



中国研究生创新实践系列大赛  
“华为杯”第十八届中国研究生  
数学建模竞赛

学 校 华中科技大学

---

参赛队号 No.21104870023

---

队员姓名	1. 张智璐
	2. 钱以骞
	3. 周鑫宜

---

# 中国研究生创新实践系列大赛

## “华为杯”第十八届中国研究生

### 数学建模竞赛

题 目 中国研究生数学建模竞赛论文标题

---

#### 摘 要:

空气污染是环境工程领域与大气科学领域的一个关键研究问题，也与人类的日常生活密切相关。根据污染防治的实践表明，研究污染物与不同气象因素之间的联系，并由此建立空气质量预报模型，提前获知可能发生的大气污染过程并采取相应控制措施，是减少大气污染对人体健康和环境等造成的危害，提高环境空气质量的有效方法之一。传统的预测模型 WRF-CMAQ 的预测精度有限，因此，结合实测数据对 WRF-CMAQ 模型进行改进，建立出更加准确的模型是一件非常重要的任务。

针对问题一，我们学习了空气污染指数 AQI 的计算方式，设计快速计算 AQI 指数算法，并通过 Python 语言和 pandas 等库处理整张表格的数据。将数据处理完成之后，从中提取出 2020 年 8 月 25 日至 2020 年 8 月 28 日每日实测的 AQI 和首要污染物，并将结果表放入正文中。

对于问题二，本文将气象条件分为 3 类：对污染物浓度有较显著单向影响类，对污染物浓度有较显著双向影响类，对污染物浓度无显著影响类。首先使用 Python 语言对附件 1 中“监测点 A 逐小时污染物浓度与气象实测数据”表格进行数据处理。对于表格中缺失的数据，采用线性插值法填补缺失的数据。填补完缺失的数据之后，计算出每小时对应的 AQI 指数以及首要污染物，并对变量进行标准化。由于本题需要根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行合理分类，因此我们自定义变量 AP 表示各个污染物浓度对环境恶劣程度的影响，将 AP 值视作污染物浓度的代表变量。之后，使用 SPSS 统计软件，对 AQI 以及标准化之后的污染物浓度变量进行 Pearson 相关分析，并通过 Critic 赋权法初步得到 AP 变量与各污染物变量的权重值。接着，根据各污染物成为首要污染物的比例对初步得到的 AP 变量权重值进行调整，得到最终 AP 变量与各污染物变量的权重值。然后对 AP 变量与各气象因素进行 Pearson 相关分析，并通过曲线拟合，得到 AP 变量与各气象因素大致的函数关系，将函数结果可视化进行解释。最后，将 5 种气象因素分别归类于上述三类之中，并进行简单解释。

对于问题三，本文提出一种基于 LSTM 的预训练模型，首先预处理逐小时实测数据，保证数据连续，并对每一列进行归一化处理，然后以每小时的 6 个污染

物浓度和 5 个气象条件作为该小时的特征。从 day1 的 8:00 开始，一直取到 day4 的 7:00 作为一个时间序列，这个序列的长度为 72 小时，特征维度是 11 维，将其输入到 3 层的 LSTM 中预测接下来 3 天，即 day4,day5,day6 的每日各污染物的平均浓度，即输出是  $6 \times 3 = 18$  维。计算预测出来的 3 天污染物浓度的 MSE 并求和，以此作为损失函数训练模型，由此可以通过逐小时的实测数据得到一个预训练模型。接下来需要结合一次预报的数据进行微调，将逐小时实测数据的日期与一次预报对齐，然后仍然是按照前面所述划分出 72 小时的实测样本时间序列，并将其输入到之前训练好的 LSTM 模型中，得到最后一个 LSTM 的隐藏层输出  $h_t$ 。同时对一次预报数据求出 day1,day2,day3 预报模型运行得到各数据的平均，将这 3 天的平均一次预报数据与  $h_t$  进行串联经过一个全连接层与要预测的未来 3 天的 18 维特征相连。同样使用预测的 18 个污染物浓度与真实污染物浓度的 MSE 作为损失函数训练第二阶段的模型。

对于问题四，此时我们仍然考虑实验问题三中提到的模型进行预测，但为了使得模型考虑到其他 3 个监测点的特征，我们考虑同时输入 4 个监测点的序列，划分时间序列的方法同前面问题三所述，此时将得到一个  $4 \times 72 \times 11$  的矩阵，对其进行转置我们得到一个  $72 \times 4 \times 11$  的矩阵，也就是在时间序列的每个时刻我们会得到 4 倍于之前的特征，考虑到减少参数与降维，我们选择对每个时刻使用一个  $4 \times 1$  的卷积核进行卷积，经过 72 个  $4 \times 1$  的卷积核的卷积，我们将重新得到  $72 \times 11$  维的时间序列，这就与问题三的情况一致了，接下来我们可以继续 LSTM 预训练模型。同时该卷积核也应用在第二阶段中对来自 4 个监测点输入的一次预报特征，经过卷积操作降维我们可以继续使用之前的模型进行预测。

关键字：大气污染物，气象条件，线性插值，Pearson 相关系数分析，CRITIC 赋值法，LSTM 神经网络

## 目录

<b>1. 问题重述</b>	<b>4</b>
1.1 问题背景	4
1.2 问题提出	5
<b>2. 背景阐述、模型合理假设以及符号说明</b>	<b>6</b>
2.1 背景阐述	6
2.2 模型合理假设	7
2.3 符号说明	8
<b>3. 问题的分析</b>	<b>8</b>
3.1 问题一：通过给定污染物数据计算当日的 AQI 指数	8
3.1.1 AQI 指数计算方式与相关背景	8
3.1.2 快速求解 AQI 指数算法及对应结果	9
3.2 问题二：根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行分类...	9
3.2.1 问题分析与数据预处理	9
3.2.2 模型建立、求解与验证	12
3.2.3 模型结果归纳	17
3.3 问题三：依据一次预报数据和实测数据建立二次预报模型	18
3.3.1 问题描述和分析	18
3.3.2 数据预处理	20
3.3.3 模型建立与求解	20
3.3.4 模型评估	22
3.4 问题四：建立区域协同模型提高预测精度	22
3.4.1 问题描述和分析	22
3.4.2 数据预处理	22
3.4.3 模型建立与求解	23
3.4.4 模型评估与协同作用讨论	23
<b>4. 模型的评价</b>	<b>24</b>
4.1 模型的优点	24
4.2 模型的缺点与改进	25
<b>5. 参考文献</b>	<b>26</b>
<b>附录 A 附录</b>	<b>27</b>
1.1 附录一：用于处理表格数据，数据填充以及	27

## 1. 问题重述

### 1.1 问题背景

环境空气污染能够对人类、动植物及产生较大的影响和危害。建立空气质量预报模型，提前预报大气污染状况能够支撑政府制定防治策略，提醒公众提前防范，减少自身暴露，减轻污染。

WRF-CMAQ 模拟体系（以下简称 WRF-CMAQ 模型）是在“一个大气”理论的指导下，以 WRF 中尺度数值天气预报系统为依托，充分考虑了大气污染过程中水平传输、垂直传输、扩散过程、源排放、化学反应和去除过程等对污染物浓度的影响，将复杂空气污染状况进行综合处理<sup>[1]</sup>。WRF 和 CMAQ 的结构如图1-1和图1-2所示。

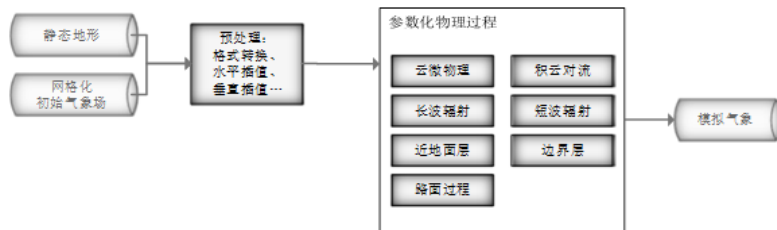


图 1-1 中尺度数值天气预报系统 WRF 结构<sup>[2]</sup>

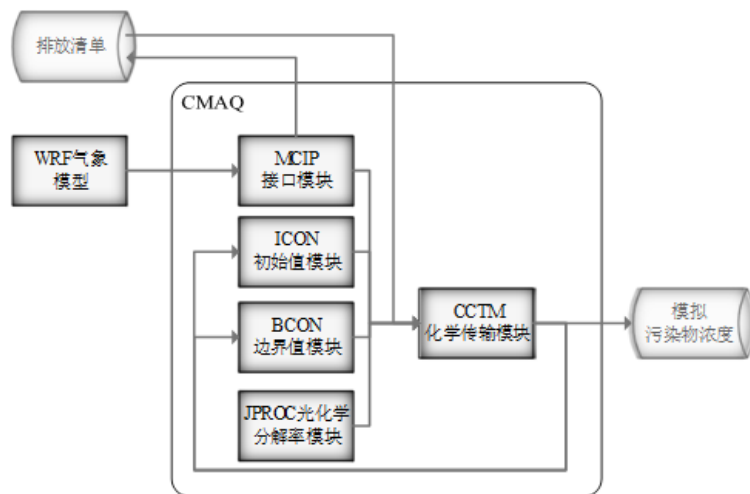


图 1-2 空气质量预测与评估系统 CMAQ 结构<sup>[3]</sup>

CMAQ 是一种三维欧拉大气化学与传输模拟系统，经由对污染物变化过程的模拟得到具体时间点或时间段的预报结果，但由于模拟的气象场和排放清单的不确定性，同时还存在包括臭氧在内生成机理不完全明晰的污染物的存在，WRF-CMAQ 预报模型的结果并不理想。为提高预报准确性，一种可行办法是在 WRF-CMAQ 等一次模型模拟结果的基础上，结合更多的数据源进行二次建模。二次模型与 WRF-CMAQ 模型关系如图1-3所示。其中，由于气象条件对空气质量影响很大（例如湿度降低有利于臭氧的生成），且污染物浓度实测数据的变化情况对空气质量预报具有一定参考价值，因此实测数据源参考空气质量监测点获得的气象数据。



图 1-3 空气质量预测与评估系统 CMAQ 结构

## 1.2 问题提出

**问题 1** 使用附件 1 数据，计算监测点 A 从 2020 年 8 月 25 日到 8 月 28 日每天实测的 AQI 和首要污染物。并将结果按照表1格式放于正文中

表 1 AQI 计算结果表

检测日期	地点	AQI 计算	
		AQI	首要污染物
2020/8/25	监测点 A		
2020/8/26	监测点 A		
2020/8/27	监测点 A		
2020/8/28	监测点 A		

**问题 2** 使用附件 1 中的数据，根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行合理分类，并阐述各类气象条件的特征。

**问题 3** 使用附件 1 和 2 的数据，建立适用 3 个监测点（忽略彼此影响）的二次预报数学模型，预测未来 3 天 6 种污染物浓度，要求预测结果 AQI 最大相对误差尽量小，首要污染物预测准确度尽量高。并用该模型预测 ABC 的 2021 年 7 月 13 到 7 月 15 的污染物浓度，计算 AQI 和首要污染物。将结果按照表2的格式放于正文中

表 2 AQI 计算结果表

预报日期	地点	二次模型日值预测							
		SO2(μg/m³)	NO2(μg/m³)	PM10(μg/m³)	PM2.5(μg/m³)	O3 最大八小时滑动平均 (μg/m³)	CO(mg/m³)	AQI	首要污染物
2020/7/13	监测点 A								
2020/7/14	监测点 A								
2020/7/15	监测点 A								

**问题 4** 使用附件 1 和 3 数据建立区域协同预报模型，包含 A,A1,A2,A3 四个监测点。要求预测结果 AQI 最大相对误差尽量小，首要污染物预测准确度尽量高。使用该协同预报模型预测监测点 A、A1、A2、A3 在 2021 年 7 月 13 日至 7 月 15 日的污染物浓度，计算 AQI 和首要污染物。将结果按照表2的格式放于正文中。并根据模型预测结果讨论协同预报模型是否能提升准确度。

## 2. 背景阐述、模型合理假设以及符号说明

### 2.1 背景阐述

在该问题中，涉及到很多与大气科学领域有关的背景知识，在本节中对部分背景信息进行简单的阐述。以下分别介绍每种气象条件因素的定义：

- 温度是表示物体冷热程度的物理量，微观上来讲是物体分子热运动的剧烈程度。温度只能通过物体随温度变化的某些特性来间接测量，而用来量度物体温度数值的标尺叫温标。在本文中，使用的温标为摄氏温标(°C)。本文中，将该变量简称为 T。
- 比湿是空气中的水汽质量在混合空气中的质量占比，即

$$H \equiv \frac{m_v}{m_v + m_a}$$

式中，H 为比湿，无量纲； $m_v$  为空气中的水汽质量，单位：kg； $m_a$  为干空气质量，单位：kg。在本文中将该变量简称为 H。

- 气压是作用在单位面积上的大气压力，即在数值上等于单位面积上向上延伸到大气上界的垂直空气柱所受到的重力。在本文中，使用单位为 MPa, 1MPa = 1000000pa。将该变量简称为 P。
- 风速是指空气相对于地球某一固定地点的运动速率，本文中使用的单位是 m/s, 1m/s=3.6km/h。本文将该变量简称为 WS。
- 风向是指风的来向，本题用角度表示。定义自正北方向至监测点的风向为 0° 风向，以顺时针旋转角（单位：°）为正值记录风向。例如，风自正东方向至监测点时，记录此时段风向为 90°。本文将该变量简称为 WD。

以下介绍一些气象科学相关名词的定义：

- 污染天气：空气质量污染天气指当日空气质量评级达到“轻度污染”或更高等级的天气。在本题中，空气质量等级是以空气质量指数（Air Quality Index, AQI）为指标进行划分，当某日 AQI 超过 100 时，视当日天气为污染天气。
- 一次污染物与二次污染物：一次污染物是指直接从污染源排到大气中的原始污染物质，如硫氧化物（SO<sub>x</sub>）、氮氧化物（NO<sub>x</sub>）等。二次污染物则是指由一次污染物与大气中已有组分或几种一次污染物之间经过一系列化学或光化学反应而生成的与一次污染物性质不同的新污染物质，如臭氧、硫酸盐、硝酸盐、有机颗粒物等。
- 一种近地面臭氧污染形成机制：图2-1为近地面臭氧污染形成的一种机制。该机制中，自由基循环和 NO<sub>x</sub> 循环相互耦合作用，使 NO 不断转化为 NO<sub>2</sub>, NO<sub>2</sub> 的光解使 O<sub>3</sub> 逐渐积累，导致污染的产生。总的来说，臭氧污染形成过程受到多种一次污染物因素<sup>[3]</sup> 及光照强度等气象因素的影响。
- 臭氧（O<sub>3</sub>）最大 8 小时滑动平均：指一个自然日内 8 时至 24 时的所有 8 小时滑动平均浓度中的最大值，其中 8 小时滑动平均值指连续 8 小时平均浓度的算术平均值。其计算公式如下：

$$C_{O_3} = \max_T(t = 8, 9, \dots, 24) \frac{1}{8} \sum_{i=t-7}^t c_i$$

其中  $c_t$  为臭氧在某日 t-1 时至 t 时的平均污染物浓度。

- 预测时间/监测时间：预测时间/监测时间是逐小时一次预报数据/实测数据的时间点标记，对应的气象及污染物浓度数据为该时间点起一小时内平均值。



以一次预报数据为例，预测时间为“2020/11/04 05:00”的数据行中，SO<sub>2</sub> 浓度为 X $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ，表示 SO<sub>2</sub> 在 2020 年 11 月 4 日 5:00-6:00 的平均浓度预测值为 X $\mu\text{g}/\text{m}^3$ 。

- 边界层高度：附件中的边界层高度是指大气边界层顶部距地面的高度，单位：m。其中，大气边界层是地表与大气进行热量、水汽与空气污染物交换、混合的第一通道，也是气团活动主要场所。边界层上方的自由大气向下流动时，由于无法穿越冠盖逆温层，形成一股向下的压力，使得边界层被压缩，近地污染物较易富集。
- 长波辐射/短波辐射/地面太阳能：长波辐射、短波辐射和地面太阳能均为与地面吸收太阳光照能量有关的指标。其中，长波辐射指地面向宇宙辐射长波的地表能通量，短波辐射指地面吸收的太阳能短波辐射的地表能通量，地面太阳能指地面吸收的太阳能所有波长辐射的地表能通量，三者单位：W/m<sup>2</sup>。
- 感热通量/潜热通量：在不发生物体和媒介的相态变化条件下，通过热传导和对流（湍流）所输送的能量称为感热；由物质发生相变而吸收或放出的热能则称为潜热。地面吸收的太阳辐射能会以感热形式及潜热形式释放至大气中，附件中以能通量形式表示这部分感热及潜热。单位：W/m<sup>2</sup>。。当气温高于地温时，感热通量/潜热通量为负值。

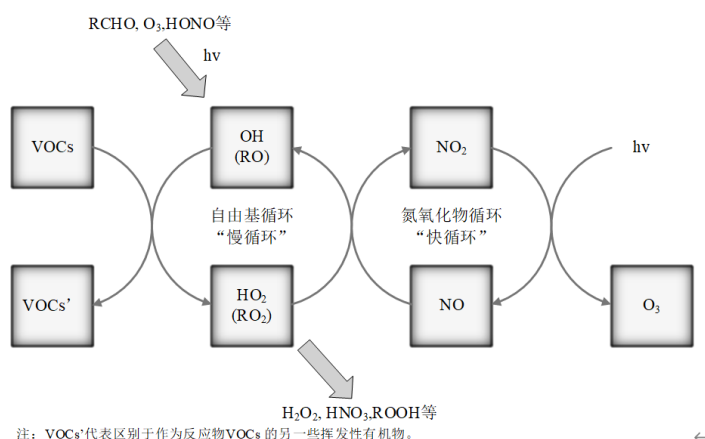


图 2-1 一种臭氧与氮氧化物之间相互转化的反应过程<sup>[5]</sup>

## 2.2 模型合理假设

a. 假设本题涉及到的所有大气科学相关变量（气象条件或是污染物浓度等）在自然界都是连续变量

b. 假设各个气象条件因素之间相互独立。

c. 假设在连续时间段内，由工业、生活等人类日常行为产生的污染物排放浓度不会发生突变。

d. 假设在连续时间段内，气象因素不会发生突变。

e. 对于问题 3，假设 3 个监测点的位置较远，忽略其之间的相互影响。

f. 异常数据假设：根据附录中所给的空气质量分指数及对应污染物浓度限值表中的浓度限值，我们可以将每个浓度按照大小归到其中一个区间，由此我们假设所有“跨区”数据为异常数据，即对于某个数据，如果其前一个区间没有值存在，则该数据为异常数据。



### 2.3 符号说明

对本文中涉及到的符号及其意义如表3所示:

表 3 本文涉及到的部分符号说明

符号	说明
T	温度变量
H	比湿变量
P	气压变量
WS	风速变量
WD	风向变量
ZX	某个变量的标准化变量
NX	某个变量的归一化变量

注: 为了方便论文的阅读, 模型涉及到的部分参量符号未在表中一一列举, 而是在各表达式后进行解释说明

## 3. 问题的分析

### 3.1 问题一: 通过给定污染物数据计算当日的 AQI 指数

#### 3.1.1 AQI 指数计算方式与相关背景

AQI 即为空气质量指数, 该数据可用于判别空气质量等级。AQI 的计算方式如下: 首先需得到各项污染物的空气质量分指数 (IAQI), 其计算公式如公式 (1) 所示:

$$IAQI_P = \frac{IAQI_{Hi} - IAQI_{Lo}}{BP_{Hi} - BP_{Lo}} * (C_P - BP_{Lo}) + IAQI_{Lo} \quad (1)$$

式中各符号的含义如下:

- $IAQI_P$  表示污染物 P 的空气质量分指数, 结果进位取整数
- $C_P$  表示污染物 P 的质量浓度值
- $BP_{Hi}, BP_{Lo}$  表示与  $C_P$  相近的污染物浓度限值的高位值与低位值
- $IAQI_{Hi}, IAQI_{Lo}$  表示与  $BP_{Hi}, BP_{Lo}$  对应的空气质量分指数

各项污染物项目浓度限值及对应的空气质量分指数级别见表4:

表 4 空气质量分指数 (IAQI) 及对应的污染物项目浓度限值

序号	指数或污染物项目	空气质量分指数及对应污染物浓度限值								单位
0	空气质量分指数 (IAQI)	0	50	100	150	200	300	400	500	-
1	一氧化碳 (CO) 24 小时平均	0	2	4	14	24	36	48	60	mg/m <sup>3</sup>
2	二氧化硫 (SO <sub>2</sub> ) 24 小时平均	0	50	150	475	800	1600	2100	2620	μg/m <sup>3</sup>
3	二氧化氮 (NO <sub>2</sub> ) 24 小时平均	0	40	80	180	280	565	750	940	
4	臭氧 (O <sub>3</sub> ) 最大 8 小时滑动平均	0	100	160	215	265	800	-	-	
5	粒径小于等于 10μm 颗粒物 (PM <sub>10</sub> ) 24 小时平均	0	50	150	250	350	420	500	600	
6	粒径小于等于 2.5μm 颗粒物 (PM <sub>2.5</sub> ) 24 小时平均	0	35	75	115	150	250	350	500	

<sup>1</sup> 臭氧 (O<sub>3</sub>) 最大 8 小时滑动平均浓度值高于 800 μg/m<sup>3</sup> 的, 不再进行其空气质量分指数计算。

<sup>2</sup> 其余污染物浓度高于 IAQI=500 对应限值时, 不再进行其空气质量分指数计算

空气质量指数 (AQI) 取各分指数中的最大值, 即有

$$AQI = \max\{IAQI_1, IAQI_2, \dots, IAQI_n\}$$

式中,  $IAQI_1, IAQI_2, IAQI_3, \dots, IAQI_n$  为各污染物项目的分指数。在本题中, 对于 AQI 的计算仅涉及表 1 提供的六种污染物, 因此计算公式如公式 (2) 所示:

$$AQI = \max\{IAQI_{SO_2}, IAQI_{NO_2}, IAQI_{PM_{10}}, IAQI_{PM_{2.5}}, IAQI_{O_3}, IAQI_{CO}\} \quad (2)$$

空气质量等级范围根据 AQI 数值划分, 等级对应的 AQI 范围见表 5。

表 5 空气质量等级及对应空气质量指数 (AQI) 范围

空气质量等级	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染
空气质量指数 (AQI) 范围	[0,50]	[51,100]	[101,150]	[151,200]	[201,300]	[301,+∞)

当 AQI 小于或等于 50 (即空气质量评价为“优”) 时, 称当天无首要污染物; 当 AQI 大于 50 时, IAQI 最大的污染物为首要污染物。若 IAQI 最大的污染物为两项或两项以上时, 并列为首要污染物 IAQI 大于 100 的污染物为超标污染物。则求解问题一需要根据附件 1 中提供的“监测点 A 逐日污染物浓度数据”表, 通过上述方法计算监测点 A 从 2020 年 8 月 25 日到 8 月 28 日每天实测的 AQI 和首要污染物。

### 3.1.2 快速求解 AQI 指数算法及对应结果

求解 AQI 指数的过程非常简单, 但是我们为了后期处理的方便性以及增强代码的可重用性, 我们采用直接完全处理附件 1 中的“监测点 A 逐日污染物浓度数据”表的方式。在得到整个表的结果后, 找出题目中的日期范围对应的结果。处理整个表格的流程图如图 3-1 所示:

计算得到的结果如表 6 所示

## 3.2 问题二: 根据对污染物浓度的影响程度, 对气象条件进行分类

### 3.2.1 问题分析与数据预处理

根据附件 1 中“监测点 A 逐小时污染物浓度与气象实测数据”表的数据, 我们可以得到可能对污染物浓度产生影响的气象条件因素有 5 种: 温度, 比湿, 气

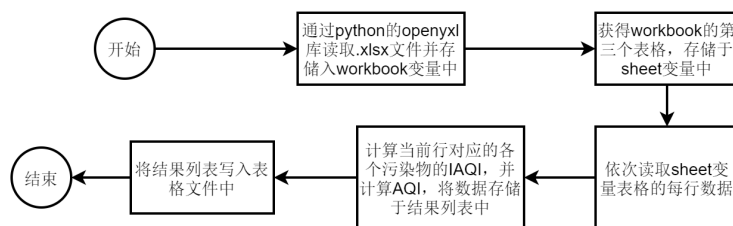


图 3-1 完全处理“监测点 A 逐日污染物浓度数据”表流程图

表 6 问题一 AQI 计算结果表

检测日期	地点	AQI 计算	
		AQI	首要污染物
2020/8/25	监测点 A	60	O <sub>3</sub>
2020/8/26	监测点 A	46	无
2020/8/27	监测点 A	109	O <sub>3</sub>
2020/8/28	监测点 A	138	O <sub>3</sub>

压，风速与风向。其具体定义已于章节 2 中阐述，此处不再赘述。

在污染物排放情况不变的条件下，某一地区的气象条件有利于污染物扩散或沉降时，该地区 AQI 会下降，反之会上升。由此分析出，在不同气象条件下的 AQI 指数可以很好地反应气象条件对污染物浓度的影响。与此同时，也要分别分析 6 种污染物 (CO,NO<sub>2</sub>,SO<sub>2</sub>,O<sub>3</sub>,PM<sub>10</sub>,PM<sub>2.5</sub>) 在不同气象条件下的浓度变化情况。因此，如何自定义一个变量用于标志各种不同的污染物对环境恶劣程度的影响。分析思路如下：首先计算 AQI 变量与各个污染物变量的相关性，然后通过主客观集成赋权法得到 6 种污染物浓度分别对我们最终定义的污染物对环境恶劣程度影响变量 (称为 AP) 的影响权重。再通过各个污染物成为首要污染物的比例，对影响权重进行修正。最后通过相关性分析与插值法建模得到气象因素对 AP 的影响，我们可以将气象条件因素分为三类：对污染物浓度有较显著单向影响类因素，对污染物浓度有较显著的双向影响因素，对污染物浓度无显著影响因素。对三类类别的解释如下：

- 对污染物浓度有较为显著的单向影响因素类别的主要表现为：随着该因素变量值的上升，对 AP 的影响是单方面的（无论是正相关抑或是负相关），例如随着该因素变量的上升，AP 指数不断下降。
- 对污染物浓度有较为显著的双向影响因素类别的主要表现为：随着该因素变量值的上升，对 AP 的影响是双方面的，例如在某个区间内，该因素的上升 AP 指数的下降，但在另一个区间内，该因素的上升导致 AP 指数的上升。
- 对污染物浓度无显著影响因素类别的主要表现为：随着该因素变量的改变，对 AP 指数没有显著的影响。

在正式建立模型之前，对表格数据进行如下预处理：

(1) 填补缺失数据：由于受监测数据权限及相应监测设备功能等的限制，部分气象指标的实测数据无法获得，因此在表格中存在着部分数据缺失的情况。

由于在章节 2 中对污染物变量与气象因素变量有不产生突变的合理假设。因此对于插值法，本文采用线性插值的方式，用于填补表格中的缺失数据。线性插值是指插值函数为一次多项式的插值方式，其在插值节点上的插值误差为零。线性插值相比其他插值方式，如抛物线插值，具有简单、方便的特点。线性插值的几何意义即为图3-2中利用过 A 点和 B 点的直线来近似表示原函数。线性插值可以用于近似代替原函数，也可以用于计算得到查表过程中表中缺失的数值。

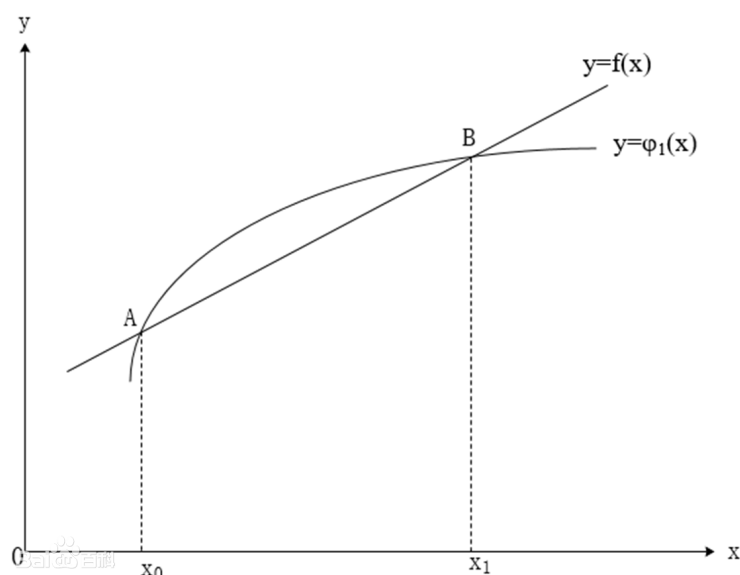


图 3-2 线性插值示意图

如图3-2所示，设函数  $y = f(x)$  在  $x_0, x_1$  点的取值分别为  $y_0, y_1$ ，求多项式

$$y = \varphi_1(x) = a_0 + a_1x$$

使满足

$$\varphi_1(x_0) = y_0, \varphi_1(x_1) = y_1$$

由解析几何易得：

$$y = \varphi_1(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

使用线性插值法可以填补表中的缺失值，并在之后的处理过程中将插入值作为缺失值的替代

(2) 通过污染物浓度计算 AQI 指数：AQI 指数的计算方法在问题一中已经进行阐述，此处不再赘述。对每个小时的污染物浓度数据，都可以计算出其相应的 AQI 指数。

(3) 数据的标准化：由于数据的量纲不同，我们需要变量数据进行标准化。标准化原始变量数据采用如公式 (3) 方式：

$$ZX_i = \frac{X_i - \mu}{\delta}, \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \delta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2} \quad (3)$$

将标准化之后 AQI,SO<sub>3</sub>,NO<sub>2</sub>,O<sub>3</sub>,PM<sub>10</sub>,PM<sub>2.5</sub>,CO 变量对应的新变量分别命名为 ZAQL,ZSO<sub>3</sub>,ZNO<sub>2</sub>,ZO<sub>3</sub>,ZPM<sub>10</sub>,ZPM<sub>2.5</sub>,ZCO。将标准化之后的 T,H,P,WS,WD 等变量分别命名为 ZT,ZH,ZP,ZWS,ZWD

### 3.2.2 模型建立、求解与验证

#### (1) Person 相关系数分析

在本题中，研究变量之间的相关性采用 Pearson 相关系数进行分析。Pearson 相关系数是用来衡量两个数据集合是否在一条线上面，它用来衡量定距变量间的线性关系的一种评价指标。当两个变量都是正态连续变量，而且两者之间呈线性关系时，表现这两个变量之间相关程度用积差相关系数，主要有 Pearson 简单相关系数。其计算方式如公式 (4) 所示：

$$r = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} \quad (4)$$

Pearson 相关系数衡量的是线性相关关系。若  $r=0$ ，只能说  $x$  与  $y$  之间无线性相关关系，不能说无相关关系。相关系数的绝对值越大，相关性越强：相关系数越接近于 1 或 -1，相关度越强，相关系数越接近于 0，相关度越弱。此处使用 Python 和 SPSS 统计软件，分析 ZAQI、ZNO2、ZSO3、ZO3、ZCO、ZPM10、ZPM2.5 之间的 Person 相关性的步骤如下：① 使用 Python 对 Excel 数据进行处理，通过线性插值填补缺失值，并计算出每一行对应的 AQI 指数

② 使用 SPSS 软件导入 Excel 数据

③ 通过 SPSS 软件，点击分析 → 描述统计 → 描述，选择 AQI 等 12 个变量，并将标准化之后的变量另存为变量 ZAQI 等变量。

④ 通过 SPSS 软件，点击相关 → 双变量，选择 ZAQI、ZCO 等 6 个变量，得到其 Pearson 相关系数矩阵

其相关系数矩阵如图 3-3 所示：

		相关性						
		ZAQI	ZSO2	ZNO2	ZPM10	ZPM2.5	ZO3	ZCO
ZAQI	皮尔逊相关性	1	.447**	.574**	.757**	.747**	.500**	.502**
	显著性（双尾）		.000	.000	.000	.000	.000	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZSO2	皮尔逊相关性	.447**	1	.409**	.561**	.542**	.182**	.350**
	显著性（双尾）	.000		.000	.000	.000	<.001	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZNO2	皮尔逊相关性	.574**	.409**	1	.668**	.669**	-.298**	.681**
	显著性（双尾）	.000	.000		.000	.000	.000	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZPM10	皮尔逊相关性	.757**	.561**	.668**	1	.883**	.237**	.609**
	显著性（双尾）	.000	.000	.000		.000	<.001	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZPM2.5	皮尔逊相关性	.747**	.542**	.669**	.883**	1	.203**	.661**
	显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000		<.001	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZO3	皮尔逊相关性	.500**	.182**	-.298**	.237**	.203**	1	-.123**
	显著性（双尾）	.000	<.001	.000	<.001	<.001		<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZCO	皮尔逊相关性	.502**	.350**	.681**	.609**	.661**	-.123**	1
	显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000	.000	<.001	
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388

\*\* 在 0.01 级别（双尾），相关性显著。

图 3-3 ZAQI 变量 Person 相关矩阵示意图

#### (2) 通过 Critic 赋权法以及首要污染物占比调整确定 AP 表达式

确定某种变量的权重主要有两大类：一类是主观权重赋值法，例如 AHP、专家评分法等；还有一类就是客观权重赋权法，比较典型的就 Critic 赋值法。Critic 赋值法以两个基本概念为基础：一是对比强度，借鉴标准离差法的思想，认

为若同一指标的所有评价指数差别越大，即标准差越大，则所蕴含的信息量越大；二是评价指标之间的冲突性，指标之间的冲突性是以指标之间的相关系数为基础，如两个指标之间具有较强的正相关，说明两个指标冲突性较低。第  $j$  个指标与其它指标的冲突性的量化指标  $\sum_{i=1}^n (1 - r_{ij})$ ，其中  $r_{ij}$  评价指标  $i$  和  $j$  之间的相关系数。各个指标的客观权重确定就是以对比强度和冲突性来综合衡量的。设  $C_j$  表示第  $j$  个评价指标所包告的信息量。 $C_j$  的计算式如下：

$$C_j = \delta_j \sum_{i=1}^n 1 - r_{ij}$$

其中  $n$  为同一指标的评价数量。一般地， $C_j$  越大，第  $j$  个评价指标所包含的信息量越大，则该指标的相对重要性也就越大。

设  $W_j$  为第  $j$  个指标的客观权重。 $W_j$  的计算公式： $W_j = \frac{C_j}{\sum_{i=1}^m C_i}$  ( $m$  为所有指标的数量) 通过 Critic 赋权法可以计算出对于自定义因变量 AP 关于 ZNO2 等变量的权重，最后通过加权求和的方式得到最终的计算公式：

$$AP = \sum_{i=1}^n W_i Z X_i \quad (5)$$

该过程的数学解释为：通过计算 AQI 与 6 中污染物的相关性，反映了不同的污染物，其浓度变化对 AQI 变化的影响，对 AQI 变化影响较大的污染物，赋予更高的权重。通过 Python 程序，计算出的权重表如表7所示：（精确至小数点后三位）

表 7 AP 权重计算结果表

变量名	权重	变量名	权重	变量名	权重
ZSO2	0.127	ZNO2	0.163	ZPM10	0.215
ZPM2.5	0.212	ZO3	0.142	ZCO	0.142

但是主观上认为直接使用该权重有一定的误差，因为在对监测点 A 逐小时污染数据处理计算 AQI 值和首要污染物之后，发现污染物 CO 和 SO2 成为首要污染物的比例非常低，甚至没有任何一个小时其 SO2 污染物为首要污染物。因此希望引入各个污染物成为首要污染物的比例，来修正各个变量的权重值。分析认为：在最终的权重表中，相关系数仍然应当占据更大的权重比例，但与此同时，各个污染物成为首要污染物的比例也是不可忽视的，分析后人为确定两者的权重分别为 0.6 与 0.4。得到如下计算方式：

$$\text{new}W_i = 0.6 * W_i + 0.4 * P_i, P_i = \frac{T_i}{\sum T_i}$$

其中  $T_i$  表示第  $i$  中污染物成为首要污染物的次数

进行修正之后得到的权重表如表8所示：

则有 AP 计算公式如下所示

$$AP = 0.076 * ZSO_2 + 0.260 * ZNO_2 + 0.226 * ZPM_{10} + 0.165 * ZPM_{2.5} + 0.182 * ZO_3 + 0.091 * ZCO$$

表 8 AP 权重计算结果表

变量名	权重	变量名	权重	变量名	权重
ZSO2	0.076	ZNO2	0.260	ZPM10	0.226
ZPM2.5	0.165	ZO3	0.182	ZCO	0.091

(3) 分析 AP 与气象条件因素的相关性并统计 AP 在某种气象条件下的平均值变化率通过 SPSS 软件直接定义新变量 AP, 通过定义计算表达式计算出 AP 的取值。然后对变量 AP,GT,GH,GP,GWS,GWD 等变量进行相关性分析, 得到相关性矩阵如图3-4所示:

		相关性					
		AP	ZT	ZH	ZP	ZWS	ZWD
AP	皮尔逊相关性	1	-.239**	-.407**	.373**	-.310**	-.050**
	显著性 (双尾)		<.001	.000	.000	.000	<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZT	皮尔逊相关性	-.239**	1	.119**	-.823**	.087**	.117**
	显著性 (双尾)	<.001		<.001	.000	<.001	<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZH	皮尔逊相关性	-.407**	.119**	1	-.397**	-.268**	.022**
	显著性 (双尾)	.000	<.001		.000	.000	.003
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZP	皮尔逊相关性	.373**	-.823**	-.397**	1	-.032**	-.165**
	显著性 (双尾)	.000	.000	.000		<.001	<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZWS	皮尔逊相关性	-.310**	.087**	-.268**	-.032**	1	-.033**
	显著性 (双尾)	.000	<.001	.000	<.001		<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZWD	皮尔逊相关性	-.050**	.117**	.022**	-.165**	-.033**	1
	显著性 (双尾)	<.001	<.001	.003	<.001	<.001	
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388

\*\* 在 0.01 级别 (双尾), 相关性显著。

图 3-4 变量 AP 的 Person 相关系数矩阵

从图3-4中各个变量对应的 Pearson 相关系数, 我们可以看出: 变量 ZWD (即标准化之后的风速变量) 对 AP 变量的影响比较小, 其余因素对变量 AP 的取值都有较大影响, 可视化统计 AP 变量与各个气象因素条件如下:

① 可视化统计 AP 变量与风速变量 WS 之间的关系:

将“监测点 A 逐小时污染物浓度与气象实测数据”表中每小时风速变量 WS 与对应计算出的 AP 变量值进行一一对应, 并求出每一个特定的 WS 取值下对应 AP 变量取值的均值。并将结果绘制为折线图, 其结果如图3-5所示:

虽然图中折线的震荡性非常强, 但是仍然可以大致看出随着风速变量 WS 的上升, 对应的 AP 变量呈现下降的趋势。为了研究 AP 变量随变量 WS 的变化趋势, 使用曲线拟合的方式对变量的变化趋势进行拟合。

曲线拟合的定义如下: 用连续曲线近似地刻画或比拟平面上离散点组所表示的坐标之间的函数关系的一种数据处理方法。用解析表达式逼近离散数据的一种方法。在科学实验或社会活动中, 通过实验或观测得到量  $x$  与  $y$  的一组数据对  $(x_i, y_i)(i = 1, 2, \dots, m)$ , 其中各  $x_i$  是彼此不同的。人们希望用一类与数据的



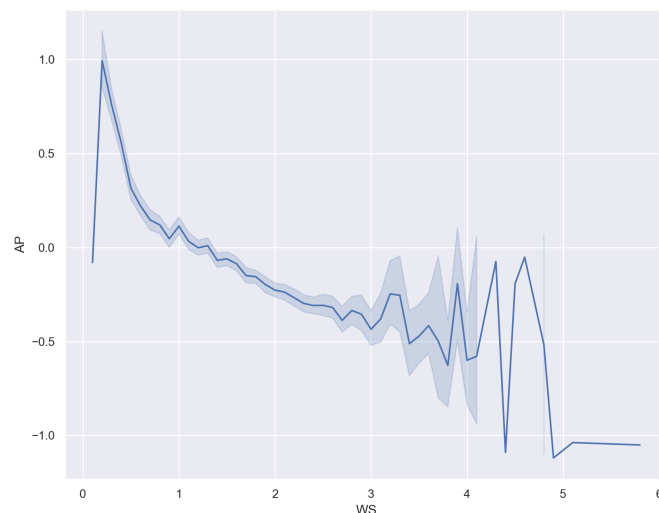


图 3-5 变量 AP 与风速变量 WS 的折线图

背景材料规律相适应的解析表达式， $y = f(x, c)$  来反映量  $x$  与  $y$  之间的依赖关系，即在一定意义下“最佳”地逼近或拟合已知数据。 $f(x, c)$  常称作拟合模型，式中  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  是一些待定参数。当  $c$  在  $f$  中线性出现时，称为线性模型，否则称为非线性模型。有许多衡量拟合优度的标准，最常用的一种做法是选择参数  $c$  使得拟合模型与实际观测值在各点的残差 (或离差)  $e_k = y_k - f(x_k, c)$  的加权平方和达到最小，此时所求曲线称作在加权最小二乘意义下对数据的拟合曲线。有许多求解拟合曲线的成功方法，对于线性模型一般通过建立和求解方程组来确定参数，从而求得拟合曲线。至于非线性模型，则要借助求解非线性方程组或用最优化方法求得所需参数才能得到拟合曲线，有时称之为非线性最小二乘拟合。

在 Python 中，numpy 库可以用于曲线拟合。调用 numpy 库对自变量 WS 和因变量 WT 进行曲线拟合，所得结果如图3-6所示：

从图3-6中可以看出，根据拟合的图像，随着变量 WS 的上升，因变量 AP 不断下降且 AP 的变化范围较显著，因此将变量 WS(即风速变量)列入“有较为显著的单向影响因素”类别。

同理，为了行文的简略。对之后的变量，直接使用拟合图描述因变量 AP 随自变量的变化过程

② 可视化统计 AP 变量与温度变量 T 之间的关系：

对 AP 与 T 的关系进行拟合，如图3-7所示：

如图3-7所示，在 T 处于  $5^{\circ}\text{C}$ - $17^{\circ}\text{C}$  时，随着 T 的上升，AP 不断上升；当 T 处于  $17^{\circ}\text{C}$ - $32^{\circ}\text{C}$  时，随着 T 上升 AP 不断下降；当 T 处于  $32^{\circ}\text{C}$  以上时，随着 T 的上升，AP 再一次上升。AP 的变化范围较显著，因此将温度变量 T 列为“有显著的双向影响因素”类别。

③ 可视化统计 AP 变量与湿度变量 H 之间的关系：

对 AP 与 H 的关系进行拟合，如图3-8所示：

如图3-8所示，在 H 处于 10%-35% 区间内，随着 H 的上升，变量 AP 不断上升；在 H 处于 35%-88% 区间，随着 H 的上升，变量 AP 不断下降；对于 H 处于 88% 以上的数据，虽然在图中有一点略微的凸起，但是可以认为是模型的误差。以及 AP 的变化范围较为显著。因此将湿度变量 H 列入“有较为显著的双向影响

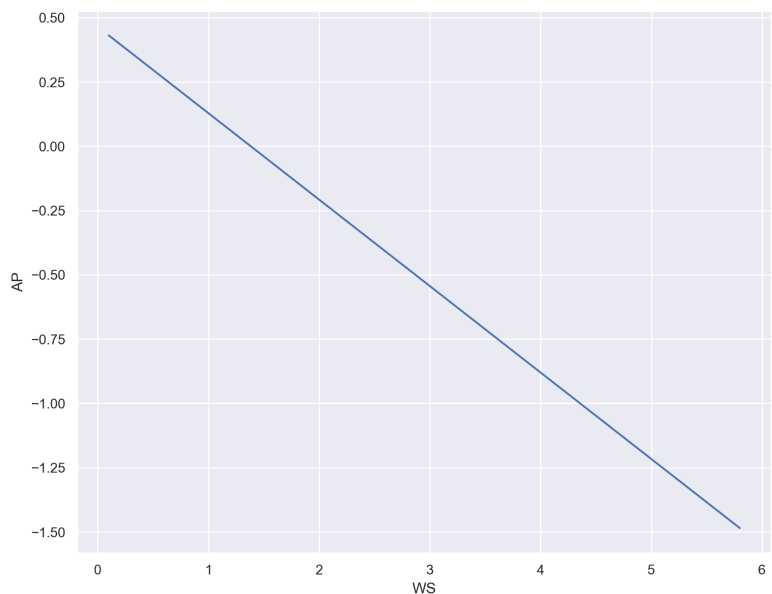


图 3-6 变量 AP 与风速变量 WS 的拟合曲线

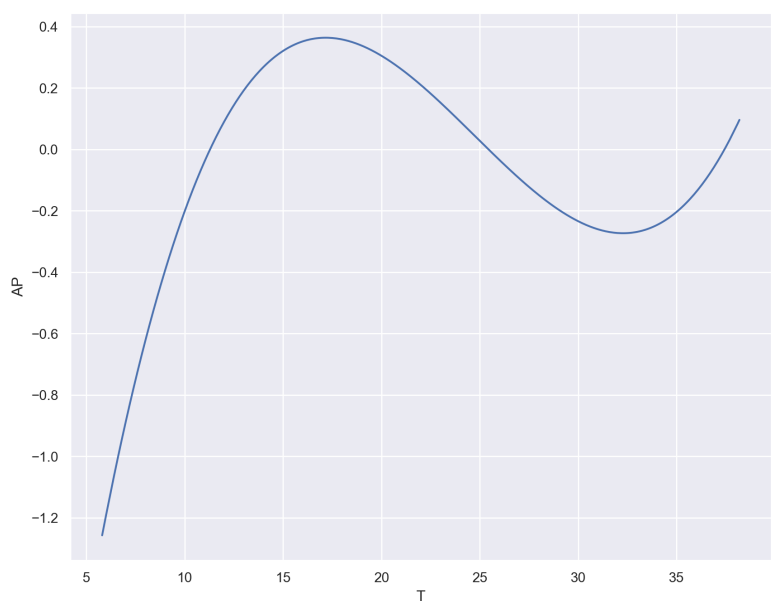


图 3-7 变量 AP 与温度变量 T 的拟合曲线

因素”类别

③ 可视化统计 AP 变量与气压变量 P 之间的关系：

对 AP 与 P 的关系进行拟合，如图3-9所示：

如图3-9所示，在 P 处于 995MPa 到 1003MPa 之间时，随着 P 的上升，变量 AP 不断下降；在 P 处于 1003MPa 到 1018MPa 之间时，随着 P 的上升，变量 AP 不断上升；在 P 大于 1018MPa 时，随着 P 的上升，变量 AP 不断下降。且变量 AP 的变化范围较为显著。因此将气压变量 P 列入“有较为显著的双向影响因素”类别

④ 可视化统计 AP 变量与风向变量 WD 之间的关系：

对 AP 与 WD 的关系进行拟合，如图3-10所示：

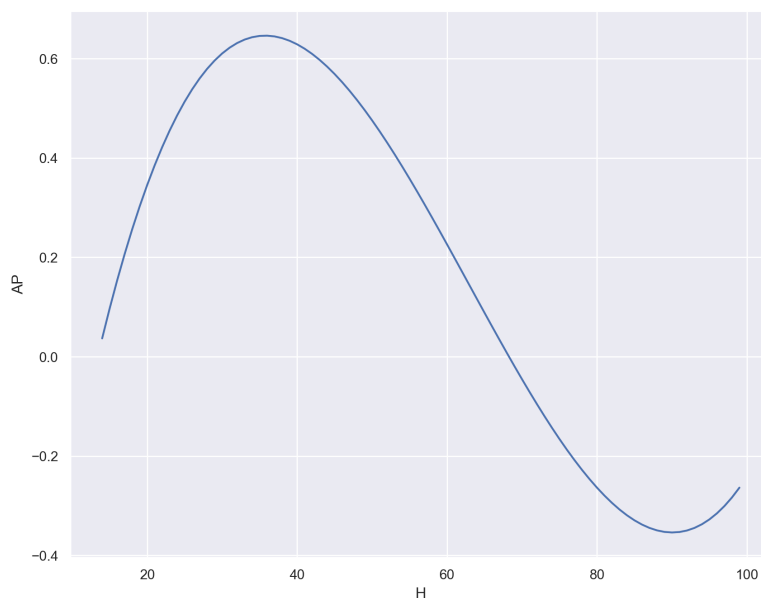


图 3-8 变量 AP 与湿度变量 H 的拟合曲线

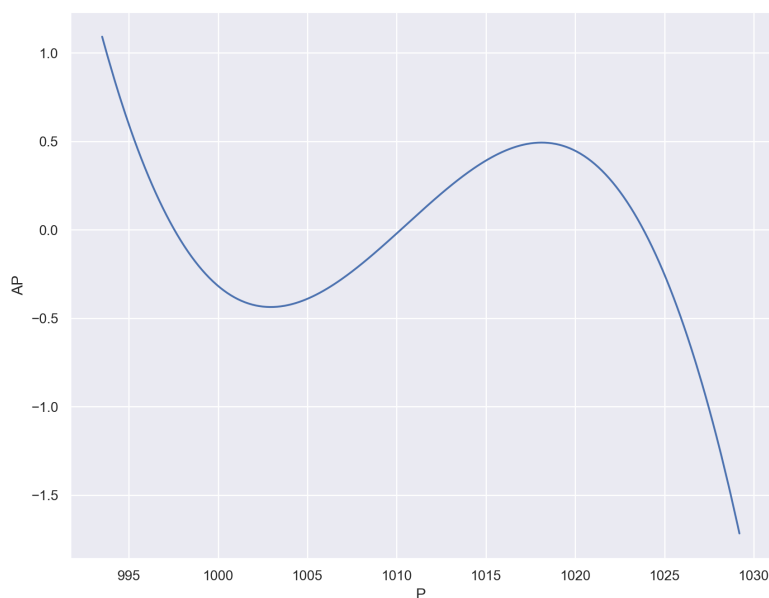


图 3-9 变量 AP 与气压变量 P 的拟合曲线

如图3-10所示，随着 WD 的增加，变量 AP 的变化范围并不显著，仅在 0.04 到-0.06 这个区间变化。因此将风向变量 WD 列入“无显著影响因素”类别。

### 3.2.3 模型结果归纳

最终，我们将 5 种气象条件分为以下三类：有较为显著的单向影响类别，有较为显著的双向影响类别，无显著影响类别。通过自定义变量 AP 用于标志所有的污染物对环境影响的恶劣程度。此处，对各个类别的解释如下：

(1) 有较显著单向影响类：在定义域全区间内，随着变量值的上升，变量 AP 的取值不断上升或下降。也即在全定义域区间内都为正相关或负相关。

(2) 有较为显著的双向影响类别：存在被定义域包含的部分区间 P 内，随着

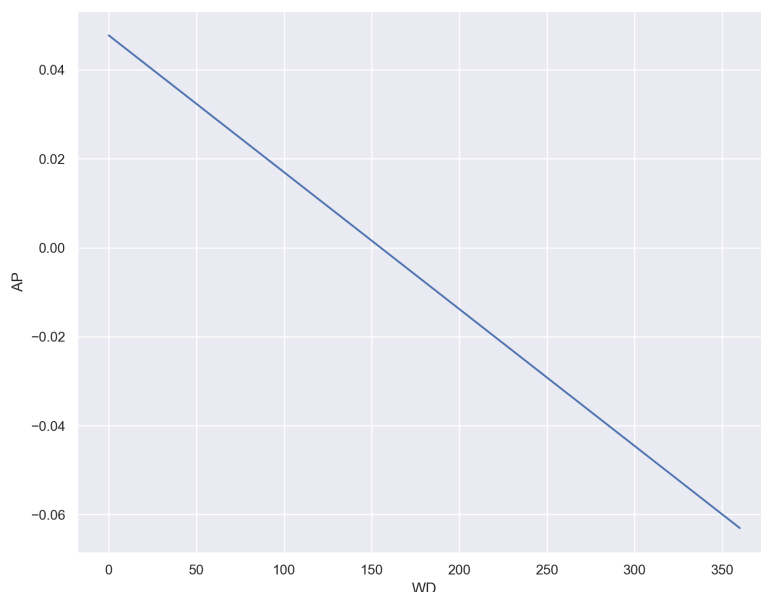


图 3-10 变量 AP 与风向变量 WD 的拟合曲线

变量值的上升，变量 AP 的取值不断上升；存在被定义域包含的部分区间 Q，随着变量值的上升，变量 AP 的取值不断下降。也即在部分区间内为正相关，部分区间内为负相关。

(3) 无显著影响类别：在定义域全区间内，随着变量值的上升，变量 AP 的值没有显著的变化。

5 种气象类型的分类结果如表所示：

表 9 气象类型分类表

类型名	变量
有显著的单向影响因素	风速变量 WS
有显著的双向影响因素	温度变量 T，比湿变量 H，气压变量 P
无显著影响因素	风向变量 WD

### 3.3 问题三：依据一次预报数据和实测数据建立二次预报模型

#### 3.3.1 问题描述和分析

WRF-CMAQ 预报模型由于自身原因和来自不完全明晰臭氧等污染物生成机理的外因，导致其预报的结果并不理想。因此题目要求我们结合一次预报数据和实测数据建立二次预报模型进行更准确的污染物浓度预测。问题三要求我们建立一个同时适用于监测点 A，B 和 C 的二次预报模型（不考虑监测点间影响），并给出更加精确的首要污染物预测，并且要求 AQI 预测值的最大相对误差尽量小。

考虑到这个问题是通过由过去若干个时刻的状态推测未来时刻的状态，且学习时间跨度较长，我们想要通过 LSTM 神经网络对历史实测数据的特征进行学习，以此来修正一次模型预测的数据，最后达到提升预测准确度的目的。我们

了解到，在对空气质量预报领域主要有 2 种类型的模型，一种是数值模型，如 WRF-CMAQ 是通过对气象场的模拟从而进行预测，另外一类则是统计领域的统计模型，典型的如神经网络和多元回归等模型。这两类模型各有优缺点，从题目中我们看到了数值模型的局限性，因此我们选择在数值模型预测的基础上建立一个统计模型，并采用预训练和调整两阶段，在第二阶段与 WRF-CMAQ 的一次预报数据结合进行调整，从而取长补短。

LSTM(Long Short Term Memory network) 神经网络是一种特殊的循环神经网络。传统的循环神经网络不能够很好地处理长时依赖问题，而在该问题中数据的时间跨度非常长，例如监测点的逐小时实测数据时间跨度从 2019 年 4 月到 2021 年 7 月，长达 2 年多的数据。因此在本题中使用 LSTM 神经网络比传统的循环神经网络更加合适。传统的循环神经网络 RNN 结构图如图 3-11 所示：

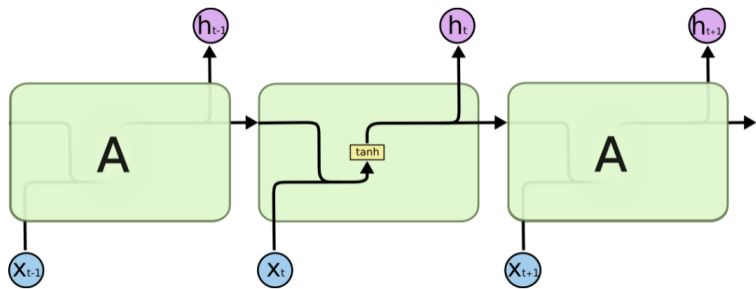


图 3-11 传统 RNN 结构示意图

所有的递归神经网络都是由重复神经网络模块构成的一条链，可以看到它的处理层非常简单，通常是一个单 tanh 层，通过当前输入及上一时刻的输出得到当前输出。与神经网络相比，经过简单地改造，它已经可以利用上一时刻学习到的信息进行当前时刻的学习了。LSTM 的结构与传统 RNN 结构相似，不同的是它的重复模块会比较复杂一点，它有四层结构，如图 3-12 所示：

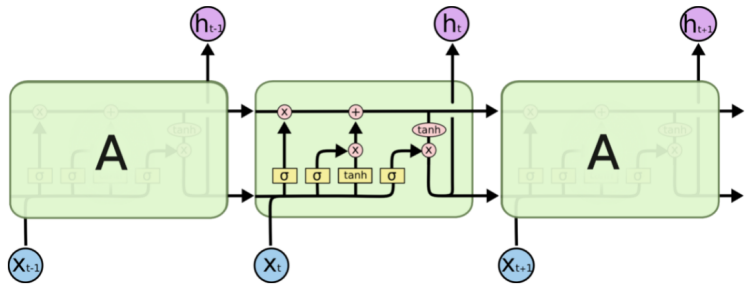


图 3-12 LSTM 神经网络的结构示意图

其中，处理层出现的符号及表示意思如图 3-13 所示：  
如前所述，我们的思路是将数值模型与统计模型结合，也就是将由 WRF-CMAQ 运行的一次预报数据和我们训练的基于 LSTM 的统计模型结合。因此我们建立的二次模型分为两个阶段，在第一阶段的预训练过程中，完全使用监测点逐小时实测的污染物浓度和气象条件数据训练一个 LSTM 模型，在第二阶段微调的时候，再将一次预报数据引入和用 LSTM 模型预测的数据经过全连接层输出最终的预测结果。

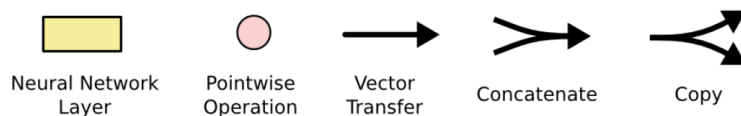


图 3-13 LSTM 神经网络处理层出现符号示意图

### 3.3.2 数据预处理

由于我们使用的 LSTM 对时间序列的逐小时顺序要求，并且还要考虑在第二阶段与一次预报数据结合历史时刻数据的对齐问题，我们在进行模型的构建之前，对提供的数据进行了非常严格的预处理：

(1) 处理缺失/无效数据：我们首先用 pandas 把数据转化成 pandas DataFrame，然后进行 Exploratory Data Analysis (EDA)。通过 pandas 使得我们能够快速对数据整体结构有一个快速清晰的认知，并且能够对数据进行快速的操作。由于 LSTM 对时间连续性的需求，我们依然尽可能采用用线性插值法填补中间缺失的数据，对于有多行的缺失并且在时间序列前端的数据，如 A 监测点的 2019 年 4 月逐小时实测数据有 100 多行缺失，我们选择直接从 5 月开始进行输入。

(2) 数据异常值处理：除了缺失/无效数据外，我们还理应检查数据是否有异常值，我们首先由 profile report 对所有变量进行频率分别可视化，并生成每个变量的细节报告，然后搜寻可能的异常值，对于异常值的判断，除了浓度值小于 0 的数据以外，根据章节 2.2 提到的数据异常值假设，我们认为此类数据为异常数据，并根据时间序列选择使用前后插值。

(3) 调整表格列数据类型：数据类型的正确与否直接关系到后面对数据的运算，因此在正式运用数据之前需要确保表格列数据类型的正确性。

(4) 数据归一化：与问题二采用的标准化策略不同，在 LSTM 模型的输入中不希望出现负值，因此采用数据归一化对数据进行处理。对已有变量进行归一化的数学过程如下：

$$\min X = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}, \max X = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}, NX = \frac{X_i - \min X}{\max X - \min X} \quad (6)$$

### 3.3.3 模型建立与求解

我们的预训练模型搭建了一个 3 层的 LSTM 对实际的污染物浓度（6 种）+ 气象条件（5 种）按照每三天（72 小时实测数据）一次，进行训练，每次从 day1 的 8:00 开始到 72 小时后的 day4 的 7:00，将其作为输入如图 3-14 所示，LSTM 最后一层经过两个全连接层最后输出 18 维数据分别代表未来 3 天每种污染物的浓度，同时以 day4, day5, day6 三天的污染物浓度作为标签，以 MSELoss 作为损失函数训练预训练模型。

在微调阶段，我们把一次模型预测的数据（11 种）按三天取平均。例如：2020 年 7 月 23 号的模型预测 23, 24 和 25 号的 11 种数据取平均后做为一次模型 2020-07-23 的预测值。在确保预测数据和实测数据的日期一致后，如图 3-15 所示，把经过预处理的预测数据接入到已经用实测数据预训练好的 LSTM 模型里，与一次预报数据拼接经过全连接层最后直接输出 18 个数据，每 6 个为一天的预测污染物浓度。同样采用 MSELoss 作为损失函数训练模型。

我们先运用 LSTM 对实际的污染物浓度（6 种）+ 气象条件（5 种）按照每三天（72 小时实测数据）一次，进行训练，随后把一次模型预测的数据（11 种）



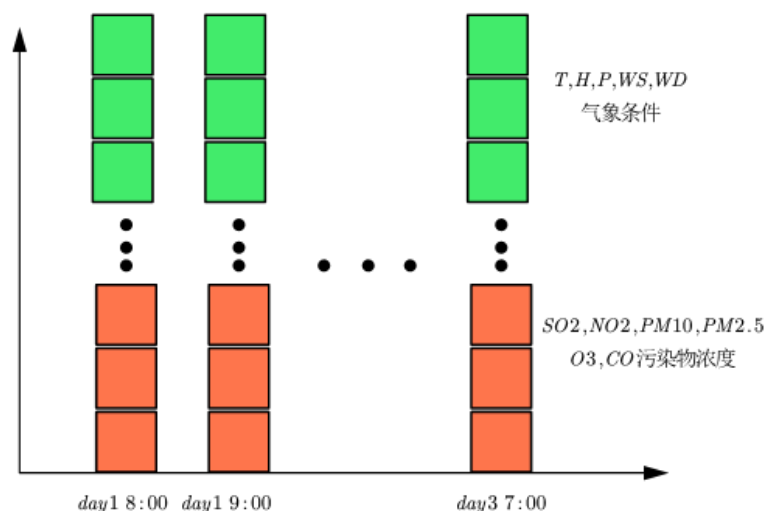


图 3-14 LSTM 模型输入。我们按图中所示的方式把三天（72 小时）的实测数据输入到 LSTM 模型中进行训练。

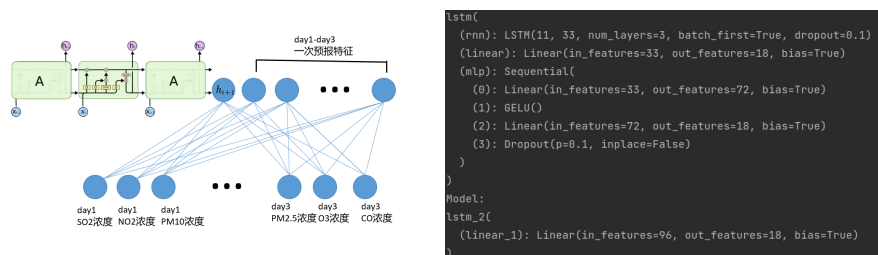


图 3-15 二次预测模型。通过 LSTM 对实测数据进行学习后接入一次模型预测的数据来提升预测准确度。最后直接输出三天的污染物浓度。

按三天取平均。例如：2020 年 7 月 23 号的模型预测 23，24 和 25 号的 11 种数据取平均后做为一次模型 2020-07-23 的预测值。在确保预测数据和实测数据的日期一致后，如图3-14所示，把经过预处理的预测数据接入到已经用实测数据训练好的 LSTM 模型里，最后直接输出 18 个数据，每 6 个为一天的预测污染物浓度。

表 10 污染物浓度及 AQI 预测结果

预报日期	地点	二次模型日值预测							
		SO2(μg/m³)	NO2(μg/m³)	PM10(μg/m³)	PM2.5(μg/m³)	O3 最大八小时滑动平均 (μg/m³)	CO(mg/m³)	AQI	首要污染物
2020/7/13	监测点 A	6	44	41	36	87	0.7	55	NO2
2020/7/14	监测点 A	8	41	53	22	47	0.6	52	NO2&PM10
2020/7/15	监测点 A	10	42	54	49	49	1.1	67	PM2.5
2020/7/13	监测点 B	2	39	93	12	106	0.5	72	PM10
2020/7/14	监测点 B	22	20	41	16	50	0.5	42	无
2020/7/15	监测点 B	13	27	64	20	23	0.5	58	PM10
2020/7/13	监测点 C	9	32	72	18	2	0.8	62	PM10
2020/7/14	监测点 C	9	41	50	30	50	1.0	51	NO2
2020/7/15	监测点 C	5	17	51	16	20	0.8	51	PM10



### 3.3.4 模型评估

我们每次使用 80% 的样本进行训练，用剩余的样本对模型进行评估，主要评估模型对各污染物和 AQI 的预测情况和主要污染物的判断准确率，前者使用 MSE 作为判断依据，后者由于存在包含关系，我们判断每次测试的样本中真实的主要污染物是否在我们预测的主要污染物中，用包含次数频率作为准确率，并与一次预报模型的各项指标进行比较。

## 3.4 问题四：建立区域协同模型提高预测精度

### 3.4.1 问题描述和分析

问题四与问题三大致相同，但区别是问题四要求考虑到区域之间的互相影响，建立一个区域协同模型进行预测。因为相邻区域之间的污染物通常具有相关性，因此通过建立一个多区域的协同模型能够提高预测精度。考虑到区域之间的协同预报作用，我们选择将 4 个监测点的实测与一次预报同时输入到我们问题三中建立的模型进行预测，但这也产生了新的问题，同时将 4 个监测点的数据输入就意味着整个模型的参数规模也变为了原来的 4 倍，模型也变得更加复杂，而这并不是我们希望的，因此我们首先需要进行降维再输入到问题三中的模型。考虑到 4 个监测点的气象条件共同的对其他监测点进行影响，我们认为同一个监测点的数据是符合参数共享条件的，也就是说我们可以使用卷积操作实现降维操作。

在预训练阶段，我们使用了 72 个  $4 \times 1$  卷积核的滤波器使得时间序列从  $72 \times 4 \times 11$  维重新降维到问题三中的  $72 \times 11$  维，而在微调阶段也同样使用  $4 \times 1$  的卷积核进行降维，达到问题三的规模，在问题四中，我们对四个监测点分别训练各自的模型，每次的输入都是一样的，只是每次训练所用的标签分别是每个监测点的实测浓度，因此每次的卷积核是不同的，我们认为卷积起到了调节各个监测点彼此影响程度的作用。

### 3.4.2 数据预处理

我们利用附件 1 和 3 中，监测点 A，A1，A2 和 A3 的一次模型预测数据和实测数据进行协同训练。与问题三一样，同样面临严格的数据预处理要求，而且我们发现相比问题三的 B 和 C 监测点，A1、A2 和 A3 的监测点逐小时实测数据中除了个别的缺失和缺行以外分别还有 3 个比较严重的问题，需要进行特殊处理：

(1) 在 A1 的实测数据中存在 2 个问题，第一个显著的问题是监测点 A1 没有大气压强的数据，为了保证输入的数据维数统一，我们选择增加一列大气压强，并且用 0 填补这一列，这一列仅仅起到了补充维数的作用。第二个问题是我们发现 A1 缺失了从 2019 年 4 月 16 日到 2019 年 10 月 29 日的气象实测数据，为了保证 4 个监测点的数据同时输入时候的对齐问题，我们便同时舍弃了 4 个监测点实测数据中的 '2019-04-16 :00:00:00' 到 '2019-10-29 7:00:00' 的数据，使得 4 个检测的实测数据都从 '2019-10-29 8:00:00' 开始。(2) 在 A2 的实测数据中，通过 profile\_report 我们可以看到很多显而易见的异常值，如污染物浓度突然达到 1000 或是负值。对于异常值的判断，我们依然遵循“跨区”异常数据判断的假设，对 A2 中的异常值进行了处理。虽然我们同样也对其他数据集进行了异常值的判断和处理，当相较来说，A2 的实测数据集集中的异常数据更多且更明显。(3) 在 A3 的实测数据集中，除了个别的缺失和缺行以外，我们发现 A3 缺失了从 '2020-7-11 22:00' 到 '2021-04-23 16:00' 近 9 个月的数据，但为了保证输入的连续性和对齐，我们最终选择了填补这段数据，填补的方法是用 A3 监测点前一年对应日期的数据进行填补。

表 11 各污染物浓度 MSE

模型	SO <sub>2</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	NO <sub>2</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	PM <sub>10</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	PM <sub>2.5</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	O <sub>3</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	CO( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )
一次模型	21.41	2221.62	2105.39	1135.74	2728.31	0.32
二次模型	13.21	584.92	705.37	629.26	1828.01	0.16

表 12 协同模型各监测点污染物浓度和 AQI 的 MSE 与主要污染物判别准确率

监测点	SO <sub>2</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	NO <sub>2</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	PM <sub>10</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	PM <sub>2.5</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	O <sub>3</sub> ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	CO( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	AQI	判别准确率
A	7.60	192.86	663.87	338.66	806.87	0.11	440.91	48%
A1	17.23	758.66	2346.53	576.95	422.72	0.33	698.14	75%
A2	14.20	1494.95	1796.08	574.66	548.28	1.42	1413.53	31%
A3	7.57	88.61	237.68	255.46	647.24	0.03	305.20	11%

### 3.4.3 模型建立与求解

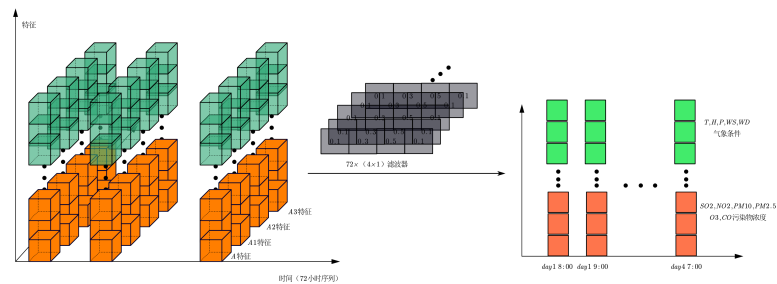


图 3-16 经过  $4 \times 1$  的卷积运算将输入从  $72 \times 4 \times 11$  降维回  $72 \times 11$ 。

我们在问题三的基础上加上了 A1-A3 三个监测点的小时级实测数据与监测点 A 的小时级实测数据一并放到 LSTM 中进行模型的预训练，然后再把四个监测点的一次模型预测数据连接到 LSTM 上，再加上一个  $4 \times 1$  的卷积核进行降维，最后输出 72 个神经元，分别作为 4 个监测点 3 天的六种污染物浓度。相对于 AQI 的相对误差，我们选择 MSE 作为我们的判别依据，我们的模型所给出的 AQI 的 MSE 为 897.87，一次模型给出的 AQI 的 MSE 为 1682.42，对于各污染物浓度的 MSE 如表11所示：

### 3.4.4 模型评估与协同作用讨论

和问题 3 一样，我们每次使用 80% 的样本进行训练，用剩余的样本对模型进行评估，评价指标同问题三，如表12所示，可见整体来看，协同预测模型的效果要比一次预报模型和不带协同的二次模型要好，接下来我们着重关注监测点 A 的各项指标并且我们将问题 3 中的 A 数据集上的评估结果与问题 4 中的进行对比，讨论区域之间的协同作用。

如表13所示，在考虑协同作用后建立的区域协同二次模型很好的发挥了区域间协同作用，在评价的各项指标中都优于问题三中不考虑协同的模型。特别是 O<sub>3</sub> 和 NO<sub>2</sub>，这两个也是主要污染物的来源，所以主要污染物的判别准确率也随之获得了极大的提升，同时这也是一次预报模型所不足的地方。我们认为区域之

表 13 A 监测点各模型污染物浓度和 AQI 的 MSE 与主要污染物判别准确率

模型	SO2( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	NO2( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	PM10( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	PM2.5( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	O3( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	CO( $\text{mg}/\text{m}^3$ )	AQI	判别准确率
一次模型	21.41	2221.62	2105.39	1135.74	2728.31	0.32	1682.42	24%
二次模型	13.21	584.92	705.37	629.26	1828.01	0.16	897.86	26%
二次模型（协同）	7.60	192.86	663.87	338.66	806.87	0.11	440.91	48%

表 14 协同预报模型污染物浓度及 AQI 预测结果

预报日期	地点	二次模型日值预测							
		SO2( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	NO2( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	PM10( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	PM2.5( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	O3 最大八小时滑动平均 ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	CO( $\text{mg}/\text{m}^3$ )	AQI	首要污染物
2020/7/13	监测点 A	7	31	57	25	61	0.8	54	PM10
2020/7/14	监测点 A	6	24	52	28	65	0.7	52	PM10
2020/7/15	监测点 A	8	35	45	25	53	0.8	46	无
2020/7/13	监测点 A1	12	29	95	41	41	1.0	73	PM10
2020/7/14	监测点 A1	11	48	107	23	54	1.1	79	PM10
2020/7/15	监测点 A1	10	66	98	39	27	1.3	83	NO2
2020/7/13	监测点 A2	13	71	95	36	51	1.6	90	NO2
2020/7/14	监测点 A2	13	64	78	38	51	2.6	80	NO2
2020/7/15	监测点 A2	13	67	79	36	52	3.2	82	NO2
2020/7/13	监测点 A3	8	12	6	32	54	0.5	46	无
2020/7/14	监测点 A3	9	16	38	18	33	0.5	38	无
2020/7/15	监测点 A3	7	20	29	21	57	0.6	31	无

间具有很强的关联性，越近的地方造成的影响越大，这种影响是多因素的，例如从邻近区域吹来的风，或者邻近区域的气压等都是造成污染变化的原因，所以考虑区域之间的协同作用能够更好的捕捉这些特征，同时以邻近区域的变化情况也能够指导模型预测本地未来的气象条件和空气污染情况。

## 4. 模型的评价

### 4.1 模型的优点

针对问题一，我们采用的处理方式效率高，代码可重用性强。

针对问题二，采用了线性插值对数据进行预处理，并对各个变量数据进行了标准化，之后分析 Pearson 相关系数，最后采用 Critic 赋值法初步对 AP 变量进行赋值。这一系列过程逻辑严谨工整。对于计算出变量 AP 之后，进行曲线拟合模拟 AP 变量关于各个气象因素变量的变化过程，模型结果的可读性强。

我们的模型可以从实测历史数据中不断学习，大大提高了臭氧（O3）的预测准确度，进而提升了 AQI 及主要污染物的预测精度。除此之外，我们的模型易于训练，可扩展性强，能够泛化到不同的问题上。在问题三中，我们预测的不同监测点的 AQI 的精确度平均提升了接近 2 倍，对臭氧的预测准确度提升了近 10 倍。

从图4-1中可以看出模型在不同的监测点下都能很好的收敛，说明我们的模型的泛化程度很高，能够很好的应对不同监测点的情况。

从表11和表15中可以看出，我们的模型在对各污染物浓度的预测中有一个 2-4 倍的提升，在对各监测点的 AQI 的预测中有极大的提升，并且在主要污染物的预测正确率上也有较大的提高。

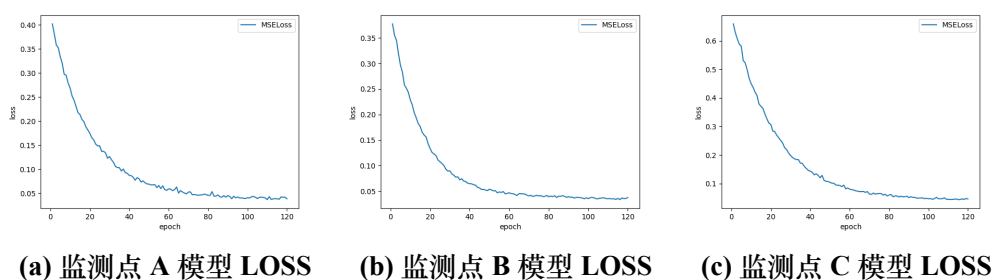


图 4-1 不同监测点的 Model Loss

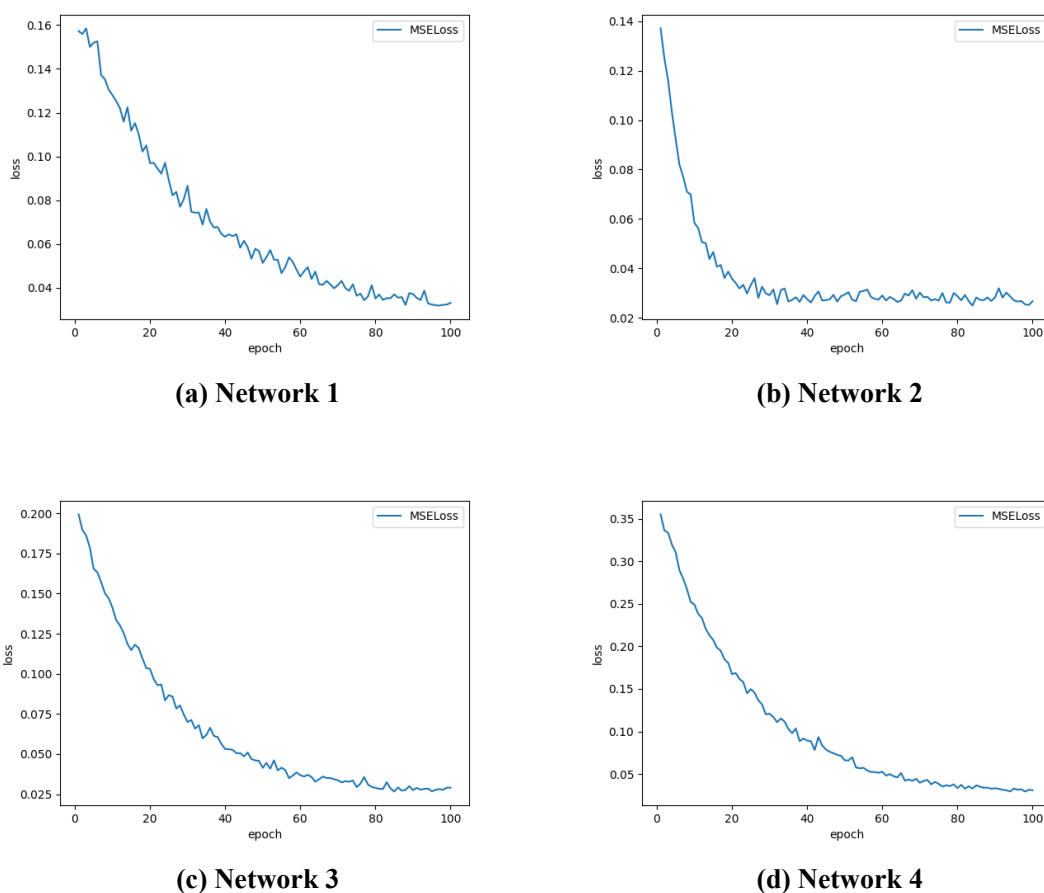


图 4-2 The average and standard deviation of critical parameters: Region R4

## 4.2 模型的缺点与改进

对于问题二的模型，在使用 Critic 赋值法对 AP 变量进行权重赋值之后，人为认定 AP 变量的权重值不符合常理，然后也是人为确定了各污染物成为首要污染物的比例作为额外因素，人为确定修正的权重系数。在该过程中主观性较强，可能导致之后 AP 变量的取值与预期客观取值有误差。

- 对于 PM2.5 和 PM10 的估计误差较大。
- 模型对数据格式要求比较严格，只能读入连续的数据，并且要求不同检测地点的数据要同步。

模型（监测地点）	AQI	主要污染物
一次模型（A）	1682.42	24%
二次模型（A）	897.86	26%
二次模型（B）	612.49	39%
二次模型（C）	217.69	33%

表 15 各监测点 AQI 的 MSE 及主要污染物的预测正确率。

## 5. 参考文献

- [1] 宋鹏程, 张馨文, 黄强, 等. 我国城市环境空气质量预报主要模型及应用 [J]. 四川环境, 2019, 3.
- [2] 伯鑫等. 空气质量模型（SMOKE、WRF、CMAQ 等）操作指南及案例研究 [M]. 北京: 中国环境出版集团, 2019.
- [3] 戴树桂. 环境化学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1997.
- [4] 赵秋月, 李荔, 李慧鹏. 国内外近地面臭氧污染研究进展 [J]. 环境科技, 2018, 31(05): 72-76.
- [5] 陈敏东. 大气臭氧污染形成机制及研究进展 [J/OL] 2018, <https://max.book118.com/html/2018/0201/151478594.shtm>.
- [6] 伍洲, 金辉, 韦贵睿. 多目标决策分析中权重确定的主客观赋权法. 南京大学, 2011
- [7] 司守奎, 孙兆亮. 数学建模算法与应用 (第二版). 北京: 国防工业出版社, 2015
- [8] 洪超. 西安市空气污染特征及重污染天气成因研究. 兰州大学, 2017
- [9] Xingjian Shi, Zhourong Chen, Hao Wang, Dit-Yan Yeung. Convolutional LSTM Network: A Machine Learning Approach for Precipitation Nowcasting. Department of Computer Science and Engineering Hong Kong University of Science and Technology, 2015
- [10] Alex Krizhevsky, I Sutskever, G Hinton. ImageNet Classification with Deep Convolutional Neural Networks. Alex Krizhevsky, I Sutskever, G Hinton, 2012

## 附录 A 附录

### 1.1 附录一：用于处理表格数据，数据填充以及

```
from openpyxl import *
import math
import xlswriter
import os
import time
from datetime import datetime

def read_excel(file_name: str, i: int):
    work_book = load_workbook(file_name)
    sheets = work_book.worksheets
    sheet = sheets[i]
    return sheet

def parse_sheet(sheet):
    IAQI = [0, 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500]
    CO = [0, 2, 4, 14, 24, 36, 48, 60]
    SO2 = [0, 50, 150, 475, 800, 1600, 2100, 2620]
    NO2 = [0, 40, 80, 180, 280, 565, 750, 940]
    O3 = [0, 100, 160, 215, 265, 800]
    PM10 = [0, 50, 150, 250, 350, 420, 500, 600]
    PM25 = [0, 35, 75, 115, 150, 250, 350, 500]
    All = [IAQI, SO2, NO2, PM10, PM25, O3, CO]
    dict = ['SO2', 'NO2', 'PM10', 'PM2.5', 'O3', 'CO']

    rows = sheet.rows
    ans = []
    data_ap = []
    rows = list(rows)
    # print(len(rows))
    # 计算IAQ和第一污染物
    for i in range(1, len(rows)):
        row = rows[i]
        col_val = [col.value for col in row]
        # IAQ列表
        IAQIP = []
        date = col_val[0]
        # 计算每一个IAQ
        # 计算是否当前整行没数据，直接扔掉
        cnt = 0
        for j in range(2, 8):
            if isinstance(col_val[j], str):
                cnt += 1
        if cnt == 6:
            ans.append([str(date), None, None])
            cur_data_ap = [None for i in range(6)]
            data_ap.append(cur_data_ap)
            print(str([str(date), None, None])+" "+str(cur_data_ap))
            continue
```

```

cur_data_ap = []
for j in range(2, 8):
    val = col_val[j]
    if isinstance(val, str):
        # 取得上行数据
        if i == len(rows) - 1:
            k = j - 1
            col_last = [col.value for col in rows[i - 1]]
            val = col_last[j]
            cur_data_ap.append(val)
            po = All[k]
            cur = 0
            while val >= po[cur + 1]:
                cur += 1
            curIAQ = ((IAQI[cur + 1] - IAQI[cur]) / (po[cur + 1] - po[cur]))
                * (val - po[cur]) + IAQI[cur]
            IAQIP.append(math.ceil(curIAQ))
            # 取得上下行数据
        else:
            k = j - 1
            last = i - 1
            nextI = i + 1
            col_last = [col.value for col in rows[last]]
            while isinstance(col_last[j], str):
                last -= 1
            col_last = [col.value for col in rows[last]]
            col_next = [col.value for col in rows[nextI]]
            while isinstance(col_next[j], str):
                nextI += 1
            col_next = [col.value for col in rows[nextI]]
            val = (col_next[j] - col_last[j]) * ((i - last) / (nextI -
                last)) + col_last[j]
            cur_data_ap.append(val)
            po = All[k]
            cur = 0
            while val >= po[cur + 1]:
                cur += 1
            curIAQ = ((IAQI[cur + 1] - IAQI[cur]) / (po[cur + 1] - po[cur]))
                * (val - po[cur]) + IAQI[cur]
            IAQIP.append(math.ceil(curIAQ))
        else:
            k = j - 1
            if k >= len(All):
                break
            po = All[k]
            cur = 0
            cur_data_ap.append(val)
            while val >= po[cur + 1]:
                cur += 1
            curIAQ = ((IAQI[cur + 1] - IAQI[cur]) / (po[cur + 1] - po[cur]))
                * (val - po[cur]) + IAQI[cur]
            IAQIP.append(math.ceil(curIAQ))
        # 找到最大值
    data_ap.append(cur_data_ap)

```



```

maxval = max(IAQIP)
maxPo = []
for j in range(0, len(IAQIP)):
    if IAQIP[j] == maxval:
        maxPo.append(j)
maxPoS = ",".join(str(i) for i in maxPo)
dis = [str(date), maxval, maxPoS]
print(str(dis)+" "+str(cur_data_ap))
ans.append(dis)
return ans, data_ap

def write_excel(file_name, result, data_ap):
    dirpath = os.path.dirname(os.path.abspath(__file__))
    result_path = os.path.join(dirpath, file_name)
    ans_book = None
    if os.path.exists(result_path):
        ans_book = load_workbook(result_path)
    else:
        ans_book = Workbook()
        ans_book.save(result_path)
    work_sheet = ans_book.active
    title = ['日期', 'AQI值', '污染物', 'AQI值之差', 'SO2', 'NO2',
            'PM10', 'PM2.5', 'O3', 'CO']
    work_sheet.append(title)
    for i in range(0, len(result)):
        ans = [item for item in result[i]]
        cur_AQI = result[i][1]
        if i == 0 or cur_AQI is None:
            ans.append(None)
        else:
            last_AQI = result[i - 1][1]
            if last_AQI is None:
                ans.append(None)
            else:
                ans.append(cur_AQI - last_AQI)
        for val in data_ap[i]:
            ans.append(val)
        work_sheet.append(ans)
    ans_book.save(result_path)
    ans_book.close()

if __name__ == '__main__':
    sheet = read_excel('appendix1.xlsx', 1)
    result, data_ap = parse_sheet(sheet)
    write_excel('Problem2.xlsx', result, data_ap)

```