ bị giảm đi của m bạn nhỏ là ít nhất.

Yêu cầu: Cho d_1, d_2, \dots, d_m và T giá trị n_1, n_2, \dots, n_T . Với mỗi giá trị n_k , ($1 \leq k \leq T$), hãy tính tổng sự vui vẻ bị giảm đi của m bạn khi chia n_k chiếc kẹo theo cách chia tối ưu ($\sum_{i=1}^m d_i \times s_i$ đạt giá trị nhỏ nhất).

Dữ liệu:

- Dòng đầu chứa hai số nguyên m, T ($0 < m \leq 100$; $T \leq 200$);
- Dòng thứ hai gồm m số nguyên d_1, d_2, \dots, d_m ($0 \leq d_i \leq 10^5$, $1 \leq i \leq m$);
- Dòng thứ ba gồm T số nguyên dương n_1, n_2, \dots, n_T ($m \leq n_k \leq 10^5$, $1 \leq k \leq T$).

Kết quả: Gồm một dòng chứa T số, số thứ k ($1 \leq k \leq T$) là tổng sự vui vẻ bị giảm đi nhỏ nhất khi chia n_k chiếc kẹo cho m bạn nhỏ.

Ràng buộc:

- Subtask 1 (20% số điểm):** $m \leq 5$; $n_k \leq 100$; $d_i = 1$; $T \leq 3$
- Subtask 2 (20% số điểm):** $m \leq 5$; $n_k \leq 100$; $T \leq 3$
- Subtask 3 (30% số điểm):** $m \leq 10$; $n_k \leq 100$;
- Subtask 4 (20% số điểm):** $m \leq 50$; $n_k \leq 5000$;
- Subtask 5 (10% số điểm):** Không có ràng buộc nào thêm.

Ví dụ:

Input	Output
3 2 100 200 300 5 6	200 0

BÀI 3. KẼ ĐƯỜNG CHÉO

Alice vừa thiết kế một trò chơi cho các bạn nhỏ. Trò chơi diễn ra trên một lưới kích thước $m \times n$ được tạo từ $m \times n$ ô vuông đơn vị. Các hàng được đánh số từ 1 đến m từ trên xuống dưới, các cột được đánh số từ 1 đến n từ trái sang phải. Ô nằm ở hàng i ($1 \leq i \leq m$), cột j ($1 \leq j \leq n$) được gọi là ô (i, j) . Ô này được điền số a_{ij} , nhận giá trị từ 0 đến 3. Với mỗi ô vuông đơn vị, người chơi được phép kẻ đường chéo nối hai góc đối của ô vuông đơn vị, cụ thể:

- Nếu $a_{ij} = 0$, người chơi không được phép kẻ đường chéo nào trong ô (i, j) ;
- Nếu $a_{ij} = 1$, người chơi được phép kẻ một đường chéo nối góc trái trên với góc phải dưới của ô (i, j) , hoặc không kẻ đường chéo nào.
- Nếu $a_{ij} = 2$, người chơi được phép kẻ một đường chéo nối góc phải trên với góc trái dưới của ô (i, j) , hoặc không kẻ đường chéo nào.
- Nếu $a_{ij} = 3$, người chơi được phép kẻ một đường chéo nối hai góc đối, hoặc kẻ cả hai đường chéo của ô (i, j) , hoặc không kẻ đường chéo nào.

Mục tiêu: Nối được nhiều đường chéo nhất mà không có hai đường chéo nào có chung đầu mút.

Yêu cầu: Cho thông tin của lưới, hãy tính số đường chéo nhiều nhất có thể nối được mà không có hai đường chéo nào có chung đầu mút.

Dữ liệu:

- Dòng đầu chứa hai số nguyên m, n ($m, n \leq 100$);
- Dòng thứ i ($1 \leq i \leq m$) trong m dòng tiếp theo chứa n số $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$

Kết quả: Gồm một dòng chứa một số là số đường chéo nhiều nhất có thể nối được thỏa mãn.

Ràng buộc:

- **Subtask 1 (20% số điểm):** $m \leq 5$; $m \times n \leq 10$;
- **Subtask 2 (20% số điểm):** $m = 1$;
- **Subtask 3 (20% số điểm):** $a_{ij} = 3$ với mọi $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$
- **Subtask 4 (10% số điểm):** $m \leq 5$;
- **Subtask 5 (20% số điểm):** $m \leq 10$;
- **Subtask 6 (10% số điểm):** Không có ràng buộc nào thêm.

Ví dụ:

Input	Output	Hình vẽ minh họa
2 2 2 0 1 3	3	

BÀI 4. QUẢNG TRƯỜNG

Quảng trường trong khu du lịch mà Alice quản lí là một sân rộng hình vuông với tọa độ góc trái dưới là $(0,0)$ và góc phải trên là $(10^6, 10^6)$. Có n máy chiếu sáng laser, máy thứ i ($1 \leq i \leq n$) khi chiếu sẽ xuất hiện một vệt sáng là một đoạn thẳng có tọa độ đầu mút là (x_i, y_i) và (u_i, v_i) trên quảng trường. Biết rằng, không có hai máy nào khi cùng chiếu sáng tạo ra hai vệt sáng là hai đoạn thẳng thỏa mãn: hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng và có điểm chung.

Alice muốn tạo ra các kịch bản chiếu sáng, cô cần đếm số cách chọn 4 máy để khi cả 4 máy cùng chiếu sáng thì sẽ xuất hiện một hình chữ nhật tạo bởi các vệt sáng với 4 góc là 4 giao điểm của 4 đoạn thẳng.

Yêu cầu: Cho thông tin về n đoạn thẳng mô tả vệt sáng của các máy chiếu laser, hãy giúp Alice đếm số cách chọn thỏa mãn.

Dữ liệu:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương n ($n \leq 5000$);
- Dòng thứ i ($1 \leq i \leq n$) trong n dòng sau chứa bốn số x_i, y_i, u_i, v_i ($0 \leq x_i, y_i, u_i, v_i \leq 10^6$).

Kết quả: Ghi một dòng chứa một số nguyên không âm là số cách chọn thỏa mãn.

Ràng buộc:

- **Subtask 1 (20% số điểm):** $n \leq 50$ và các đoạn thẳng đều song song hoặc vuông góc với cạnh quảng trường:
- **Subtask 2 (15% số điểm):** $n \leq 50$
- **Subtask 2 (15% số điểm):** $n \leq 500$ và các đoạn thẳng đều song song hoặc vuông góc với cạnh quảng trường
- **Subtask 4 (10% số điểm):** $n \leq 500$
- **Subtask 5 (20% số điểm):** Các đoạn thẳng đều song song hoặc vuông góc với cạnh quảng trường
- **Subtask 6 (15% số điểm):** Không có ràng buộc nào thêm.

Ví dụ:

Input	Output	Hình vẽ minh họa
10 30 20 30 80 10 20 100 20 10 40 100 40 10 60 30 60 10 20 10 80 50 60 100 60 30 40 50 60 30 40 50 20 90 20 50 60 90 60 50 20	4	