Engineering Calculator with KEyboard and Refined Tools

ECKERT

Console User Interface

(キーボード操作 汎用関数電卓)

活用ガイド

2018年5月19日

© 2014-2018 菊地唯真 (Yuishin Kikuchi)

目次

| T# | :=ग्र |
|----|-------|
| 惟 | 部心 |

これは、関数電卓ソフト ECKERT の**活用ガイド**です。

| 0. | はじ | めに | 1 |
|----|------------------------------|-------------------------------------|----------|
| | 0-1. 0-2. 0-3. | 本ドキュメントの位置づけ問題設定の難易度 知っておくと便利な操作 | 1 |
| 1. | 日常 | の計算にチャレンジ | 3 |
| | 1-1. 1-2. 1-3. | 金額計算 時間計算 平均の速さ | 6 |
| 2. | 中学 | ・高校数学にチャレンジ1 | 1 |
| | 2-1. 2-2. 2-3. 2-4. | 塩分濃度 | 14 17 |
| 3. | 物理 | の計算にチャレンジ2 | 21 |
| | 3-1. 3-2. 3-3. | 放物運動 振り子の周期 音のドップラー効果 | 24 |
| 4. | 化学 | !の計算にチャレンジ2 | 27 |
| | 4-1. 4-2. 4-3. | 標準原子量分子の個数 | 28 |
| 5. | 電気 | の計算にチャンレジ3 | 31 |
| | | 合成抵抗LC 並列共振回路 | |
| 6. | マニ | ア向け問題 | 35 |

目次

| 6-1. | 音楽の調律 | 35 |
|------|-----------|----|
| 6-2. | ネイピア数を求める | 37 |

0. はじめに

0-1. 本ドキュメントの位置づけ

ECKERT (以下、本ソフトウエア) は、キーボード操作の電卓ソフトウエアです。

「ECKERT 活用ガイド」(以下、本ガイド)は、ECKERT の使用例を紹介するガイドです。初めて本ソフトウエアに触れる場合は、「ECKERT スタートガイド」を、詳細な仕様や機能一覧を知るには、「ECKERT ユーザーズマニュアル」をご一読ください。

本ガイドは、本ソフトウエアの基本的な操作、およびスタックの動きを理解している人を 対象とします。具体的かつ実用的な問題を設定し、その解法を考えながら操作する流れとな っています。活用のヒントとしてお役立てください。

0-2. 問題設定の難易度

各章の問題は次のようなコンセプトで作られています。

- 1章「日常の計算にチャレンジ」 日常的な計算の中でも、やや面倒な計算です。
- 2章「中学・高校数学にチャレンジ」 日本の中学・高校数学の問題です。
- 3章「物理の計算にチャレンジ」 日本の高校物理で教えられているレベルの問題です。
- 4章「化学の計算にチャレンジ」 日本の高校化学で教えられているレベルの問題です。
- 5章「電気の計算にチャレンジ」 回路理論の問題です。
- 6章「マニア向け問題」 前章までが物足りない場合、こちらにチャレンジするとよいでしょう。

0. はじめに

0-3. 知っておくと便利な操作

本ソフトウエアを扱う上で便利な機能を紹介します。

0-3-1. オールクリア

スタック、レジスタのオールクリアは、キーワード「AC」を入力します。

本ガイドを読みながら操作する場合、それぞれの問題ごとにオールクリアすること をおすすめします。

0-3-2. 元に戻す・やり直し

本ソフトウエアには、元に戻す・やり直し機能があります。スタックの状態を何回かさかのぼったり、たどったりできます。操作を誤った場合、元に戻す・やり直し(アンドゥ・リドゥ)は大変便利です。

| 機能 | キーワード |
|-----------|---------|
| 元に戻す/アンドゥ | U, UNDO |
| やり直し/リドゥ | R, REDO |

0-3-3. 有理数の表示変更

有理数の表示は、小数・分数で切り替えられます。表示を切り替えるには、次のキーワードを単体で入力します。

| 表示モード | キーワード |
|--------|-------|
| 自動小数表示 | AD |
| 強制小数表示 | FD |
| 強制分数表示 | FF |

自動小数表示は、10 進数の有限小数で表示可能なものを小数で表示する設定です。 強制小数表示は、すべての有理数を小数で表示する設定です。 強制分数表示は、すべての有理数を分数で表示する設定です。

【参考】

ECKERT では表示桁数の設定も可能です。

詳しくはユーザーズマニュアルをご覧ください。

1. 日常の計算にチャレンジ

1-1. 金額計算

ある日、文具店で買い物をしました。購入したものは、次のものです。

| 品目 | 単価 | 個数 |
|------------|-----|----|
| ノート | 110 | 5 |
| 消しゴム | 80 | 3 |
| シャープペンシルの芯 | 100 | 4 |
| 赤ボールペン | 90 | 3 |

ただし、消費税の8%は含まれていません。税込みの金額はいくらになるでしょうか。

1-1-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|---------------|-------|--------------------------------|
| 総和 | SUM | $\sum\nolimits_{i=1}^{n}x_{i}$ |
| YのXパーセント税込み計算 | INTAX | $Y \times \frac{100 + X}{100}$ |
| YのXパーセント税抜き計算 | EXTAX | $Y \times \frac{100}{100 + X}$ |

基本的な計算なので、最初にマスターしましょう。

(この問題で税抜き計算は用いませんが、関連機能として紹介しています)

1-1-2. 品名ごとに購入額を出す まずは品目ごとに購入額を出します。ノートに対して 110×5 といった具合です。

Input> 110 5 *

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 550 |

同様に他の品目も求めましょう。

Input> 80 3 * 100 4 * 90 3 *

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| 4 | Integer | 550 |
| Z | Integer | 240 |
| Υ | Integer | 400 |
| Х | Integer | 270 |

1-1-3. 合計を出す 合計を出すには、「SUM」を使います。

Input> sum

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 1460 |

1-1-4. 税込みを計算する

税込みを出すには、「INTAX」を使います。8%なので、8を指定します。

Input> 8 intax

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|--------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 1576.8 |

「7884/5」のような分数表示になってしまう場合、キーワード「FD」で強制小数表示モードに切り替えます。

1-2. 時間計算

時間の計算に関する小問をいくつか出します。

1-2-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|--------------|-------|--|
| 秒 から 分 | STOM | X/60 |
| 秒 から 時 | STOH | X/3600 |
| 時 から 秒 | HTOS | $X \times 3600$ |
| 10 進数から DMS | TODMS | $Z \leftarrow D$ $Y \leftarrow M$ $X \leftarrow S$ |
| DMS から 10 進数 | DMSTO | $Z + \frac{Y}{60} + \frac{X}{3600}$ |

秒(S)、分(M)、時(H)、日(D)、週(W)を相互に換算する機能があります。また、単位換算機能を用いれば、年(平年、グレゴリオ平均年、ユリウス平均年)も含めて換算可能です。

他にも、長さや重さなどの単位換算機能があります。詳しくはユーザーズマニュアルをご覧ください。

1-2-2. 42 秒は何分か

秒・分・時・日・週を相互に換算する機能を使います。秒から分は、「STOM」です。

Input> 42 stom

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 0.7 |

1-2-3. 10000 秒は何時間何分何秒か 時分秒の換算は面倒です。一気に求めてしまいましょう。

まず、10000秒を時間に換算します。秒から時に換算するには、「STOH」を使います。

Input> 10k stoh

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 2.78 |

次に、DMS 変換(度分秒変換)を用います。DMS 変換は、「TODMS」です。

Input> todms

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| 4 | | |
| Z | Integer | 2 |
| Υ | Integer | 46 |
| Х | Integer | 40 |

つまり、10000秒は、2時間46分40秒です。

1-2-4. 3時間4分56秒は何秒か

時分秒の形から時間に変換するには、「DMSTO」を使います。時から秒は「HTOS」です。

Input> 3 4 56 dmsto

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 3.08 |

Input> htos

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 11096 |

1-3. 平均の速さ

自動車で高速道路と一般道を走りました。高速道路では80[km/h]の速さで 60 分、一般道では40[km/h]の速さで20分走りました。途中の加減速・停止は考えないものとして、平均の速さは何[km/h]でしょうか。

1-3-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|------|-------|---------------|
| 分から時 | МТОН | $X \times 60$ |

本問題は単純な計算ですが、時間換算が自然に使える機能であることを実感していただくために設定しました。

1-3-2. 合計の距離

平均の速さは、合計の距離と合計の時間から求めます。まずは、距離を求めます。分から時の換算は、「MTOH」でできます。

Input> 80 60 mtoh *

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 80 |

Input> 40 20 mtoh *

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | Integer | 80 |
| Х | Rational | 40/3 |

Input> +

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 280/3 |

1-3-3. 合計の時間

合計の時間を求めます。

Input> 60 20 + mtoh

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | Rational | 280/3 |
| Х | Rational | 4/3 |

1-3-4. 速さを求める

合計の距離と合計の時間の除算です。

Input> /

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| 4 | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 70 |

2-1. 塩分濃度

濃度3%の食塩水が250[g]あります。これに食塩を追加して濃度をちょうど5%にするには、何[g]の食塩が必要でしょうか。

2-1-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|--------|-------|------|
| レジスタ表示 | REG | |

レジスタとは、いわゆるメモリー機能に相当するものです。レジスタの表示・非表示を切り替えるには、「REG」と入力します。

Input> reg

本問題を通じてレジスタの使い方を体験していただきます。

2-1-2. 最初に溶けている食塩の量を求める

溶質(食塩)と溶媒(水)に分けて考えます。溶かす食塩の質量をxとします。 質量パーセント濃度は、溶質の質量を溶液全体の質量で割ったものです。

元の食塩水の質量 = T = 250[g], 元の食塩の質量 = $S = \frac{3}{100} \times 250[g]$

Input> 250 3 pc

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|-------|
| RA | | |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | Integer | 250 |
| Х | Rational | 15/2 |

Input> strb stra

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|-------|
| RA | Integer | 250 |
| RB | Rational | 15/2 |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | | |

2-1-3. 方程式を立てて解く

x[g]の食塩を溶かして5%にするため、次のような方程式が立てられます。

$$\frac{S+x}{T+x} = \frac{5}{100}$$

これを解きます。

$$100(S+x) = 5(T+x) \iff 100S - 5T = 5x - 100x$$

$$\therefore x = (100S - 5T)/(5 - 100)$$

2-1-4. 式を計算する

TはRAに、SはRBにあるので、これを使います。

Input> 100 ldrb * 5 ldra * -

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|-------|
| RA | Integer | 250 |
| RB | Rational | 15/2 |
| Z | | |
| Υ | | |
| | Integer | -500 |

Input> 5 100 -

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|-------|
| RA | Integer | 250 |
| RB | Rational | 15/2 |
| Z | | |
| Υ | Integer | -500 |
| Х | Integer | -95 |

Input> /

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|--------|
| RA | Integer | 250 |
| RB | Rational | 15/2 |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 100/19 |

2-2. 確率と期待値

あるくじびきゲームがあります。300円で一回引くことができ、賞金と本数は次のように 決められています。このくじの一本あたりの期待値(平均値)を求めましょう。

| 賞金(円) | 100 | 500 | 1000 |
|-------|-----|-----|------|
| 本数 | 70 | 20 | 10 |

2-2-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|--------|------------|-------------------------|
| レジスタ表示 | REG | |
| 内積 | INNER, DOT | $\vec{Y} \cdot \vec{X}$ |

レジスタとは、いわゆるメモリー機能に相当するものです。レジスタの表示・非表示を切り替えるには、「REG」と入力します。

Input> reg

本問題を通じてレジスタの発展的な使い方を体験していただきます。

2-2-2. それぞれの確率を求める

期待値を求めるには、まず確率を知る必要があります。

まずはベクトルを作り、RA に登録します

Input> 70 20 10 3 mrtup stra

| # | TYPE | VALUE |
|----|------------|--------------|
| RA | Tuple[Row] | [70, 20, 10] |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | | |

次に、このベクトルを取り出し、全要素を加算します。

Input> ldra cut sum

| # | TYPE | VALUE |
|----|------------|--------------|
| RA | Tuple[Row] | [70, 20, 10] |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 100 |

再びベクトルを取り出し、全要素の和で除算します。順番に気をつけましょう。

Input> ldra swap /

| # | TYPE | VALUE |
|----|------------|-------------------|
| RA | Tuple[Row] | [70, 20, 10] |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Tuple[Row] | [7/10, 1/5, 1/10] |

2-2-3. 賞金のベクトルを作り、内積を計算する 賞金のベクトルを作ります。次に、内積を計算すれば、求まります。

Input> 100 500 1000 3 mrtup

| # | TYPE | VALUE |
|----|------------|--------------------|
| RA | Tuple[Row] | [70, 20, 10] |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | Tuple[Row] | [7/10, 2/10, 1/10] |
| Х | Tuple[Row] | [100, 500, 1000] |

Input> inner

| # | TYPE | VALUE |
|----|------------|--------------|
| RA | Tuple[Row] | [70, 20, 10] |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 270 |

つまり、このくじ引きゲームは1回あたり平均で30円負けることになります。

2-3. 2次方程式の解の公式 方程式 $[x^2-5x+3=0]$ の解を求めましょう。

2次方程式の解の公式を確認しましょう。

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$
$$D = b^2 - 4ac$$

$$a = 1$$
, $b = -5$, $c = 3$

2-3-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|--------|---------|----------------|
| レジスタ表示 | REG | |
| 符号反転 | PM, NEG | -X |
| 2 乗 | SQ | X ² |
| 平方根 | SQRT | \sqrt{X} |

レジスタとは、いわゆるメモリー機能に相当するものです。レジスタの表示・非表示を切り替えるには、「REG」と入力します。

Input> reg

本問題を通じてレジスタの発展的な使い方を体験していただきます。

2-3-2. ルートを計算する まず、 $\sqrt{b^2-4ac}$ を求めて、レジスタ RA に登録します。

Input> -5 sq 4 1 3 * * - sqrt stra

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|------------|
| RA | Floating | 3.60555128 |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | | |

2-3-3. 解を求める では、解を求めましょう。

Input> -5 pm ldra + 2 1 * /

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|------------|
| RA | Floating | 3.60555128 |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 4.30277564 |

Input> -5 pm ldra - 2 1 * /

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|-------------|
| RA | Floating | 3.60555128 |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | Floating | 4.30277564 |
| Х | Floating | 0.697224362 |

ECKERT は複素数に対応するため、虚数解であっても求まります。

2-4. 測量

とても高い木があります。今、高さを知りたい木からは20[m]離れており、仰角72°で木の頂上が見えます。この木の高さは何[m]でしょうか。ただし、人の目の高さは1.5[m]です。

2-4-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|--------------|-------|-------------|
| タンジェント (度数法) | TAND | tan(X[deg]) |

ECKERT は角度モードを切り替えて使用できます。また、角度モードに関係なく特定の角度として計算する機能もあります。詳しくはユーザーズマニュアルをご覧ください。

2-4-2. 三角形を考える

底辺が20[m]、直角以外の一方の角度が72°の直角三角形を考えます。ここから高さを 求めるにはタンジェントを使います。度数法であることに注意しましょう。

$$H' = 20 \tan 72^{\circ}$$

Input> 20 72 tand *

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|------------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 61.5536707 |

2-4-3. 目の高さを考慮

目の高さが1.5[m]であるため、実際にはこの三角形が地上から1.5[m]浮いています。つまり、これを足す必要があります。

$$H = H' + 1.5$$

Input> 1.5 +

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|------------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 63.0536707 |

3-1. 放物運動

標準重力加速度 g_n の地表から52°の角度で、ボールを初速度13.4[m/s]で打ち出しました。2 秒後、ボールは地表から何[m]の高さにあるでしょう。

3-1-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|-----------|-------|-------------|
| レジスタ表示 | REG | |
| 2 乗 | SQ | X^2 |
| サイン (度数法) | SIND | sin(X[deg]) |

レジスタとは、いわゆるメモリー機能に相当するものです。レジスタの表示・非表示を切り替えるには、「REG」と入力します。

Input> reg

ECKERT は角度モードを切り替えて使用できます。また、角度モードに関係なく特定の角度として計算する機能もあります。詳しくはユーザーズマニュアルをご覧ください。

3-1-2. 初速度の垂直成分

地表から52°の角度で、初速度13.4[m/s]なので、これを水平成分、垂直成分に分けて考えます。今回は高さを求めるので、垂直成分を考えます。垂直なので、度数法のサインを用います。これをレジスタにストアします。

 $V_0 = 13.4 \times \sin 52^{\circ}$

Input> 13.4 52 sind * stra

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|------------|
| RA | Floating | 10.5593441 |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | | |

また、2秒という時間もストアしておきます。

Input> 2 strb

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|------------|
| RA | Floating | 10.5593441 |
| RB | Integer | 2 |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | | |

3-1-3. 等加速度運動を計算

今回は、標準重力加速度 g_n の地表からの投げ上げです。

$$h = V_0 t - \frac{1}{2} g_n t^2$$
 $\left(h は高さ、 V_0 は初速度、 t は時間 $\right)$$

Input> ldra ldrb *

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|------------|
| RA | Floating | 10.5593441 |
| RB | Integer | 2 |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 21.1186882 |

Input> gravity ldrb sq * 2 /

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|------------|
| RA | Floating | 10.5593441 |
| RB | Integer | 2 |
| Z | | |
| Υ | Floating | 21.1186882 |
| Х | Floating | 19.6133 |

Input> -

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|------------|
| RA | Floating | 10.5593441 |
| RB | Integer | 2 |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 1.5053882 |

つまり、1.51[m]の高さです。

3-2. 振り子の周期

柱時計の振り子はおよそ1[m]になっています。これについて検証してみましょう。振り子の振れる角度が小さい場合、その周期は次の近似式で表現されます。

$$T=2\pi\sqrt{l/g}$$
 $\left(l$ は振り子の長さ、 g は重力加速度 $\right)$

長さ1[m]、重力加速度を $g_n = 9.88665$ [m/s²]とするとき、周期はいくらになるでしょうか。

3-2-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|--------|-------|------------|
| 逆数 | INV | X^{-1} |
| 平方根 | SQRT | \sqrt{X} |
| 2πとの乗算 | TPIX | $2\pi X$ |

ECKERT は「科学技術計算を少ない操作でできるように」というコンセプトで作られています。この問題はシンプルな式ですが、すぐに答えが求まりますので、ご体験ください。

3-2-2. ルートの部分を計算する

まずは、 $\sqrt{l/g}$ を計算します。ただ、l=1[m]なので、逆数として計算できます。

Input> gravity inv sqrt

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 0.319 |

3-2-3. 2πと乗算

2πと乗算するには、専用の機能を使いましょう。

Input> tpix

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 2.01 |

1周期がほぼ2秒なので、1[m]は振り子に都合のよい長さなのです。

3-3. 音のドップラー効果

サイレンを鳴らした救急車がそばを通過すると、救急車が近づくときは高い音に、遠ざかるときは低い音に聞こえます。このように、波の発信源や観測者が動くことによって、発信される波と観測される波とが異なる現象を、ドップラー効果と言います。

道に立った人が60[km/h]で近づく救急車のサイレンを聞きます。サイレンの周波数を800[Hz]とすると、観測される周波数はいくつになるでしょうか。なお、音速は1225[km/h]とします。

3-3-1. 波長の伸び縮みを考える

音源が動くと、動いた方向に発せられる波の波長は縮められます。音波を音源が追いかける形になるので、縮められた波長λ'は次のような関係になります。

$$V - v_0 = f\lambda'$$
 (Vは音速、 v_0 は音源の速度)

一方、観測される周波数f'は次のような関係です。

$$V = f'\lambda'$$

これをまとめると、観測される周波数f'は次のように表現されます。

$$f' = \frac{V}{V - v_0} f$$

3-3-2. 式を計算する

求まった式を素直に計算しましょう。

Input> 1225 1225 60 - / 800 *

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 841. |

4-1. 標準原子量

原子の質量数は陽子数と中性子数の和で整数です。しかし、原子量は異なり、同位体を考慮するため、小数で表現されます。

地球上に存在する塩素Clの同位体の割合は、 ^{35}Cl が75.77%、 ^{37}Cl が24.23%とされています。塩素原子一個あたりの平均の質量は何[amu]でしょうか。

存在比と質量の積の和を求めれば、平均になります。

 $Cl = 35 \times 0.7577 + 37 \times 0.2423$

Input> 35 0.7577 * 37 0.2423 * +

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|---------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 35.4846 |

4-2. 分子の個数

100[g]の水があります。ここには何個の水分子が含まれますか。ただし、原子量は、H=1、0=16とします。

4-2-1. 分子量を求める

水は H_2O なので、分子量は次のようになります。

Input> 1 2 * 16 +

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 18 |

つまり、水は1[mol]あたり18[g]です。

4-2-2. モル数を求める

今回の体積を水の1[mol]あたりの重さで割ります。

Input> 100 swap /

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 50/9 |

4-2-3. 個数を求める

分子の個数はモル数とアボガドロ数の積で求まります。

Input> avogadro *

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|----------------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 3.34563381E+24 |

4-3. 濃度の計算

水160[g]に対して硫酸 $(H_2SO_4 = 96)$ 40[g]を混ぜると、密度1.15[g/cm³]の希硫酸となります。これの濃度を、質量パーセント濃度、モル濃度で表しましょう。

4-3-1. 質量パーセント濃度

単純に求めましょう。

$$40/(160+40)$$

Input> 40 160 40 + /

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 1/5 |

Input> 100 *

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 20 |

4-3-2. モル濃度

まずは、溶液1[L]あたりの質量を求める必要があります。密度は $1.15[g/cm^3]$ です。

Input> 1.15 1000 *

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| Z | | |
| Υ | Integer | 20 |
| Х | Integer | 1150 |

質量パーセント濃度が求まっているので、溶液1[L]あたりの硫酸の質量が求まります。

Input> swap pc

| # | TYPE | VALUE |
|---|---------|-------|
| Z | | |
| Υ | Integer | 1150 |
| Х | Integer | 230 |

最後に、これをモル数に直せば、溶液1[L]あたりの硫酸のモル数になります。

Input> 96 /

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 2.4 |

5. 電気の計算にチャンレジ

5-1. 合成抵抗

 $330[\Omega]$ と $560[\Omega]$ の抵抗が並列に接続されています。この 2 つの抵抗の合成抵抗の大きさは何 $[\Omega]$ でしょうか。

線形抵抗 R_1 , R_2 を並列接続したときの合成容量Rは次のようになります。

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

5-1-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|----|-------|--------------------------|
| 並列 | PARA | $(Y^{-1} + X^{-1})^{-1}$ |

並列の合成抵抗を求める専用の機能です。キャパシタの直列の場合と同じです。

5-1-2. 合成抵抗を計算する ほんの少しの記述です。

Input> 330 560 para

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 208. |

5. 電気の計算にチャレンジ

5-2. LC 並列共振回路

LC 並列共振回路を、周波数20[kHz]で共振させようとしています。キャパシタ C の容量はすでに決まっており、2200[pF]です。インダクタ L のインダクタンスをいくつに設定すればよいでしょうか。

まず、LC 並列共振回路のインピーダンスを求めます。 $Z_L = j\omega L \, \& \, Z_C = 1/j\omega C$ の並列回路なので、整理すると、次のようになります。

$$Z = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

共振するのは、分母がゼロになるときなので、その条件を求めます。

$$\omega^2 = 1/LC$$

さて、キャパシタ C と周波数fが決まっているので、インダクタ L を求めましょう。上式を変形し、L を左辺に表示します。

$$L = 1/\omega^2 C$$

5-2-1. 本問題で用いる機能

本問題では次の機能を用います。四則演算は省略します。

| 機能 | キーワード | 演算内容 |
|--------|-------|-----------------|
| 逆数 | INV | X ⁻¹ |
| 平方根 | SQRT | \sqrt{X} |
| 2πとの乗算 | TPIX | $2\pi X$ |

実際の電気の計算に極めて近い形の問題を通じて、本当に操作数が少なくて済むことを実感していただけます。

5. 電気の計算にチャレンジ

5-2-2. 角周波数を求める

周波数は20[kHz]なので、これに対する角周波数を求めます。

Input> 20k tpix

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|------------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 125663.706 |

また、2乗もします。

Input> sq

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|---------------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 1.5791367E+10 |

5-2-3. キャパシタンスとの乗算 C と乗算します。

Input> 2200p *

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|------------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 34.7410075 |

5. 電気の計算にチャレンジ

5-2-4. 逆数を取る 逆数を取って、Lが決定されます。

Input> inv

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|--------------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 0.0287844272 |

6-1. 音楽の調律

楽器の音を綺麗に響かせるには、調律が欠かせません。調律の基準音は 1939 年のロンドン国際会議で決まった、A4 = 440[Hz]がよく用いられます。ただ、オーケストラではもう少し高い基準音を採用します。

440[Hz]を基準にすると、445[Hz]は何セント(半音の何パーセント)ずれているでしょうか。

6-1-1. ウェーバー・フェヒナーの法則

人間が聞き取る音の高さは周波数の大きさによって決まります。また、その高低の感覚は周波数に対して対数尺になっています(ウェーバー・フェヒナーの法則)。たとえば、純正律の完全五度は常に周波数「比」を 1.5 に取りますが、このため、周波数「差」は基準音の高さによって異なります。

6-1-2. 12 平均律

1 オクターブ (12 半音) の周波数比は 2 倍です。これをもとに、(12 平均律として) 半音の周波数比rを割り出すと、次のようになります。

$$r^{12} = 2$$

$$\therefore r = \sqrt[12]{2}$$

6-1-3. セントの計算

何パーセントずれているかを考えるには、対数を使います。周波数比について、¹√2 を底とする対数を考えます。

foは基準音の周波数、fは基準音とのズレが知りたい音の周波数です。

$$100 \log_{\sqrt[12]{2}} \left(\frac{f}{f_0} \right) = 1200 \operatorname{lb}(f/f_0)$$

6-1-4. 式を計算する

では、440[Hz]と、445[Hz]の高さの違いを求めましょう。

 $C = 1200 \, \text{lb}(445/440)$

Input> 445 440 /

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|-------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 89/88 |

Input> 1b

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|--------------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 0.0163018123 |

Input> 1200 *

| # | TYPE | VALUE |
|---|----------|------------|
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Floating | 19.5621748 |

6-2. ネイピア数を求める

ネイピア数 e は、それ単体では意味が解りにくいものの、指数関数や自然対数など、e を含む関数は特徴的な性質を持ちます。特に、指数関数 $\exp(x) \equiv e^x$ は、その導関数が同型になることが知られています。

さて、指数関数のマクローリン展開は非常に簡単で、次のように表現されます。

$$\exp(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} x^i$$

ここで、x = 1と代入すると、ネイピア数 e の級数表現となります。

$$e = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!}$$

この級数について、i = 20までとして、ネイピア数の近似値を求めてみましょう。

ここで、レジスタ機能を使います。レジスタを表示させるには、「REG」と入力します。

Input> reg

6-2-1. カウンタを準備

今回はレジスタとマクロ機能を用います。まず、RA に整数カウンタの初期値として、 0 をストアします。

Input> 0 stra

| # | TYPE | VALUE |
|----|---------|-------|
| RA | Integer | 0 |
| RB | | |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | | |

6-2-2. マクロ文字列を準備

次に、級数を表現するマクロ文字列を書きます。ここでは、RA をロードしてその階乗を求め、さらに逆数を取り、RA をインクリメントします。この文字列をRB に登録します。

このマクロが実行されるたびに RA がインクリメントされるため、連続的に次の項を求められます。

Input> "ldra ! inv ++ra" strb

| # | TYPE | VALUE |
|----|---------|-----------------|
| RA | Integer | 0 |
| RB | String | ldra ! inv ++ra |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | | |

これで準備完了です。

6-2-3. 各項を求める

マクロが RB に登録されているので、これを呼び出します。

Input> ldrb run

| # | TYPE | VALUE |
|----|---------|-----------------|
| RA | Integer | 1 |
| RB | String | ldra ! inv ++ra |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Integer | 1 |

RAが20になるまで、同じ入力を繰り返します。

最終的には、次のような形になります。

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|-----------------|
| RA | Integer | 20 |
| RB | String | ldra ! inv ++ra |
| Z | Rational | 2.81145725E-15 |
| Υ | Rational | 1.5619207E-16 |
| Х | Rational | 8.22063525E-18 |

6-2-4. 総和を出す この状態で総和を出します。

Input> sum

| # | TYPE | VALUE |
|----|----------|-----------------|
| RA | Integer | 20 |
| RB | String | ldra ! inv ++ra |
| Z | | |
| Υ | | |
| Х | Rational | 2.71828183 |

馴染み深い数が求められました。

ECKERT および本ドキュメントの著作権は、作者である菊地唯真に属します。