



中国研究生创新实践系列大赛
“华为杯”第十八届中国研究生
数学建模竞赛

学 校 华中科技大学

参赛队号 No.21104870023

队员姓名	1. 张智璐
	2. 钱以骞
	3. 周鑫宜

中国研究生创新实践系列大赛

“华为杯”第十八届中国研究生

数学建模竞赛

题 目 中国研究生数学建模竞赛论文标题

摘 要:

第一段：针对自己选择的题目，说明自己用了什么方法来解决的（这类题属于哪种典型的问题），其中利用了哪些关键的算法，再说出自己的所建模型的创新点。没有创新点，也可以说自己所建的模型相比较于其它的是一个很好的方案。

第二段：问题一中，针对具体问题，进行分析和求解，几句话介绍自己是怎么解决的，有数字结果的也可以直接贴结果。

第三段：问题二中，类比于第二段。

第四段：问题三中，类比于第三段。

第五段：问题四中，类比于第四段。

第六段：如果有问题五，类比于第五段，没有就结束，也可以写一下团队的想法。

随便加点东西

关键字： 针对具体的问题列一到两个关键字 建模算法列出

目录

1. 问题重述	2
1.1 问题背景	2
1.2 问题提出	3
2. 背景阐述、模型合理假设以及符号说明	4
2.1 背景阐述	4
2.2 模型合理假设	5
2.3 符号说明	5
3. 问题的分析	5
3.1 问题一：通过给定污染物数据计算当日的 AQI 指数	5
3.1.1 AQI 指数计算方式与相关背景	5
3.1.2 快速求解 AQI 指数算法及对应结果	6
3.2 问题二根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行分类	6
3.2.1 问题分析与数据预处理	6
3.2.2 模型建立、求解与验证	8
3.2.3 模型结果归纳	15
3.3 问题三依据一次预报数据和实测数据进行气象二次预报	15
3.3.1 问题描述和分析	15
3.3.2 模型建立与求解	15
3.4 问题四 xxx	15
3.4.1 问题描述和分析	15
3.4.2 模型建立与求解	15
4. 模型的评价	16
4.1 模型的优点	16
4.2 模型的缺点	16
5. 写作参考格式	16
6. 参考文献	16
附录 A 程序代码	17

1. 问题重述

1.1 问题背景

环境空气污染能够对人类、动植物及产生较大的影响和危害。建立空气质量预报模型，提前预报大气污染状况能够支撑政府制定防治策略，提醒公众提前防范，减少自身暴露，减轻污染。

WRF-CMAQ 模拟体系（以下简称 WRF-CMAQ 模型）是在“一个大气”理论的指导下，以 WRF 中尺度数值天气预报系统为依托，充分考虑了大气污染过程中水平传输、垂直传输、扩散过程、源排放、化学反应和去除过程等对污染物浓度的影响，将复杂空气污染状况进行综合处理^[1]。WRF 和 CMAQ 的结构如图1-1和图1-2所示。

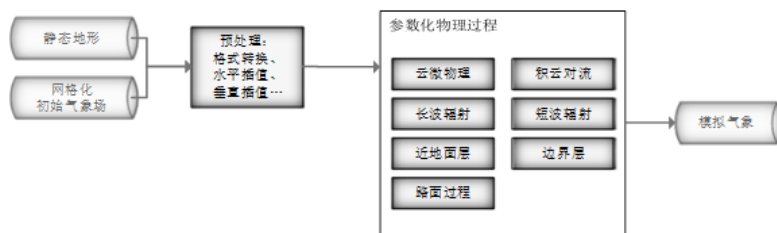


图 1-1 中尺度数值天气预报系统 WRF 结构^[2]

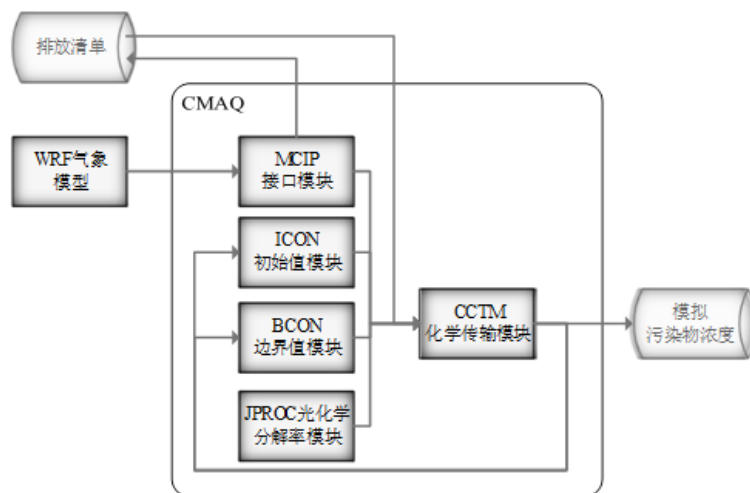


图 1-2 空气质量预测与评估系统 CMAQ 结构^[3]

CMAQ 是一种三维欧拉大气化学与传输模拟系统，经由对污染物变化过程的模拟得到具体时间点或时间段的预报结果，但由于模拟的气象场和排放清单的不确定性，同时还存在包括臭氧在内生成机理不完全明晰的污染物的存在，WRF-CMAQ 预报模型的结果并不理想。为提高预报准确性，一种可行办法是在 WRF-CMAQ 等一次模型模拟结果的基础上，结合更多的数据源进行二次建模。二次模型与 WRF-CMAQ 模型关系如图1-3所示。其中，由于气象条件对空气质量影响很大（例如湿度降低有利于臭氧的生成），且污染物浓度实测数据的变化情况对空气质量预报具有一定参考价值，因此实测数据源参考空气质量监测点获得的气象数据。



图 1-3 空气质量预测与评估系统 CMAQ 结构

1.2 问题提出

问题 1 使用附件 1 数据，计算监测点 A 从 2020 年 8 月 25 日到 8 月 28 日每天实测的 AQI 和首要污染物。并将结果按照表1格式放于正文中

表 1 AQI 计算结果表

检测日期	地点	AQI 计算	
		AQI	首要污染物
2020/8/25	监测点 A		
2020/8/26	监测点 A		
2020/8/27	监测点 A		
2020/8/28	监测点 A		

问题 2 使用附件 1 中的数据，根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行合理分类，并阐述各类气象条件的特征。

问题 3 使用附件 1 和 2 的数据，建立适用 3 个监测点（忽略彼此影响）的二次预报数学模型，预测未来 3 天 6 种污染物浓度，要求预测结果 AQI 最大相对误差尽量小，首要污染物预测准确度尽量高。并用该模型预测 ABC 的 2021 年 7 月 13 到 7 月 15 的污染物浓度，计算 AQI 和首要污染物。将结果按照表2的格式放于正文中

表 2 AQI 计算结果表

预报日期	地点	二次模型日值预测							
		SO2(μg/m³)	NO2(μg/m³)	PM10(μg/m³)	PM2.5(μg/m³)	O3 最大八小时滑动平均 (μg/m³)	CO(mg/m³)	AQI	首要污染物
2020/7/13	监测点 A								
2020/7/14	监测点 A								
2020/7/15	监测点 A								

问题 4 使用附件 1 和 3 数据建立区域协同预报模型，包含 A,A1,A2,A3 四个监测点。要求预测结果 AQI 最大相对误差尽量小，首要污染物预测准确度尽量高。使用该协同预报模型预测监测点 A、A1、A2、A3 在 2021 年 7 月 13 日至 7 月 15 日的污染物浓度，计算 AQI 和首要污染物。将结果按照表2的格式放于正文中。并讨论协同预报模型是否能提升准确度。

2. 背景阐述、模型合理假设以及符号说明

2.1 背景阐述

在该问题中，涉及到很多与不同领域有关的背景知识，在本节中对部分背景信息进行简单的阐述。以下分别介绍每种气象条件因素的定义：

- 温度是表示物体冷热程度的物理量，微观上来讲是物体分子热运动的剧烈程度。温度只能通过物体随温度变化的某些特性来间接测量，而用来量度物体温度数值的标尺叫温标。在本文中，使用的温标为摄氏温标 (°C)。本文中，将该变量简称为 T。
- 比湿是空气中的水汽质量在混合空气中的质量占比，即

$$H \equiv \frac{m_v}{m_v + m_a}$$

式中, H 为比湿, 无量纲; m_v 为空气中的水汽质量, 单位: kg; m_a 为干空气质量, 单位: kg。在本文中将该变量简称为 H 。

- 气压是作用在单位面积上的大气压力, 即在数值上等于单位面积上向上延伸到大气上界的垂直空气柱所受到的重力。在本文中, 使用单位为 MPa, $1\text{MPa} = 1000000\text{pa}$ 。将该变量简称为 P 。
- 风速是指空气相对于地球某一固定地点的运动速率, 本文中使用的单位是 m/s, $1\text{m/s} = 3.6\text{km/h}$ 。本文将该变量简称为 WS 。
- 风向是指风的来向, 本题用角度表示。定义自正北方向至监测点的风向为 0° 风向, 以顺时针旋转角 (单位: $^\circ$) 为正值记录风向。例如, 风自正东方向至监测点时, 记录此时段风向为 90° 。本文将该变量简称为 WD 。

2.2 模型合理假设

- 假设本题涉及到的所有大气科学相关变量 (气象条件或是污染物浓度等) 在自然界都是连续变量
- 在一段连续时间内, 由工业、生活等人类日常行为产生的污染物排放浓度大致不变
-

2.3 符号说明

3. 问题的分析

3.1 问题一：通过给定污染物数据计算当日的 AQI 指数

3.1.1 AQI 指数计算方式与相关背景

AQI 即为空气质量指数, 该数据可用于判别空气质量等级。AQI 的计算方式如下: 首先需得到各项污染物的空气质量分指数 (IAQI), 其计算公式如公式 (1) 所示:

$$IAQI_P = \frac{IAQI_{Hi} - IAQI_{Lo}}{BP_{Hi} - BP_{Lo}} * (C_P - BP_{Lo}) + IAQI_{Lo} \quad (1)$$

式中各符号的含义如下:

- $IAQI_P$ 表示污染物 P 的空气质量分指数, 结果进位取整数
- C_P 表示污染物 P 的质量浓度值
- BP_{Hi}, BP_{Lo} 表示与 C_P 相近的污染物浓度限值的高位值与低位值
- $IAQI_{Hi}, IAQI_{Lo}$ 表示与 BP_{Hi}, BP_{Lo} 对应的空气质量分指数

各项污染物项目浓度限值及对应的空气质量分指数级别见表3:
空气质量指数 (AQI) 取各分指数中的最大值, 即有

$$AQI = \max IAQI_1, IAQI_2, \dots, IAQI_n$$

式中, $IAQI_1, IAQI_2, IAQI_3, \dots, IAQI_n$ 为各污染物项目的分指数。在本题中, 对于 AQI 的计算仅涉及表 1 提供的六种污染物, 因此计算公式如公式 (2) 所示:

$$AQI = \max IAQI_{SO_2}, IAQI_{NO_2}, IAQI_{PM_{10}}, IAQI_{PM_{2.5}}, IAQI_{O_3}, IAQI_{CO} \quad (2)$$

空气质量等级范围根据 AQI 数值划分, 等级对应的 AQI 范围见表4。

当 AQI 小于或等于 50 (即空气质量评价为“优”) 时, 称当天无首要污染物; 当 AQI 大于 50 时, IAQI 最大的污染物为首要污染物。若 IAQI 最大的污染物为两项或两项以上时, 并列为首要污染物 IAQI 大于 100 的污染物为超标污染物。

表 3 空气质量分指数（IAQI）及对应的污染物项目浓度限值

序号	指数或污染物项目	空气质量分指数及对应污染物浓度限值								单位
0	空气质量分指数（IAQI）	0	50	100	150	200	300	400	500	-
1	一氧化碳（CO）24 小时平均	0	2	4	14	24	36	48	60	mg/m ³
2	二氧化硫（SO ₂ ）24 小时平均	0	50	150	475	800	1600	2100	2620	μg/m ³
3	二氧化氮（NO ₂ ）24 小时平均	0	40	80	180	280	565	750	940	
4	臭氧（O ₃ ）最大 8 小时滑动平均	0	100	160	215	265	800	-	-	
5	粒径小于等于 10μm 颗粒物（PM ₁₀ ）24 小时平均	0	50	150	250	350	420	500	600	
6	粒径小于等于 2.5μm 颗粒物（PM _{2.5} ）24 小时平均	0	35	75	115	150	250	350	500	

¹ 臭氧（O₃）最大 8 小时滑动平均浓度值高于 800 μg/m³ 的，不再进行其空气质量分指数计算。

² 其余污染物浓度高于 IAQI=500 对应限值时，不再进行其空气质量分指数计算

表 4 空气质量等级及对应空气质量指数（AQI）范围

空气质量等级	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染
空气质量指数（AQI）范围	[0,50]	[51,100]	[101,150]	[151,200]	[201,300]	[301,+∞)

则求解问题一需要根据附件 1 中提供的“监测点 A 逐日污染物浓度数据”表，通过上述方法计算监测点 A 从 2020 年 8 月 25 日到 8 月 28 日每天实测的 AQI 和首要污染物。

3.1.2 快速求解 AQI 指数算法及对应结果

求解 AQI 指数的过程非常简单，但是我们为了后期处理的方便性以及增强代码的可重用性，我们采用直接完全处理附件 1 中的“监测点 A 逐日污染物浓度数据”表的方式。在得到整个表的结果后，找出题目中的日期范围对应的结果。处理整个表格的流程图如图3-1所示：

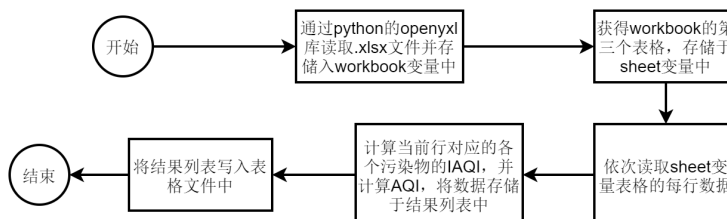


图 3-1 完全处理“监测点 A 逐日污染物浓度数据”表流程图

计算得到的结果如表5所示

3.2 问题二根据对污染物浓度的影响程度，对气象条件进行分类

3.2.1 问题分析与数据预处理

根据附件 1 中“监测点 A 逐小时污染物浓度与气象实测数据”表的数据，我们可以得到可能对污染物浓度产生影响的气象条件因素有 5 种：温度，比湿，气压，风速与风向。其具体定义已于章节 2 中阐述，此处不再赘述。

表 5 问题一 AQI 计算结果表

检测日期	地点	AQI 计算	
		AQI	首要污染物
2020/8/25	监测点 A	60	O ₃
2020/8/26	监测点 A	46	无
2020/8/27	监测点 A	109	O ₃
2020/8/28	监测点 A	138	O ₃

在污染物排放情况不变的条件下，某一地区的气象条件有利于污染物扩散或沉降时，该地区的 AQI 会下降，反之会上升。由此分析出，在不同气象条件下的 AQI 指数可以很好地反应气象条件对污染物浓度的影响。与此同时，也要分别分析 6 种污染物 (CO,NO₂,SO₂,O₃,PM₁₀,PM_{2.5}) 在不同气象条件下的浓度变化情况。因此，如何自定义一个变量用于标志各种不同的污染物对环境恶劣程度的影响。分析思路如下：首先计算 AQI 变量与各个污染物变量的相关性, 然后通过主客观集成赋权法得到 6 种污染物浓度分别对我们最终定义的环境恶劣程度变量 (称为 AP) 的影响权重。再通过各个污染物成为首要污染物的比例，对影响权重进行修正。最后通过相关性分析与插值法建模得到气象因素对 AP 的影响，我们可以将气象条件因素分为三类：有较为显著的单向影响因素，有较为显著的双向影响因素，无显著影响因素。对三种类别的解释如下：

- 有较为显著的单向影响因素类别的主要表现为：随着该因素变量值的上升，对 AP 的影响是单方面的（无论是正相关抑或是负相关），例如随着该因素变量的上升，AP 指数不断下降。
- 有较为显著的双向影响因素类别的主要表现为：随着该因素变量值的上升，对 AP 的影响是双方面的，例如在某个区间内，该因素的上升 AP 指数的下降，但在另一个区间内，该因素的上升导致 AP 指数的上升。
- 无显著影响因素类别的主要表现为：随着该因素变量的改变，对 AP 指数没有显著的影响。

在正式建立模型之前，对表格数据进行如下预处理：

(1) 填补缺失数据：由于受监测数据权限及相应监测设备功能等的限制，部分气象指标的实测数据无法获得，因此在表格中存在着部分数据缺失的情况。

本文采用线性插值的方式，用于填补表格中的缺失数据。线性插值是指插值函数为一次多项式的插值方式，其在插值节点上的插值误差为零。线性插值相比其他插值方式，如抛物线插值，具有简单、方便的特点。线性插值的几何意义即为图3-2中利用过 A 点和 B 点的直线来近似表示原函数。线性插值可以用于近似代替原函数，也可以用于计算得到查表过程中表中缺失的数值。

如图3-2所示，设函数 $y = f(x)$ 在 x_0, x_1 点的取值分别为 y_0, y_1 ，求多项式

$$y = \varphi_1(x) = a_0 + a_1x$$

使满足

$$\varphi_1(x_0) = y_0, \varphi_1(x_1) = y_1$$

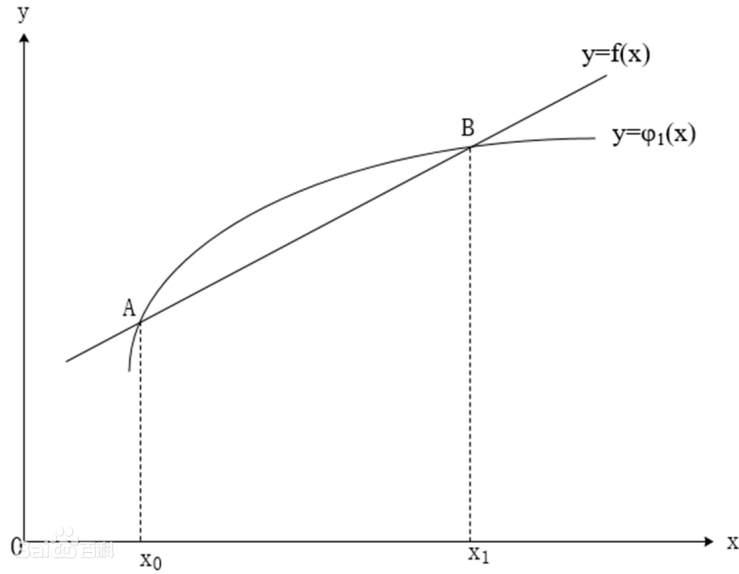


图 3-2 线性插值示意图

由解析几何易得：

$$y = \varphi_1(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

使用线性插值法可以填补表中的缺失值，并在之后的处理过程中将插入值作为缺失值的替代

(2) 通过污染物浓度计算 AQI 指数：AQI 指数的计算方法在问题一中已经进行阐述，此处不再赘述。对每个小时的污染物浓度数据，都可以计算出其相应的 AQI 指数。

(3) 数据的标准化：由于数据的量纲不同，我们需要变量数据进行标准化。标准化原始变量数据采用如公式 (3) 方式：

$$ZX_i = \frac{X_i - \mu}{\delta}, \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \delta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2} \quad (3)$$

将标准化之后 AQI,SO₃,NO₂,O₃,PM₁₀,PM_{2.5},CO 变量对应的新变量分别命名为 ZAQL,ZSO₃,ZNO₂,ZO₃,ZPM₁₀,ZPM_{2.5},ZCO。将标准化之后的 T,H,P,WS,WD 等变量分别命名为 ZT,ZH,ZP,ZWS,ZWD

3.2.2 模型建立、求解与验证

(1) Person 相关系数分析

在本题中，研究变量之间的相关性采用 Pearson 相关系数进行分析。Pearson 相关系数是用来衡量两个数据集合是否在一条线上面，它用来衡量定距变量间的线性关系的一种评价指标。当两个变量都是正态连续变量，而且两者之间呈线性关系时，表现这两个变量之间相关程度用积差相关系数，主要有 Pearson 简单相关系数。其计算方式如公式 (4) 所示：

$$r = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} \quad (4)$$

Pearson 相关系数衡量的是线性相关关系。若 $r=0$ ，只能说 x 与 y 之间无线性相关关系，不能说无相关关系。相关系数的绝对值越大，相关性越强：相关系数越接近于 1 或 -1，相关度越强，相关系数越接近于 0，相关度越弱。此处使用 Python 和 SPSS 统计软件，分析 ZAQI,ZNO2,ZSO3,ZO3,ZCO,ZPM10,ZPM2.5 之间的 Person 相关性的步骤如下：① 使用 Python 对 Excel 数据进行处理，通过线性插值填补缺失值，并计算出每一行对应的 AQI 指数

② 使用 SPSS 软件导入 Excel 数据

③ 通过 SPSS 软件，点击分析 → 描述统计 → 描述，选择 AQI 等 12 个变量，并将标准化之后的变量另存为变量 ZAQI 等变量。

④ 通过 SPSS 软件，点击相关 → 双变量，选择 ZAQI、ZCO 等 6 个变量，得到其 Pearson 相关系数矩阵

其相关系数矩阵如图3-3所示：

		相关性						
		ZAQI	ZSO2	ZNO2	ZPM10	ZPM2.5	ZO3	ZCO
ZAQI	皮尔逊相关性	1	.447**	.574**	.757**	.747**	.500**	.502**
	显著性（双尾）		.000	.000	.000	.000	.000	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZSO2	皮尔逊相关性	.447**	1	.409**	.561**	.542**	.182**	.350**
	显著性（双尾）	.000		.000	.000	.000	<.001	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZNO2	皮尔逊相关性	.574**	.409**	1	.668**	.669**	-.298**	.681**
	显著性（双尾）	.000	.000		.000	.000	.000	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZPM10	皮尔逊相关性	.757**	.561**	.668**	1	.883**	.237**	.609**
	显著性（双尾）	.000	.000	.000		.000	<.001	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZPM2.5	皮尔逊相关性	.747**	.542**	.669**	.883**	1	.203**	.661**
	显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000		<.001	.000
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZO3	皮尔逊相关性	.500**	.182**	-.298**	.237**	.203**	1	-.123**
	显著性（双尾）	.000	<.001	.000	<.001	<.001		<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZCO	皮尔逊相关性	.502**	.350**	.681**	.609**	.661**	-.123**	1
	显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000	.000	<.001	
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388	19388

** 在 0.01 级别（双尾），相关性显著。

图 3-3 ZAQI 变量 Person 相关矩阵示意图

（2）通过 Critic 赋权法以及首要污染物占比调整确定 AP 表达式

确定某种变量的权重主要有两大类：一类是主观权重赋值法，例如 AHP、专家评分法等；还有一类就是客观权重赋权法，比较典型的就 Critic 赋值法。Critic 赋值法以两个基本概念为基础：一是对比强度，借鉴标准离差法的思想，认为若同一指标的所有评价指数差别越大，即标准差越大，则所蕴含的信息量越大；二是评价指标之间的冲突性，指标之间的冲突性是以指标之间的相关系数为基础，如两个指标之间具有较强的正相关，说明两个指标冲突性较低。第 j 个指标与其它指标的冲突性的量化指标 $\sum_{i=1}^n (1 - r_{ij})$ ，其中 r_{ij} 评价指标 i 和 j 之间的相关系数。各个指标的客观权重确定就是以对比强度和冲突性来综合衡量的。设 C_j 表示第 j 个评价指标所包含的信息量。 C_j 的计算式如下：

$$C_j = \delta_j \sum_{i=1}^n 1 - r_{ij}$$

其中 n 为同一指标的评价数量。一般地， C_j 越大，第 j 个评价指标所包含的信息量越大，则该指标的相对重要性也就越大。

设 W_j 为第 j 个指标的客观权重。 W_j 的计算公式： $W_j = \frac{C_j}{\sum_{i=1}^m C_i}$ (m 为所有指标的数量) 通过 Critic 赋权法可以计算出对于自定义因变量 AP 关于 ZNO2 等变量的权重，最后通过加权求和的方式得到最终的计算公式：

$$AP = \sum_{i=1}^n W_i Z X_i \quad (5)$$

该过程的数学解释为：通过计算 AQI 与 6 中污染物的相关性，反映了不同的污染物，其浓度变化对 AQI 变化的影响，对 AQI 变化影响较大的污染物，赋予更高的权重。通过 Python 程序，计算出的权重表如表6所示：（精确至小数点后三位）

表 6 AP 权重计算结果表

变量名	权重	变量名	权重	变量名	权重
ZSO2	0.127	ZNO2	0.163	ZPM10	0.215
ZPM2.5	0.212	ZO3	0.142	ZCO	0.142

但是主观上认为直接使用该权重有一定的误差，因为在对监测点 A 逐小时污染数据处理计算 AQI 值和首要污染物之后，发现污染物 CO 和 SO2 成为首要污染物的比例非常低，甚至没有任何一个小时其 SO2 污染物为首要污染物。因此希望引入各个污染物成为首要污染物的比例，来修正各个变量的权重值。分析认为：在最终的权重表中，相关系数仍然应当占据更大的权重比例，但与此同时，各个污染物成为首要污染物的比例也是不可忽视的，分析后人为确定两者的权重分别为 0.6 与 0.4。得到如下计算方式：

$$\text{new}W_i = 0.6 * W_i + 0.4 * P_i, P_i = \frac{T_i}{\sum T_i}$$

其中 T_i 表示第 i 中污染物成为首要污染物的次数
进行修正之后得到的权重表如表7所示：

表 7 AP 权重计算结果表

变量名	权重	变量名	权重	变量名	权重
ZSO2	0.076	ZNO2	0.260	ZPM10	0.226
ZPM2.5	0.165	ZO3	0.182	ZCO	0.091

则有 AP 计算公式如下所示

$$AP = 0.076 * ZSO_2 + 0.260 * ZNO_2 + 0.226 * ZPM_{10} + 0.165 * ZPM_{2.5} + 0.182 * ZO_3 + 0.091 * ZCO$$

(3) 分析 AP 与气象条件因素的相关性并统计 AP 在某种气象条件下的平均值变化率通过 SPSS 软件直接定义新变量 AP，通过定义计算表达式计算出 AP 的

		相关性					
		AP	ZT	ZH	ZP	ZWS	ZWD
AP	皮尔逊相关性	1	-.239**	-.407**	.373**	-.310**	-.050**
	显著性（双尾）		<.001	.000	.000	.000	<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZT	皮尔逊相关性	-.239**	1	.119**	-.823**	.087**	.117**
	显著性（双尾）	<.001		<.001	.000	<.001	<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZH	皮尔逊相关性	-.407**	.119**	1	-.397**	-.268**	.022**
	显著性（双尾）	.000	<.001		.000	.000	.003
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZP	皮尔逊相关性	.373**	-.823**	-.397**	1	-.032**	-.165**
	显著性（双尾）	.000	.000	.000		<.001	<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZWS	皮尔逊相关性	-.310**	.087**	-.268**	-.032**	1	-.033**
	显著性（双尾）	.000	<.001	.000	<.001		<.001
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388
ZWD	皮尔逊相关性	-.050**	.117**	.022**	-.165**	-.033**	1
	显著性（双尾）	<.001	<.001	.003	<.001	<.001	
	个案数	19388	19388	19388	19388	19388	19388

** 在 0.01 级别（双尾），相关性显著。

图 3-4 变量 AP 的 Person 相关系数矩阵

取值。然后对变量 AP,GT,GH,GP,GWS,GWD 等变量进行相关性分析，得到相关性矩阵如图3-4所示：

从图3-4中各个变量对应的 Pearson 相关系数，我们可以看出：变量 ZWD（即标准化之后的风速变量）对 AP 变量的影响比较小，其余因素对变量 AP 的取值都有较大影响，可视化统计 AP 变量与各个气象因素条件如下：

① 可视化统计 AP 变量与风速变量 WS 之间的关系：

将“监测点 A 逐小时污染物浓度与气象实测数据”表中每小时风速变量 WS 与对应计算出的 AP 变量值进行一一对应，并求出每一个特定的 WS 取值下对应 AP 变量取值的均值。并将结果绘制为折线图，其结果如图3-5所示：

虽然图中折线的震荡性非常强，但是仍然可以大致看出随着风速变量 WS 的上升，对应的 AP 变量呈现下降的趋势。为了研究 AP 变量随变量 WS 的变化趋势，使用曲线拟合的方式对变量的变化趋势进行拟合。

曲线拟合的定义如下：用连续曲线近似地刻画或比拟平面上离散点组所表示的坐标之间的函数关系的一种数据处理方法。用解析表达式逼近离散数据的一种方法。在科学实验或社会活动中，通过实验或观测得到量 x 与 y 的一组数据对 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, m)$ ，其中各 x_i 是彼此不同的。人们希望用一类与数据的背景材料规律相适应的解析表达式， $y = f(x, c)$ 来反映量 x 与 y 之间的依赖关系，即在一定意义下“最佳”地逼近或拟合已知数据。 $f(x, c)$ 常称作拟合模型，式中 $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ 是一些待定参数。当 c 在 f 中线性出现时，称为线性模型，否则称为非线性模型。有许多衡量拟合优度的标准，最常用的一种做法是选择参数 c 使得拟合模型与实际观测值在各点的残差（或离差） $e_k = y_k - f(x_k, c)$ 的加权平方和达到最小，此时所求曲线称作在加权最小二乘意义下对数据的拟合曲线。有许多求解拟合曲线的成功方法，对于线性模型一般通过建立和求解方程组来确定参数，从而求得拟合曲线。至于非线性模型，则要借助求解非线性方程组或用最优化方法求得所需参数才能得到拟合曲线，有时称之为非线性最小二乘拟合。

在 Python 中，numpy 库可以用于曲线拟合。调用 numpy 库对自变量 WS 和因变量 WT 进行曲线拟合，所得结果如图3-6所示：

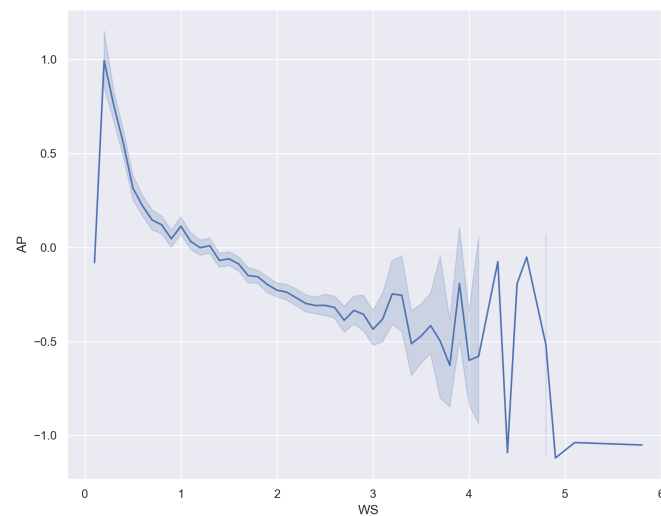


图 3-5 变量 AP 与风速变量 WS 的折线图

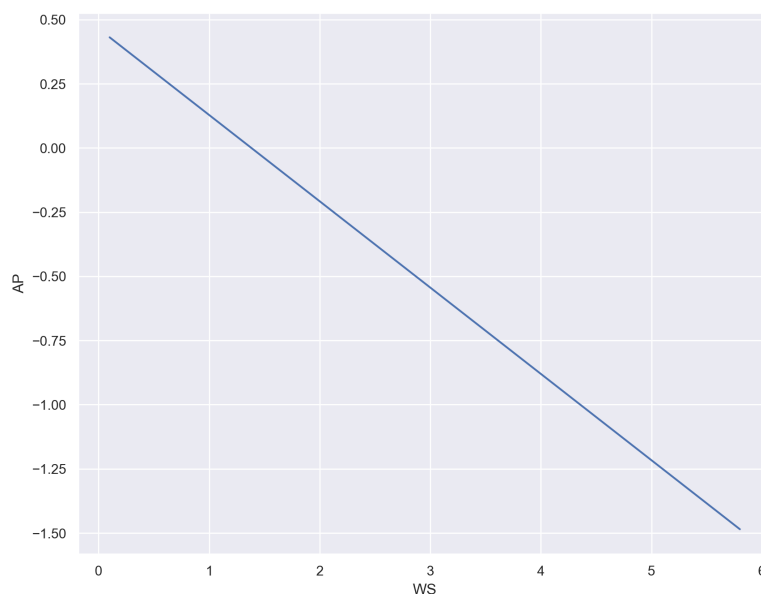


图 3-6 变量 AP 与风速变量 WS 的拟合曲线

从图3-6中可以看出，根据拟合的图像，随着变量 WS 的上升，因变量 AP 不断下降且 AP 的变化范围较显著，因此将变量 WS(即风速变量)列入“有较为显著的单向影响因素”类别。

同理，为了行文的简略。对之后的变量，直接使用拟合图描述因变量 AP 随自变量的变化过程

② 可视化统计 AP 变量与温度变量 T 之间的关系：

对 AP 与 T 的关系进行拟合，如图3-7所示：

如图3-7所示，在 T 处于 5℃-17℃ 时，随着 T 的上升，AP 不断上升；当 T 处于 17℃-32℃ 时，随着 T 上升 AP 不断下降；当 T 处于 32℃ 以上时，随着 T 的上升，AP 再一次上升。AP 的变化范围较显著，因此将温度变量 T 列为“有显

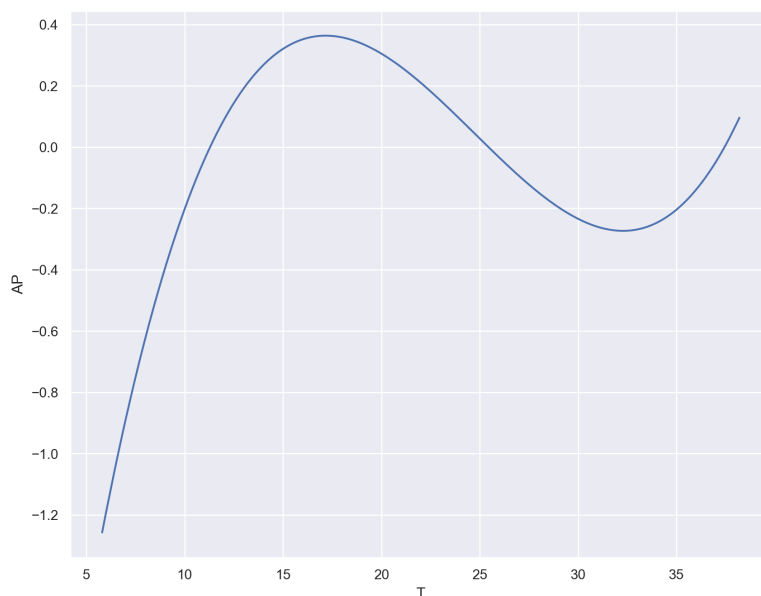


图 3-7 变量 AP 与温度变量 T 的拟合曲线

著的双向影响因素”类别。

③ 可视化统计 AP 变量与湿度变量 H 之间的关系：

对 AP 与 H 的关系进行拟合，如图3-8所示：

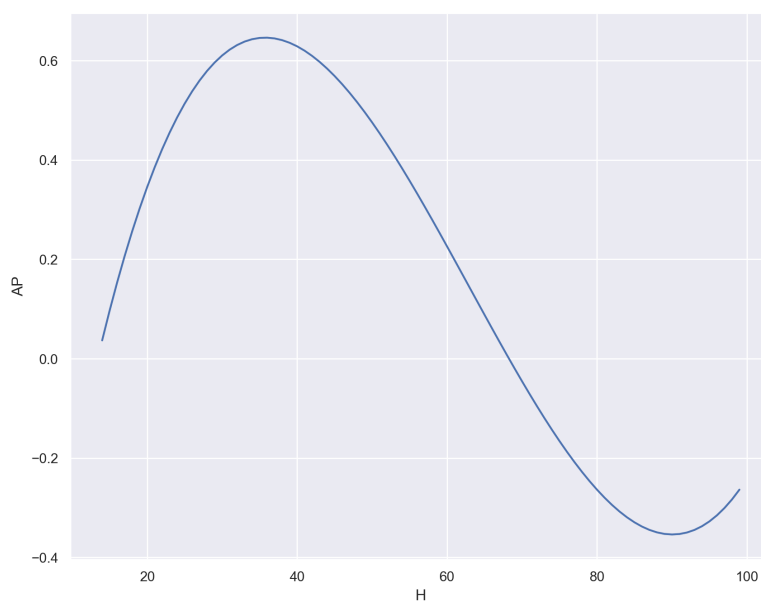


图 3-8 变量 AP 与湿度变量 H 的拟合曲线

如图3-8所示，在 H 处于 10%-35% 区间内，随着 H 的上升，变量 AP 不断上升；在 H 处于 35%-88% 区间，随着 H 的上升，变量 AP 不断下降；对于 H 处于 88% 以上的数据，虽然在图中有一点略微的凸起，但是可以认为是模型的误差。以及 AP 的变化范围较为显著。因此将湿度变量 H 列入“有较为显著的双向影响因素”类别

③ 可视化统计 AP 变量与气压变量 P 之间的关系：

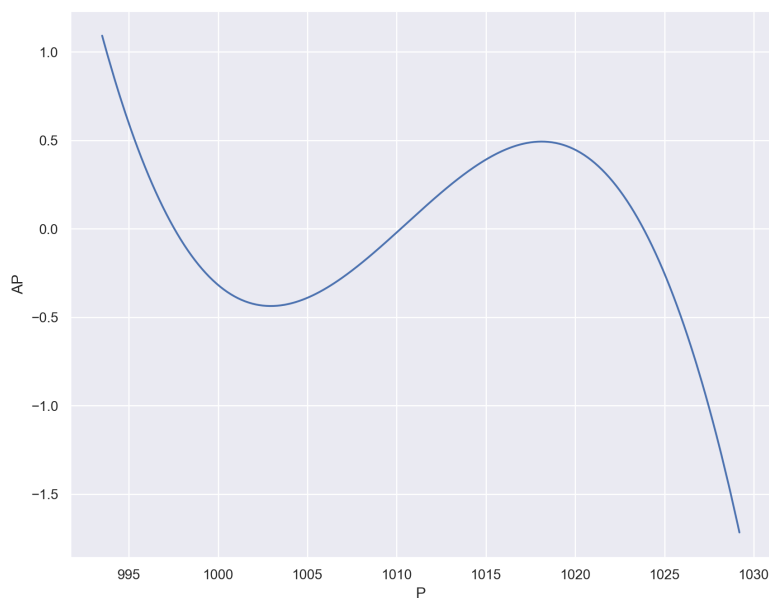


图 3-9 变量 AP 与气压变量 P 的拟合曲线

对 AP 与 P 的关系进行拟合，如图3-9所示：

如图3-9所示，在 P 处于 995MPa 到 1003MPa 之间时，随着 P 的上升，变量 AP 不断下降；在 P 处于 1003MPa 到 1018MPa 之间时，随着 P 的上升，变量 AP 不断上升；在 P 大于 1018MPa 时，随着 P 的上升，变量 AP 不断下降。且变量 AP 的变化范围较为显著。因此将气压变量 P 列入“有较为显著的双向影响因素”类别

④ 可视化统计 AP 变量与风向变量 WD 之间的关系：

对 AP 与 WD 的关系进行拟合，如图3-10所示：

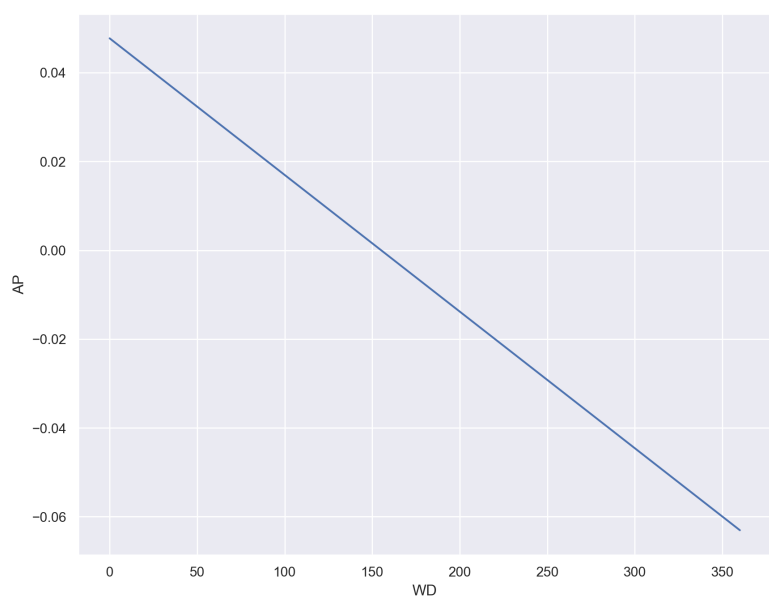


图 3-10 变量 AP 与风向变量 WD 的拟合曲线

如图3-10所示，随着 WD 的增加，变量 AP 的变化范围并不显著，仅在 0.04 到-0.06 这个区间变化。因此将风向变量 WD 列入“无显著影响因素”类别。

最终，我们将 5 种气象条件分为以下三类：有较为显著的单向影响类别，有较为显著的双向影响类别，无显著影响类别。通过自定义变量 **AP** 用于标志所有的污染物对环境影响的恶劣程度。此处，对各个类别的解释如下：

(2) 有较为显著的双向影响类别：存在被定义域包含的部分区间 P 内，随着变量值的上升，变量 AP 的取值不断上升；存在被定义域包含的部分区间 Q ，随着变量值的上升，变量 AP 的取值不断下降。也即在部分区间内为正相关，部分区间内为负相关。

5 种气象类型的分类结果如表所示:

类型名	变量
有显著的单向影响因素	风速变量 WS
有显著的双向影响因素	温度变量 T, 比湿变量 H, 气压变量 P
无显著影响因素	风向变量 WD

3.3.1 问题描述和分析

3.3.2 模型建立与求解

3.4 问题四 xxx

[illegible]

模型建立与求解模型建立与求解模型建立与求解模型建立与求解模型建立
与求解模型建立与求解模型建立与求解模型建立与求解模型建立与求解模型建
立与求解模型建立与求解。

4. 模型的评价

4.1 模型的优点

模型的优点模型的优点模型的优点模型的优点模型的优点模型的优点模型的
模型的优点模型的优点模型的优点模型的优点模型的优点模型的优点模型的
模型的优点。

4.2 模型的缺点

模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点模型的缺点。

5. 写作参考格式

写作过程中可能要用到一些格式参考，正式写作的时候，可以直接将这一章删掉即可。

无序列表格式

- 无序列表 1
- 无序列表 2
- 无序列表 3
- 无序列表 4

表格格式

符号	意义
D	宽度 (cm)
L	长度 (cm)

6. 参考文献

- [1] 宋鹏程, 张馨文, 黄强, 等. 我国城市环境空气质量预报主要模型及应用 [J]. 四川环境, 2019, 3.
- [2] 伯鑫等. 空气质量模型 (SMOKE、WRF、CMAQ 等) 操作指南及案例研究 [M]. 北京: 中国环境出版集团, 2019.
- [3] 戴树桂. 环境化学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1997.
- [4] 赵秋月, 李荔, 李慧鹏. 国内外近地面臭氧污染研究进展 [J]. 环境科技, 2018, 31(05): 72-76.
- [5] 陈敏东. 大气臭氧污染形成机制及研究进展 [J/OL] 2018, <https://max.book118.com/html/2018/0201/151478594.shtm>.

附录 A 程序代码

```
kk=2; [mdd, ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
    [tmpd, j]=min(W(i, V)); tmpj=V(j);
    for k=2:ndd
        [tmp1, jj]=min(dd(1, k)+W(dd(2, k), V));
        tmp2=V(jj); tt(k-1, :)= [tmp1, tmp2, jj];
    end
    tmp=[tmpd, tmpj, j; tt]; [tmp3, tmp4]=min(tmp(:, 1));
    if tmp3==tmpd, ss(1:2, kk)=[i; tmp(tmp4, 2)];
    else, tmp5=find(ss(:, tmp4)~=0); tmp6=length(tmp5);
    if dd(2, tmp4)==ss(tmp6, tmp4)
        ss(1:tmp6+1, kk)=[ss(tmp5, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    else, ss(1:3, kk)=[i; dd(2, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    end; end
    dd=[dd, [tmp3; tmp(tmp4, 2)]]; V(tmp(tmp4, 3))=[];
    [mdd, ndd]=size(dd); kk=kk+1;
end; S=ss; D=dd(1, :);
```