



中国研究生创新实践系列大赛
“华为杯”第十八届中国研究生
数学建模竞赛

学 校 华中科技大学

参赛队号 No.21104870023

队员姓名	1. 张智璐
	2. 钱以骞
	3. 周鑫宜

中国研究生创新实践系列大赛

“华为杯”第十八届中国研究生

数学建模竞赛

题 目 中国研究生数学建模竞赛论文标题

摘 要:

空气污染是环境工程领域与大气科学领域的一个关键研究问题，也与人类的日常生活密切相关。根据污染防治的实践表明，研究污染物与不同气象因素之间的联系，并由此建立空气质量预报模型，提前获知可能发生的大气污染过程并采取相应控制措施，是减少大气污染对人体健康和环境等造成的危害，提高环境空气质量的有效方法之一。传统的预测模型 WRF-CMAQ 的预测精度有限，因此，结合实测数据对 WRF-CMAQ 模型进行改进，建立出更加准确的模型是一件非常重要的任务。

针对问题一，我们学习了空气污染指数 AQI 的计算方式，设计快速计算 AQI 指数算法，并通过 Python 语言和 pandas 等库处理整张表格的数据。将数据处理完成之后，从中提取出 2020 年 8 月 25 日至 2020 年 8 月 28 日每日实测的 AQI 和首要污染物，并将结果表放入正文中。

对于问题二，本文将气象条件分为 3 类：对污染物浓度有较显著单向影响类，对污染物浓度有较显著双向影响类，对污染物浓度无显著影响类。首先使用 Python 语言对附件 1 中“监测点 A 逐小时污染物浓度与气象实测数据”表格进行数据处理。对于表格中缺失的数据，采用线性插值法填补缺失的数据。填补完缺失的数据之后，计算出每小时对应的 AQI 指数以及首要污染物，并对变量进行标准化。由于本题需要根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行合理分类，因此我们自定义变量 AP 表示各个污染物浓度对环境恶劣程度的影响，将 AP 值视作污染物浓度的代表变量。之后，使用 SPSS 统计软件，对 AQI 以及标准化之后的污染物浓度变量进行 Pearson 相关分析，并通过 Critic 赋权法初步得到 AP 变量与各污染物变量的权重值。接着，根据各污染物成为首要污染物的比例对初步得到的 AP 变量权重值进行调整，得到最终 AP 变量与各污染物变量的权重值。然后对 AP 变量与各气象因素进行 Pearson 相关分析，并通过曲线拟合，得到 AP 变量与各气象因素大致的函数关系，将函数结果可视化进行解释。最后，将 5 种气象因素分别归类于上述三类之中，并进行简单解释。

第四段：问题三中，类比于第三段。

第五段：问题四中，类比于第四段。

第六段：如果有问题五，类比于第五段，没有就结束，也可以写一下团队的想法。

随便加点东西

关键字：大气污染物，气象条件，线性插值，Pearson 相关系数分析，CRITIC 赋值法，LSTM 神经网络

目录

1. 问题重述	4
1.1 问题背景	4
1.2 问题提出	5
2. 背景阐述、模型合理假设以及符号说明	6
2.1 背景阐述	6
2.2 模型合理假设	7
2.3 符号说明	7
3. 问题的分析	8
3.1 问题一：通过给定污染物数据计算当日的 AQI 指数	8
3.1.1 AQI 指数计算方式与相关背景	8
3.1.2 快速求解 AQI 指数算法及对应结果	9
3.2 问题二：根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行分类...	9
3.2.1 问题分析与数据预处理	9
3.2.2 模型建立、求解与验证	11
3.2.3 模型结果归纳	18
3.3 问题三：依据一次预报数据和实测数据进行气象二次预报	18
3.3.1 问题描述和分析	18
3.3.2 数据预处理	18
3.3.3 模型建立与求解	19
3.4 问题四：建立区域协同模型提高预测精度	20
3.4.1 问题描述和分析	20
3.4.2 模型建立与求解	20
4. 模型的评价	20
4.1 模型的优点	20
4.2 模型的缺点	20
5. 参考文献	20
附录 A 程序代码	22

1. 问题重述

1.1 问题背景

环境空气污染能够对人类、动植物及产生较大的影响和危害。建立空气质量预报模型，提前预报大气污染状况能够支撑政府制定防治策略，提醒公众提前防范，减少自身暴露，减轻污染。

WRF-CMAQ 模拟体系（以下简称 WRF-CMAQ 模型）是在“一个大气”理论的指导下，以 WRF 中尺度数值天气预报系统为依托，充分考虑了大气污染过程中水平传输、垂直传输、扩散过程、源排放、化学反应和去除过程等对污染物浓度的影响，将复杂空气污染状况进行综合处理^[1]。WRF 和 CMAQ 的结构如图1-1和图1-2所示。

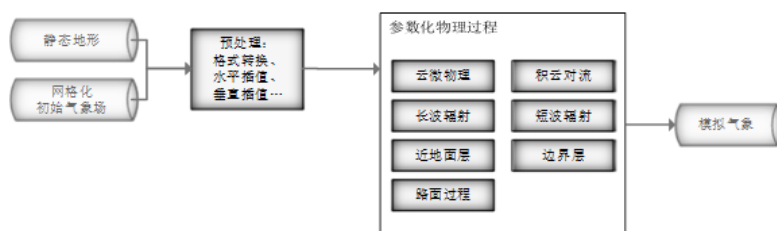


图 1-1 中尺度数值天气预报系统 WRF 结构^[2]

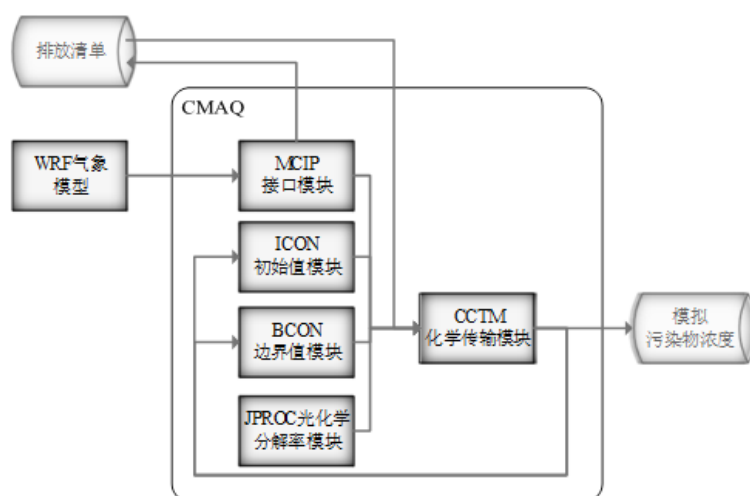


图 1-2 空气质量预测与评估系统 CMAQ 结构^[3]

CMAQ 是一种三维欧拉大气化学与传输模拟系统，经由对污染物变化过程的模拟得到具体时间点或时间段的预报结果，但由于模拟的气象场和排放清单的不确定性，同时还存在包括臭氧在内生成机理不完全明晰的污染物的存在，WRF-CMAQ 预报模型的结果并不理想。为提高预报准确性，一种可行办法是在 WRF-CMAQ 等一次模型模拟结果的基础上，结合更多的数据源进行二次建模。二次模型与 WRF-CMAQ 模型关系如图1-3所示。其中，由于气象条件对空气质量影响很大（例如湿度降低有利于臭氧的生成），且污染物浓度实测数据的变化情况对空气质量预报具有一定参考价值，因此实测数据源参考空气质量监测点获得的气象数据。



图 1-3 空气质量预测与评估系统 CMAQ 结构

1.2 问题提出

问题 1 使用附件 1 数据，计算监测点 A 从 2020 年 8 月 25 日到 8 月 28 日每天实测的 AQI 和首要污染物。并将结果按照表1格式放于正文中

表 1 AQI 计算结果表

检测日期	地点	AQI 计算	
		AQI	首要污染物
2020/8/25	监测点 A		
2020/8/26	监测点 A		
2020/8/27	监测点 A		
2020/8/28	监测点 A		

问题 2 使用附件 1 中的数据，根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行合理分类，并阐述各类气象条件的特征。

问题 3 使用附件 1 和 2 的数据，建立适用 3 个监测点（忽略彼此影响）的二次预报数学模型，预测未来 3 天 6 种污染物浓度，要求预测结果 AQI 最大相对误差尽量小，首要污染物预测准确度尽量高。并用该模型预测 ABC 的 2021 年 7 月 13 到 7 月 15 的污染物浓度，计算 AQI 和首要污染物。将结果按照表2的格式放于正文中

表 2 AQI 计算结果表

预报日期	地点	二次模型日值预测							
		SO2(μg/m³)	NO2(μg/m³)	PM10(μg/m³)	PM2.5(μg/m³)	O3 最大八小时滑动平均 (μg/m³)	CO(mg/m³)	AQI	首要污染物
2020/7/13	监测点 A								
2020/7/14	监测点 A								
2020/7/15	监测点 A								

问题 4 使用附件 1 和 3 数据建立区域协同预报模型，包含 A,A1,A2,A3 四个监测点。要求预测结果 AQI 最大相对误差尽量小，首要污染物预测准确度尽量高。使用该协同预报模型预测监测点 A、A1、A2、A3 在 2021 年 7 月 13 日至 7 月 15 日的污染物浓度，计算 AQI 和首要污染物。将结果按照表2的格式放于正文中。并根据模型预测结果讨论协同预报模型是否能提升准确度。

2. 背景阐述、模型合理假设以及符号说明

2.1 背景阐述

在该问题中，涉及到很多与大气科学领域有关的背景知识，在本节中对部分背景信息进行简单的阐述。以下分别介绍每种气象条件因素的定义：

- 温度是表示物体冷热程度的物理量，微观上来讲是物体分子热运动的剧烈程度。温度只能通过物体随温度变化的某些特性来间接测量，而用来量度物体温度数值的标尺叫温标。在本文中，使用的温标为摄氏温标 (°C)。本文中，将该变量简称为 T。
- 比湿是空气中的水汽质量在混合空气中的质量占比，即

$$H \equiv \frac{m_v}{m_v + m_a}$$

式中，H 为比湿，无量纲； m_v 为空气中的水汽质量，单位：kg； m_a 为干空气质量，单位：kg。在本文中将该变量简称为 H。

- 气压是作用在单位面积上的大气压力，即在数值上等于单位面积上向上延伸到大气上界的垂直空气柱所受到的重力。在本文中，使用单位为 MPa, 1MPa = 1000000pa。将该变量简称为 P。
- 风速是指空气相对于地球某一固定地点的运动速率，本文中使用的单位是 m/s, 1m/s=3.6km/h。本文将该变量简称为 WS。
- 风向是指风的来向，本题用角度表示。定义自正北方向至监测点的风向为 0° 风向，以顺时针旋转角（单位：°）为正值记录风向。例如，风自正东方向至监测点时，记录此时段风向为 90°。本文将该变量简称为 WD。

以下介绍一些气象科学相关名词的定义：

- 污染天气：空气质量污染天气指当日空气质量评级达到“轻度污染”或更高等级的天气。在本题中，空气质量等级是以空气质量指数（Air Quality Index, AQI）为指标进行划分，当某日 AQI 超过 100 时，视当日天气为污染天气。
- 一次污染物与二次污染物：一次污染物是指直接从污染源排到大气中的原始污染物质，如硫氧化物（SO_x）、氮氧化物（NO_x）等。二次污染物则是指由一次污染物与大气中已有组分或几种一次污染物之间经过一系列化学或光化学反应而生成的与一次污染物性质不同的新污染物质，如臭氧、硫酸盐、硝酸盐、有机颗粒物等。
- 一种近地面臭氧污染形成机制：图2-1为近地面臭氧污染形成的一种机制。该机制中，自由基循环和 NO_x 循环相互耦合作用，使 NO 不断转化为 NO₂, NO₂ 的光解使 O₃ 逐渐积累，导致污染的产生。总的来说，臭氧污染形成过程受到多种一次污染物因素^[3] 及光照强度等气象因素的影响。
- 臭氧（O₃）最大 8 小时滑动平均：指一个自然日内 8 时至 24 时的所有 8 小时滑动平均浓度中的最大值，其中 8 小时滑动平均值指连续 8 小时平均浓度的算术平均值。其计算公式如下：

$$C_{O_3} = \max_T(t = 8, 9, \dots, 24) \frac{1}{8} \sum_{i=t-7}^t c_i$$

其中 c_t 为臭氧在某日 t-1 时至 t 时的平均污染物浓度。

- 预测时间/监测时间：预测时间/监测时间是逐小时一次预报数据/实测数据的时间点标记，对应的气象及污染物浓度数据为该时间点起一小时内平均值。

以一次预报数据为例，预测时间为“2020/11/04 05:00”的数据行中，SO₂浓度为 X $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ，表示 SO₂ 在 2020 年 11 月 4 日 5:00-6:00 的平均浓度预测值为 X $\mu\text{g}/\text{m}^3$ 。

- 边界层高度：附件中的边界层高度是指大气边界层顶部距地面的高度，单位：m。其中，大气边界层是地表与大气进行热量、水汽与空气污染物交换、混合的第一通道，也是气团活动主要场所。边界层上方的自由大气向下流动时，由于无法穿越冠盖逆温层，形成一股向下的压力，使得边界层被压缩，近地污染物较易富集。
- 长波辐射/短波辐射/地面太阳能：长波辐射、短波辐射和地面太阳能均为与地面吸收太阳光照能量有关的指标。其中，长波辐射指地面向宇宙辐射长波的地表能通量，短波辐射指地面吸收的太阳能短波辐射的地表能通量，地面太阳能指地面吸收的太阳能所有波长辐射的地表能通量，三者单位：W/m²。
- 感热通量/潜热通量：在不发生物体和媒介的相态变化条件下，通过热传导和对流（湍流）所输送的能量称为感热；由物质发生相变而吸收或放出的热能则称为潜热。地面吸收的太阳辐射能会以感热形式及潜热形式释放至大气中，附件中以能通量形式表示这部分感热及潜热。单位：W/m²。。当气温高于地温时，感热通量/潜热通量为负值。

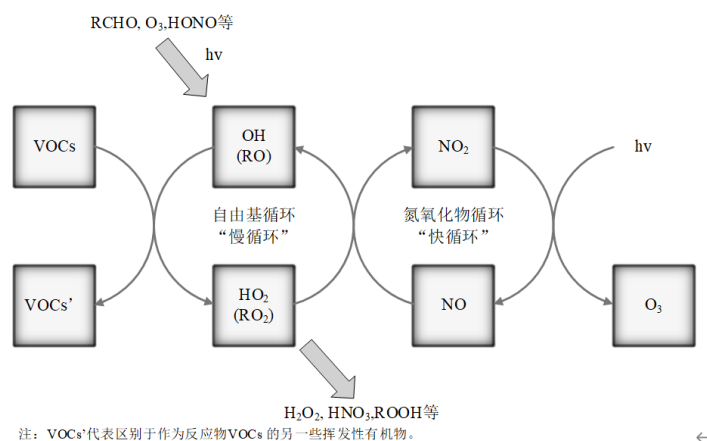


图 2-1 一种臭氧与氮氧化物之间相互转化的反应过程^[5]

2.2 模型合理假设

- 假设本题涉及到的所有大气科学相关变量（气象条件或是污染物浓度等）在自然界都是连续变量
- 假设各个气象条件因素之间相互独立。
- 假设在连续时间段内，由工业、生活等人类日常行为产生的污染物排放浓度不会发生突变。
- 假设在连续时间段内，气象因素不会发生突变。
- 对于问题 3，假设 3 个监测点的位置较远，忽略其之间的相互影响。

2.3 符号说明

对本文中涉及到的符号及其意义如表3所示：

注：为了方便论文的阅读，模型涉及到的部分参量符号未在表中一一列举，而是在各表达式后进行解释说明

表 3 本文涉及到的部分符号说明

符号	说明
T	温度变量
H	比湿变量
P	气压变量
WS	风速变量
WD	风向变量
ZX	某个变量的标准化变量

3. 问题的分析

3.1 问题一：通过给定污染物数据计算当日的 AQI 指数

3.1.1 AQI 指数计算方式与相关背景

AQI 即为空气质量指数，该数据可用于判别空气质量等级。AQI 的计算方式如下：首先需得到各项污染物的空气质量分指数（IAQI），其计算公式如公式 (1) 所示：

$$IAQI_P = \frac{IAQI_{Hi} - IAQI_{Lo}}{BP_{Hi} - BP_{Lo}} * (C_P - BP_{Lo}) + IAQI_{Lo} \quad (1)$$

式中各符号的含义如下：

- $IAQI_P$ 表示污染物 P 的空气质量分指数，结果进位取整数
- C_P 表示污染物 P 的质量浓度值
- BP_{Hi}, BP_{Lo} 表示与 C_P 相近的污染物浓度限值的高位值与低位值
- $IAQI_{Hi}, IAQI_{Lo}$ 表示与 BP_{Hi}, BP_{Lo} 对应的空气质量分指数

各项污染物项目浓度限值及对应的空气质量分指数级别见表4：

表 4 空气质量分指数（IAQI）及对应的污染物项目浓度限值

序号	指数或污染物项目	空气质量分指数及对应污染物浓度限值								单位
0	空气质量分指数（IAQI）	0	50	100	150	200	300	400	500	-
1	一氧化碳（CO）24 小时平均	0	2	4	14	24	36	48	60	mg/m ³
2	二氧化硫（SO ₂ ）24 小时平均	0	50	150	475	800	1600	2100	2620	μg/m ³
3	二氧化氮（NO ₂ ）24 小时平均	0	40	80	180	280	565	750	940	
4	臭氧（O ₃ ）最大 8 小时滑动平均	0	100	160	215	265	800	-	-	
5	粒径小于等于 10μm 颗粒物（PM ₁₀ ）24 小时平均	0	50	150	250	350	420	500	600	
6	粒径小于等于 2.5μm 颗粒物（PM _{2.5} ）24 小时平均	0	35	75	115	150	250	350	500	

¹ 臭氧（O₃）最大 8 小时滑动平均浓度值高于 800 μg/m³ 的，不再进行其空气质量分指数计算。

² 其余污染物浓度高于 IAQI=500 对应限值时，不再进行其空气质量分指数计算

空气质量指数（AQI）取各分指数中的最大值，即有

$$AQI = \max IAQI_1, IAQI_2, \dots, IAQI_n$$

式中, $IAQI_1, IAQI_2, IAQI_3, \dots, IAQI_n$ 为各污染物项目的分指数。在本题中, 对于 AQI 的计算仅涉及表 1 提供的六种污染物, 因此计算公式如公式 (2) 所示:

$$AQI = \max IAQI_{SO_2}, IAQI_{NO_2}, IAQI_{PM_{10}}, IAQI_{PM_{2.5}}, IAQI_{O_3}, IAQI_{CO} \quad (2)$$

空气质量等级范围根据 AQI 数值划分, 等级对应的 AQI 范围见表5。

表 5 空气质量等级及对应空气质量指数 (AQI) 范围

空气质量等级	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染
空气质量指数 (AQI) 范围	[0,50]	[51,100]	[101,150]	[151,200]	[201,300]	[301,+\infty)

当 AQI 小于或等于 50 (即空气质量评价为“优”) 时, 称当天无首要污染物; 当 AQI 大于 50 时, $IAQI$ 最大的污染物为首要污染物。若 $IAQI$ 最大的污染物为两项或两项以上时, 并列为首要污染物 $IAQI$ 大于 100 的污染物为超标污染物。则求解问题一需要根据附件 1 中提供的“监测点 A 逐日污染物浓度数据”表, 通过上述方法计算监测点 A 从 2020 年 8 月 25 日到 8 月 28 日每天实测的 AQI 和首要污染物。

3.1.2 快速求解 AQI 指数算法及对应结果

求解 AQI 指数的过程非常简单, 但是我们为了后期处理的方便性以及增强代码的可重用性, 我们采用直接完全处理附件 1 中的“监测点 A 逐日污染物浓度数据”表的方式。在得到整个表的结果后, 找出题目中的日期范围对应的结果。处理整个表格的流程图如图3-1所示:

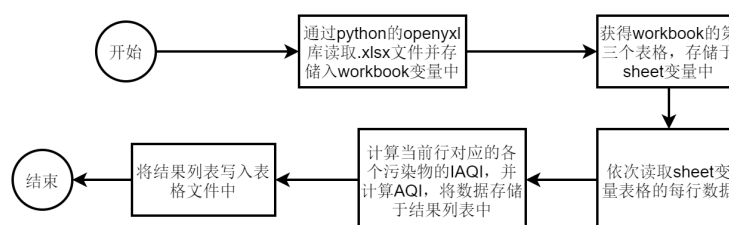


图 3-1 完全处理“监测点 A 逐日污染物浓度数据”表流程图

计算得到的结果如表6所示

3.2 问题二：根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行分类

3.2.1 问题分析与数据预处理

根据附件 1 中“监测点 A 逐小时污染物浓度与气象实测数据”表的数据, 我们可以得到可能对污染物浓度产生影响的气象条件因素有 5 种: 温度, 比湿, 气压, 风速与风向。其具体定义已于章节 2 中阐述, 此处不再赘述。

在污染物排放情况不变的条件下, 某一地区的气象条件有利于污染物扩散或沉降时, 该地区 AQI 会下降, 反之会上升。由此分析出, 在不同气象条件下的 AQI 指数可以很好地反应气象条件对污染物浓度的影响。与此同时, 也要分别分析 6 种污染物 (CO, NO₂, SO₂, O₃, PM₁₀, PM_{2.5}) 在不同气象条件下的浓度

表 6 问题一 AQI 计算结果表

检测日期	地点	AQI 计算	
		AQI	首要污染物
2020/8/25	监测点 A	60	O ₃
2020/8/26	监测点 A	46	无
2020/8/27	监测点 A	109	O ₃
2020/8/28	监测点 A	138	O ₃

变化情况。因此，如何自定义一个变量用于标志各种不同的污染物对环境恶劣程度的影响。分析思路如下：首先计算 AQI 变量与各个污染物变量的相关性，然后通过主客观集成赋权法得到 6 种污染物浓度分别对我们最终定义的污染物对环境恶劣程度影响变量（称为 AP）的影响权重。再通过各个污染物成为首要污染物的比例，对影响权重进行修正。最后通过相关性分析与插值法建模得到气象因素对 AP 的影响，我们可以将气象条件因素分为三类：对污染物浓度有较显著单向影响类因素，对污染物浓度有较显著的双向影响因素，对污染物浓度无显著影响因素。对三类类别的解释如下：

- 对污染物浓度有较为显著的单向影响因素类别的主要表现为：随着该因素变量值的上升，对 AP 的影响是单方面的（无论是正相关抑或是负相关），例如随着该因素变量的上升，AP 指数不断下降。
- 对污染物浓度有较为显著的双向影响因素类别的主要表现为：随着该因素变量值的上升，对 AP 的影响是双方面的，例如在某个区间内，该因素的上升 AP 指数的下降，但在另一个区间内，该因素的上升导致 AP 指数的上升。
- 对污染物浓度无显著影响因素类别的主要表现为：随着该因素变量的改变，对 AP 指数没有显著的影响。

在正式建立模型之前，对表格数据进行如下预处理：

（1）填补缺失数据：由于受监测数据权限及相应监测设备功能等的限制，部分气象指标的实测数据无法获得，因此在表格中存在着部分数据缺失的情况。

由于在章节 2 中对污染物变量与气象因素变量有不产生突变的合理假设。因此对于插值法，本文采用线性插值的方式，用于填补表格中的缺失数据。线性插值是指插值函数为一次多项式的插值方式，其在插值节点上的插值误差为零。线性插值相比其他插值方式，如抛物线插值，具有简单、方便的特点。线性插值的几何意义即为图3-2中利用过 A 点和 B 点的直线来近似表示原函数。线性插值可以用于近似代替原函数，也可以用于计算得到查表过程中表中缺失的数值。

如图3-2所示，设函数 $y = f(x)$ 在 x_0, x_1 点的取值分别为 y_0, y_1 ，求多项式

$$y = \varphi_1(x) = a_0 + a_1x$$

使满足

$$\varphi_1(x_0) = y_0, \varphi_1(x_1) = y_1$$

由解析几何易得：

$$y = \varphi_1(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

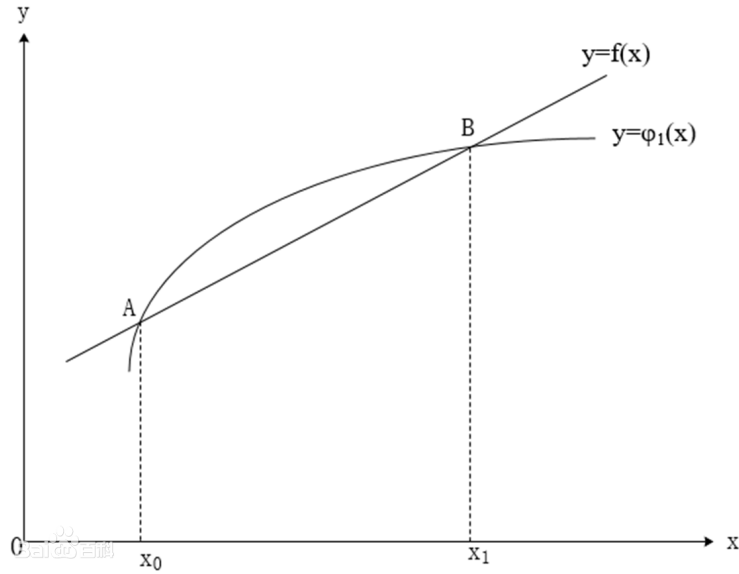


图 3-2 线性插值示意图

使用线性插值法可以填补表中的缺失值，并在之后的处理过程中将插入值作为缺失值的替代

(2) 通过污染物浓度计算 AQI 指数：AQI 指数的计算方法在问题一中已经进行阐述，此处不再赘述。对每个小时的污染物浓度数据，都可以计算出其相应的 AQI 指数。

(3) 数据的标准化：由于数据的量纲不同，我们需要变量数据进行标准化。标准化原始变量数据采用如公式 (3) 方式：

$$ZX_i = \frac{X_i - \mu}{\delta}, \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \delta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2} \quad (3)$$

将标准化之后 AQI,SO₃,NO₂,O₃,PM₁₀,PM_{2.5},CO 变量对应的新变量分别命名为 ZAQL,ZSO₃,ZNO₂,ZO₃,ZPM₁₀,ZPM_{2.5},ZCO。将标准化之后的 T,H,P,WS,WD 等变量分别命名为 ZT,ZH,ZP,ZWS,ZWD

3.2.2 模型建立、求解与验证

(1) Person 相关系数分析

在本题中，研究变量之间的相关性采用 Pearson 相关系数进行分析。Pearson 相关系数是用来衡量两个数据集合是否在一条线上面，它用来衡量定距变量间的线性关系的一种评价指标。当两个变量都是正态连续变量，而且两者之间呈线性关系时，表现这两个变量之间相关程度用积差相关系数，主要有 Pearson 简单相关系数。其计算方式如公式 (4) 所示：

$$r = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} \quad (4)$$

Pearson 相关系数衡量的是线性相关关系。若 $r=0$ ，只能说 x 与 y 之间无线性相关关系，不能说无相关关系。相关系数的绝对值越大，相关性越强：相关系数越接近于 1 或 -1，相关度越强，相关系数越接近于 0，相关度越弱。此处使用 Python 和

SPSS 统计软件，分析 ZAQI,ZNO2,ZSO3,ZO3,ZCO,ZPM10,ZPM2.5 之间的 Person 相关性的步骤如下：① 使用 Python 对 Excel 数据进行处理，通过线性插值填补缺失值，并计算出每一行对应的 AQI 指数

② 使用 SPSS 软件导入 Excel 数据

③ 通过 SPSS 软件，点击分析 → 描述统计 → 描述，选择 AQI 等 12 个变量，并将标准化之后的变量另存为变量 ZAQI 等变量。

④ 通过 SPSS 软件，点击相关 → 双变量，选择 ZAQI、ZCO 等 6 个变量，得到其 Pearson 相关系数矩阵

其相关系数矩阵如图3-3所示：

		相关性						
		ZAQI	ZSO2	ZNO2	ZPM10	ZPM2.5	ZO3	ZCO
ZAQI	皮尔逊相关性	1	.447**	.574**	.757**	.747**	.500**	.502**
	显著性（双尾）		.000	.000	.000	.000	.000	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZSO2	皮尔逊相关性	.447**	1	.409**	.561**	.542**	.182**	.350**
	显著性（双尾）	.000		.000	.000	.000	<.001	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZNO2	皮尔逊相关性	.574**	.409**	1	.668**	.669**	-.298**	.681**
	显著性（双尾）	.000	.000		.000	.000	.000	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZPM10	皮尔逊相关性	.757**	.561**	.668**	1	.883**	.237**	.609**
	显著性（双尾）	.000	.000	.000		.000	<.001	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZPM2.5	皮尔逊相关性	.747**	.542**	.669**	.883**	1	.203**	.661**
	显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000		<.001	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZO3	皮尔逊相关性	.500**	.182**	-.298**	.237**	.203**	1	-.123**
	显著性（双尾）	.000	<.001	.000	<.001	<.001		<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZCO	皮尔逊相关性	.502**	.350**	.681**	.609**	.661**	-.123**	1
	显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000	.000	<.001	
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388

** 在 0.01 级别（双尾），相关性显著。

图 3-3 ZAQI 变量 Person 相关矩阵示意图

（2）通过 Critic 赋权法以及首要污染物占比调整确定 AP 表达式

确定某种变量的权重主要有两大类：一类是主观权重赋值法，例如 AHP、专家评分法等；还有一类就是客观权重赋权法，比较典型的就 Critic 赋值法。Critic 赋值法以两个基本概念为基础：一是对比强度，借鉴标准离差法的思想，认为若同一指标的所有评价指数差别越大，即标准差越大，则所蕴含的信息量越大；二是评价指标之间的冲突性，指标之间的冲突性是以指标之间的相关系数为基础，如两个指标之间具有较强的正相关，说明两个指标冲突性较低。第 j 个指标与其它指标的冲突性的量化指标 $\sum_{i=1}^n (1 - r_{ij})$ ，其中 r_{ij} 评价指标 i 和 j 之间的相关系数。各个指标的客观权重确定就是以对比强度和冲突性来综合衡量的。设 C_j 表示第 j 个评价指标所包含的信息量。 C_j 的计算式如下：

$$C_j = \delta_j \sum_{i=1}^n 1 - r_{ij}$$

其中 n 为同一指标的评价数量。一般地， C_j 越大，第 j 个评价指标所包含的信息量越大，则该指标的相对重要性也就越大。

设 W_j 为第 j 个指标的客观权重。 W_j 的计算公式： $W_j = \frac{C_j}{\sum_{i=1}^m C_i}$ （m 为所有指标的数量）通过 Critic 赋权法可以计算出对于自定义因变量 AP 关于 ZNO2 等变

量的权重，最后通过加权求和的方式得到最终的计算公式：

$$AP = \sum_{i=1}^n W_i Z X_i \tag{5}$$

该过程的数学解释为：通过计算 AQI 与 6 中污染物的相关性，反映了不同的污染物，其浓度变化对 AQI 变化的影响，对 AQI 变化影响较大的污染物，赋予更高的权重。通过 Python 程序，计算出的权重表如表7所示：（精确至小数点后三位）

表 7 AP 权重计算结果表

变量名	权重	变量名	权重	变量名	权重
ZSO2	0.127	ZNO2	0.163	ZPM10	0.215
ZPM2.5	0.212	ZO3	0.142	ZCO	0.142

但是主观上认为直接使用该权重有一定的误差，因为在对监测点 A 逐小时污染数据处理计算 AQI 值和首要污染物之后，发现污染物 CO 和 SO2 成为首要污染物的比例非常低，甚至没有任何一个小时其 SO2 污染物为首要污染物。因此希望引入各个污染物成为首要污染物的比例，来修正各个变量的权重值。分析认为：在最终的权重表中，相关系数仍然应当占据更大的权重比例，但与此同时，各个污染物成为首要污染物的比例也是不可忽视的，分析后人为确定两者的权重分别为 0.6 与 0.4。得到如下计算方式：

$$newW_i = 0.6 * W_i + 0.4 * P_i, P_i = \frac{T_i}{\sum T_i}$$

其中 T_i 表示第 i 中污染物成为首要污染物的次数
进行修正之后得到的权重表如表8所示：

表 8 AP 权重计算结果表

变量名	权重	变量名	权重	变量名	权重
ZSO2	0.076	ZNO2	0.260	ZPM10	0.226
ZPM2.5	0.165	ZO3	0.182	ZCO	0.091

则有 AP 计算公式如下所示

$$AP = 0.076*ZSO_2+0.260*ZNO_2+0.226*ZPM_{10}+0.165*ZPM_{2.5}+0.182*ZO_3+0.091*ZCO$$

（3）分析 AP 与气象条件因素的相关性并统计 AP 在某种气象条件下的平均值变化率通过 SPSS 软件直接定义新变量 AP，通过定义计算表达式计算出 AP 的取值。然后对变量 AP,GT,GH,GP,GWS,GWD 等变量进行相关性分析，得到相关性矩阵如图3-4所示：

		相关性					
		AP	ZT	ZH	ZP	ZWS	ZWD
AP	皮尔逊相关性	1	-.239**	-.407**	.373**	-.310**	-.050**
	显著性（双尾）		<.001	.000	.000	.000	<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZT	皮尔逊相关性	-.239**	1	.119**	-.823**	.087**	.117**
	显著性（双尾）	<.001		<.001	.000	<.001	<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZH	皮尔逊相关性	-.407**	.119**	1	-.397**	-.268**	.022**
	显著性（双尾）	.000	<.001		.000	.000	.003
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZP	皮尔逊相关性	.373**	-.823**	-.397**	1	-.032**	-.165**
	显著性（双尾）	.000	.000	.000		<.001	<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZWS	皮尔逊相关性	-.310**	.087**	-.268**	-.032**	1	-.033**
	显著性（双尾）	.000	<.001	.000	<.001		<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZWD	皮尔逊相关性	-.050**	.117**	.022**	-.165**	-.033**	1
	显著性（双尾）	<.001	<.001	.003	<.001	<.001	
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388

** 在 0.01 级别（双尾），相关性显著。

图 3-4 变量 AP 的 Person 相关系数矩阵

从图3-4中各个变量对应的 Pearson 相关系数，我们可以看出：变量 ZWD（即标准化之后的风速变量）对 AP 变量的影响比较小，其余因素对变量 AP 的取值都有较大影响，可视化统计 AP 变量与各个气象因素条件如下：

① 可视化统计 AP 变量与风速变量 WS 之间的关系：

将“监测点 A 逐小时污染物浓度与气象实测数据”表中每小时风速变量 WS 与对应计算出的 AP 变量值进行一一对应，并求出每一个特定的 WS 取值下对应 AP 变量取值的均值。并将结果绘制为折线图，其结果如图3-5所示：

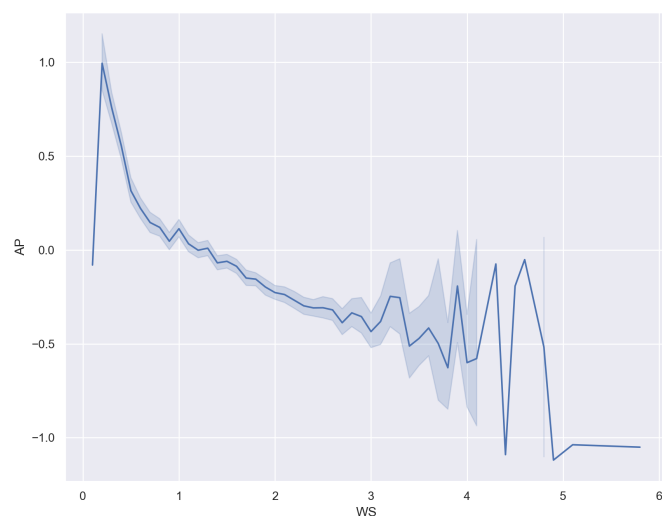


图 3-5 变量 AP 与风速变量 WS 的折线图

虽然图中折线的震荡性非常强，但是仍然可以大致看出随着风速变量 WS 的

上升，对应的 AP 变量呈现下降的趋势。为了研究 AP 变量随变量 WS 的变化趋势，使用曲线拟合的方式对变量的变化趋势进行拟合。

曲线拟合的定义如下：用连续曲线近似地刻画或比拟平面上离散点组所表示的坐标之间的函数关系的一种数据处理方法。用解析表达式逼近离散数据的一种方法。在科学实验或社会活动中，通过实验或观测得到量 x 与 y 的一组数据对 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, m)$ ，其中各 x_i 是彼此不同的。人们希望用一类与数据的背景材料规律相适应的解析表达式， $y = f(x, c)$ 来反映量 x 与 y 之间的依赖关系，即在一定意义下“最佳”地逼近或拟合已知数据。 $f(x, c)$ 常称作拟合模型，式中 $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ 是一些待定参数。当 c 在 f 中线性出现时，称为线性模型，否则称为非线性模型。有许多衡量拟合优度的标准，最常用的一种做法是选择参数 c 使得拟合模型与实际观测值在各点的残差 (或离差) $e_k = y_k - f(x_k, c)$ 的加权平方和达到最小，此时所求曲线称作在加权最小二乘意义下对数据的拟合曲线。有许多求解拟合曲线的成功方法，对于线性模型一般通过建立和求解方程组来确定参数，从而求得拟合曲线。至于非线性模型，则要借助求解非线性方程组或用最优化方法求得所需参数才能得到拟合曲线，有时称之为非线性最小二乘拟合。

在 Python 中，numpy 库可以用于曲线拟合。调用 numpy 库对自变量 WS 和因变量 WT 进行曲线拟合，所得结果如图3-6所示：

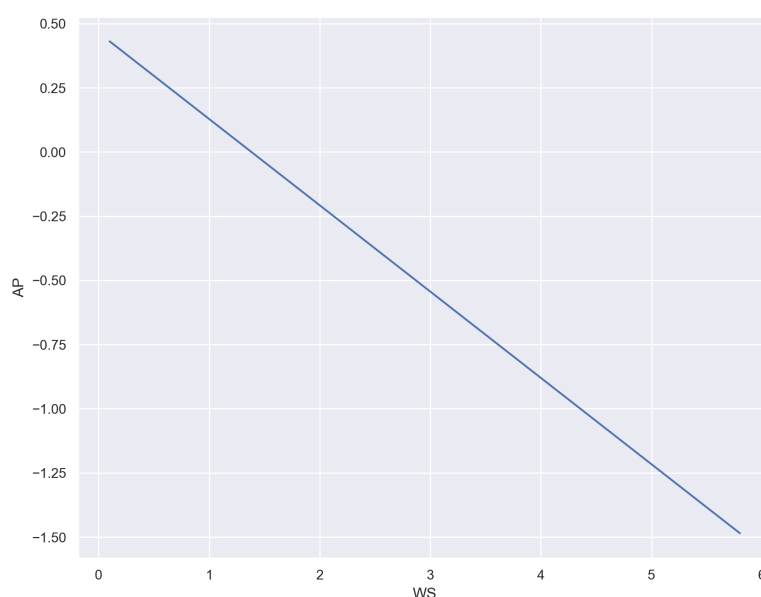


图 3-6 变量 AP 与风速变量 WS 的拟合曲线

从图3-6中可以看出，根据拟合的图像，随着变量 WS 的上升，因变量 AP 不断下降且 AP 的变化范围较显著，因此将变量 WS(即风速变量)列入“有较为显著的单向影响因素”类别。

同理，为了行文的简略。对之后的变量，直接使用拟合图描述因变量 AP 随自变量的变化过程

② 可视化统计 AP 变量与温度变量 T 之间的关系：

对 AP 与 T 的关系进行拟合，如图3-7所示：

如图3-7所示，在 T 处于 5°C-17°C 时，随着 T 的上升，AP 不断上升；当 T 处于 17°C-32°C 时，随着 T 上升 AP 不断下降；当 T 处于 32°C 以上时，随着 T 的上升，AP 再一次上升。AP 的变化范围较显著，因此将温度变量 T 列为“有显著的双向影响因素”类别。

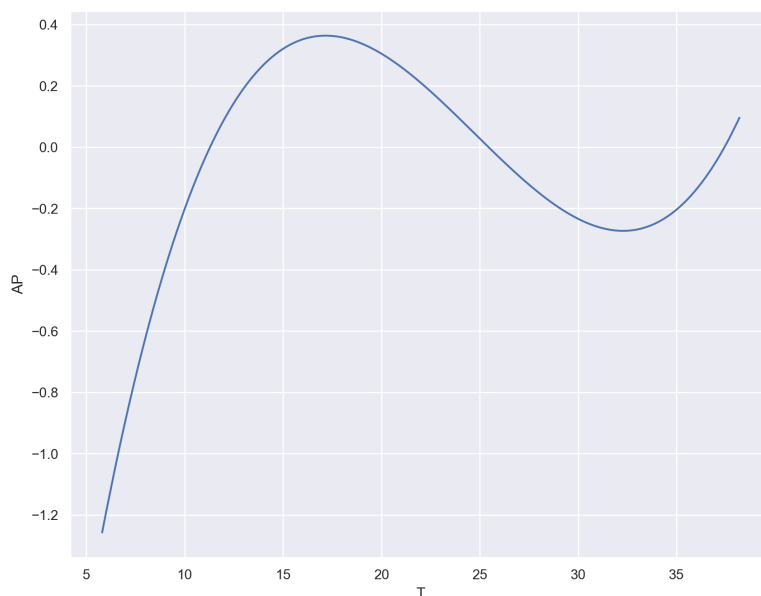


图 3-7 变量 AP 与温度变量 T 的拟合曲线

③ 可视化统计 AP 变量与湿度变量 H 之间的关系：
对 AP 与 H 的关系进行拟合，如图3-8所示：

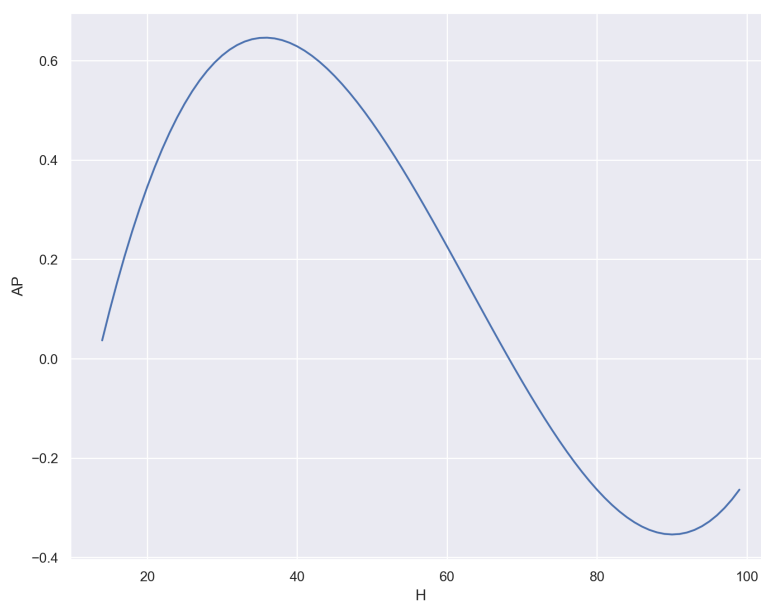


图 3-8 变量 AP 与湿度变量 H 的拟合曲线

如图3-8所示，在 H 处于 10%-35% 区间内，随着 H 的上升，变量 AP 不断上升；在 H 处于 35%-88% 区间，随着 H 的上升，变量 AP 不断下降；对于 H 处于 88% 以上的数据，虽然在图中有一点略微的凸起，但是可以认为是模型的误差。以及 AP 的变化范围较为显著。因此将湿度变量 H 列入“有较为显著的双向影响因素”类别

③ 可视化统计 AP 变量与气压变量 P 之间的关系：
对 AP 与 P 的关系进行拟合，如图3-9所示：

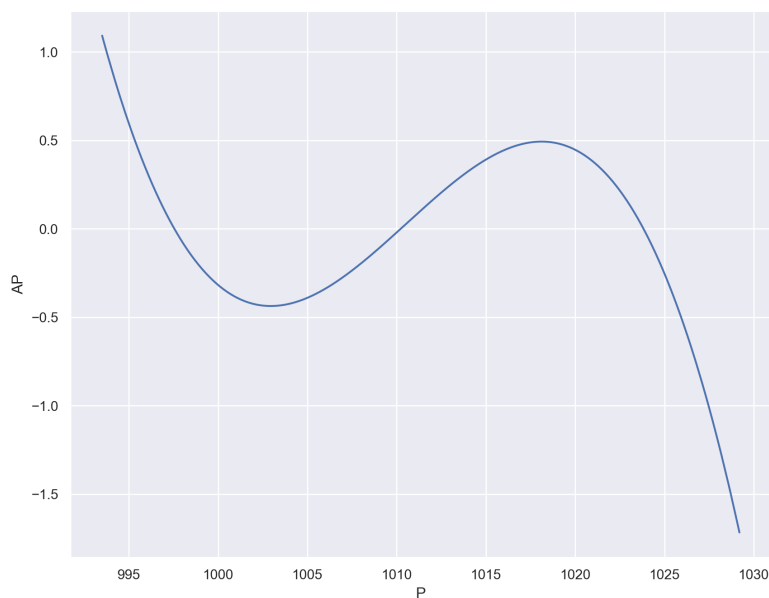


图 3-9 变量 AP 与气压变量 P 的拟合曲线

如图3-9所示，在 P 处于 995MPa 到 1003MPa 之间时，随着 P 的上升，变量 AP 不断下降；在 P 处于 1003MPa 到 1018MPa 之间时，随着 P 的上升，变量 AP 不断上升；在 P 大于 1018MPa 时，随着 P 的上升，变量 AP 不断下降。且变量 AP 的变化范围较为显著。因此将气压变量 P 列入“有较为显著的双向影响因素”类别

④ 可视化统计 AP 变量与风向变量 WD 之间的关系：
对 AP 与 WD 的关系进行拟合，如图3-10所示：



图 3-10 变量 AP 与风向变量 WD 的拟合曲线

如图3-10所示，随着 WD 的增加，变量 AP 的变化范围并不显著，仅在 0.04 到-0.06 这个区间变化。因此将风向变量 WD 列入“无显著影响因素”类别。

3.2.3 模型结果归纳

最终，我们将 5 种气象条件分为以下三类：有较为显著的单向影响类别，有较为显著的双向影响类别，无显著影响类别。通过自定义变量 AP 用于标志所有的污染物对环境影响的恶劣程度。此处，对各个类别的解释如下：

（1）有较显著单向影响类：在定义域全区间内，随着变量值的上升，变量 AP 的取值不断上升或下降。也即在全定义域区间内都为正相关或负相关。

（2）有较为显著的双向影响类别：存在被定义域包含的部分区间 P 内，随着变量值的上升，变量 AP 的取值不断上升；存在被定义域包含的部分区间 Q，随着变量值的上升，变量 AP 的取值不断下降。也即在部分区间内为正相关，部分区间内为负相关。

（3）无显著影响类别：在定义域全区间内，随着变量值的上升，变量 AP 的值没有显著的变化。

5 种气象类型的分类结果如表所示：

表 9 气象类型分类表

类型名	变量
有显著的单向影响因素	风速变量 WS
有显著的双向影响因素	温度变量 T，比湿变量 H，气压变量 P
无显著影响因素	风向变量 WD

3.3 问题三：依据一次预报数据和实测数据进行气象二次预报

3.3.1 问题描述和分析

由于一次预报对臭氧 (O3) 预测有较大误差，需要我们结合实测数据来对一次预测模型进行修正，进而给出更准确的污染物浓度预测。问题三要求我们建立一个同时适用于监测点 A、B 和 C 的二次预报模型，并给出更加精确的首要污染物预测，并且要求 AQI 预测值的最大相对误差尽量小。我们想要通过 LSTM 对历史的实测污染物数据进行学习，以此来修正一次模型预测的数据，最后达到提升预测准确度的目的。

3.3.2 数据预处理

在进行模型的构建之前，我们先把提供的数据进行了预处理：

- 填补缺失/无效数据。我们首先用 pandas 把数据转化成 pandas DataFrame，然后进行 Exploratory Data Analysis (EDA)。通过 pandas 使得我们能够快速对数据整体结构有一个快速清晰的认知，并且能够对数据进行快速的操作。由于缺失/无效数据所占比例并不大，我们决定把有缺失/无效数据的行舍弃掉。
- 核对数据类型。数据类型的正确与否直接关系到后面对数据的运算，因此在正式运用数据之前需要确保每一个变量的数据类型是正确的。
- 数据清洗。除了缺失/无效数据外，我们还理应检查数据是否有异常值，但是由于我们对气象条件了解不是很多，无法轻易判断数据的合理范围，因而放弃了对异常值的搜寻。

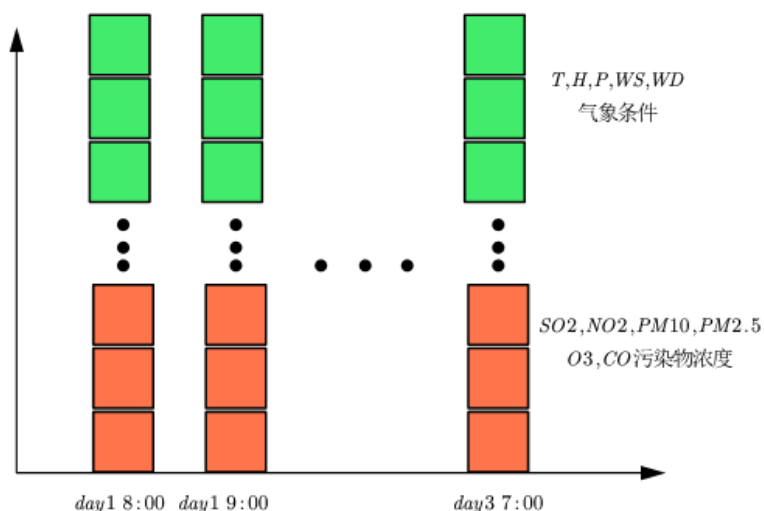


图 3-11 LSTM 模型输入。我们按图中所示的方式把三天（72 小时）的实测数据输入到 LSTM 模型中进行训练。

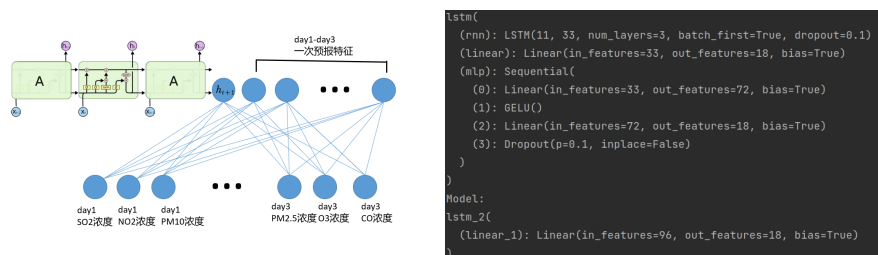


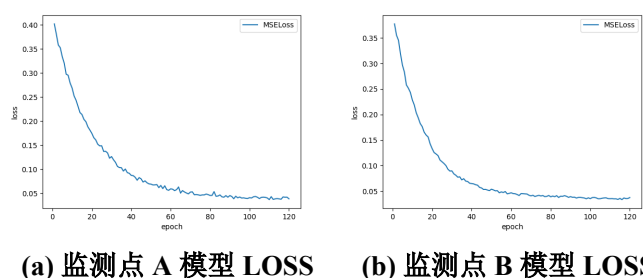
图 3-12 二次预测模型。通过 LSTM 对实测数据进行学习后接入一次模型预测的数据来提升预测准确度。最后直接输出三天的污染物浓度。

3.3.3 模型建立与求解

我们先运用 LSTM 对实际的污染物浓度（6 种）+ 气象条件（5 种）按照每三天（72 小时实测数据）一次，进行训练，随后把一次模型预测的数据（11 种）按三天取平均。例如：2020 年 7 月 23 号的模型预测 23, 24 和 25 号的 11 种数据取平均后做为一次模型 2020-07-23 的预测值。在确保预测数据和实测数据的日期一致后，如图所示，把经过预处理的预测数据接入到已经用实测数据训练好的 LSTM 模型里，最后直接输出 18 个数据，每 6 个为一天的预测污染物浓度。

表 10 污染物浓度及 AQI 预测结果

预报日期	地点	二次模型日值预测							
		SO2($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	NO2($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	PM10($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	PM2.5($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	O3 最大八小时滑动平均 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	CO(mg/m^3)	AQI	首要污染物
2020/7/13	监测点 A	6.06	43.60	41.28	35.92	86.76	0.73	55	NO2
2020/7/14	监测点 A	7.90	41.13	53.02	22.39	46.77	0.61	52	NOP2&PM10
2020/7/15	监测点 A	9.80	42.16	54.02	48.52	48.61	1.10	67	PM2.5
2020/7/13	监测点 B	6.06	43.60	41.28	35.92	86.76	0.73	55	NO2
2020/7/14	监测点 B	7.90	41.13	53.02	22.39	46.77	0.61	52	NOP2&PM10
2020/7/15	监测点 B	9.80	42.16	54.02	48.52	48.61	1.10	67	PM2.5
2020/7/13	监测点 C	6.06	43.60	41.28	35.92	86.76	0.73	55	NO2
2020/7/14	监测点 C	7.90	41.13	53.02	22.39	46.77	0.61	52	NOP2&PM10
2020/7/15	监测点 C	9.80	42.16	54.02	48.52	48.61	1.10	67	PM2.5



3.4 问题四：建立区域协同模型提高预测精度

因为相邻区域之间的污染物通常具有相关性，因此通过建立一个多区域的协同模型能够提高预测精度。我们利用附件 1 和 3 中，监测点 A, A1, A2 和 A3 的一次模型预测数据和实测数据再加上问题三中已经训练好了模型，我们只用在原来的训练集上再加上监测点 A1, A2 和 A3 与监测点 A 组成一层，然后再加上一个卷积层来把 4 个监测站的数据关联起来进行协同训练。

我们在问题三的基础上加上了 A1-A3 三个监测点的小时级实测数据与监测点 A 的小时级实测数据一并放到 LSTM 中进行模型的预训练, 然后再把四个监测点的一次模型预测数据连接到 LSTM 上, 再加上一个 4X1 的卷积核进行降维, 最后输出 72 个神经元, 分别作为 4 个监测点 3 天的六种污染物浓度。

4.1 模型的优点

我们的模型可以从实测历史数据中不断学习，大大提高了臭氧（O3）的预测准确度，进而提升了 AQI 及主要污染物的预测精度。除此之外，我们的模型易于训练，可扩展性强，能够泛化到不同的问题上。在问题三中，我们预测的不同监测点的 AQI 的精确度平均提升了 2 倍以上，对臭氧的预测准确度提升了近 10 倍。

模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点。

5. 参考文献

- [1] 宋鹏程, 张馨文, 黄强, 等. 我国城市环境空气质量预报主要模型及应用 [J]. 四川环境, 2019, 3.
- [2] 伯鑫等. 空气质量模型 (SMOKE、WRF、CMAQ 等) 操作指南及案例研究 [M]. 北京: 中国环境出版集团, 2019.
- [3] 戴树桂. 环境化学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1997.

- [4] 赵秋月, 李荔, 李慧鹏. 国内外近地面臭氧污染研究进展 [J]. 环境科技, 2018, 31(05): 72-76.
- [5] 陈敏东. 大气臭氧污染形成机制及研究进展 [J/OL] 2018, <https://max.book118.com/html/2018/0201/151478594.shtm>.

附录 A 程序代码

```
kk=2; [mdd, ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
    [tmpd, j]=min(W(i, V)); tmpj=V(j);
    for k=2:ndd
        [tmp1, jj]=min(dd(1, k)+W(dd(2, k), V));
        tmp2=V(jj); tt(k-1, :)= [tmp1, tmp2, jj];
    end
    tmp=[tmpd, tmpj, j; tt]; [tmp3, tmp4]=min(tmp(:, 1));
    if tmp3==tmpd, ss(1:2, kk)=[i; tmp(tmp4, 2)];
    else, tmp5=find(ss(:, tmp4)~=0); tmp6=length(tmp5);
    if dd(2, tmp4)==ss(tmp6, tmp4)
        ss(1:tmp6+1, kk)=[ss(tmp5, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    else, ss(1:3, kk)=[i; dd(2, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    end; end
    dd=[dd, [tmp3; tmp(tmp4, 2)]]; V(tmp(tmp4, 3))=[];
    [mdd, ndd]=size(dd); kk=kk+1;
end; S=ss; D=dd(1, :);
```