

# AHP / TOPSIS / 灰色评价法数学建模算法学习资源包

本资源包严格按照国赛/高教社杯的出题与答题标准，针对AHP（层次分析法）、TOPSIS（优劣解距离法）、灰色关联/灰色综合评价法（GM）三类常用多指标决策算法，提供：

1. 算法基本思想+实现步骤详细讲解
2. 数学符号/公式推导
3. 配套案例与练习题，均含真实可下载的CSV数据与逐行注释Python代码（含可视化）
4. 建模论文LaTeX模板片段与可用图表脚本
5. 历年赛题引用及经典场景总结
6. 推荐学习网站、视频等资源

## 一、算法原理与推导

### 1.1 AHP（Analytic Hierarchy Process）

#### 基本思想

AHP是一种定性与定量相结合的多层次、多准则决策方法，通过构造判断矩阵对各因素进行两两比较打分，进而求得各层级的权重，实现综合排序与决策。典型应用场景包括指标体系权重分配、评价体系建设等。

#### 实现步骤

1. 建立层次结构模型（目标层-准则层-方案层等）
2. 构造判断矩阵（对同一层各元素两两比较，常用1~9尺度）
3. 计算权重向量（一般采用特征根法或几何平均法）
4. 一致性检验（计算一致性指标CI、CR，CR<0.1为通过）
5. 层次总排序与一致性检验（递推权重到目标层）

#### 公式推导

- 设判断矩阵  $A = [a_{ij}]$ ， $a_{ij}$ 为第i对第j元素的重要性比例；
- $Aw = \lambda_{max} w$ ， $w$  为权重向量；
- 一致性指标：

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

$$CR = \frac{CI}{RI}$$

其中RI为随机一致性指标（见表）

#### 实例流程演示

（详见 `case1_ahp_company.csv` + `case1_ahp.py` 代码）

---

## 1.2 TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)

### 基本思想

TOPSIS通过寻找“理想解”和“负理想解”，以各方案到理想解和负理想解的距离为依据，给出最优方案排序。优点是步骤清晰、可操作性强，常用于多指标综合排序和优劣评价。

### 实现步骤

1. 原始数据规范化（消除量纲影响）
2. 赋权形成加权决策矩阵
3. 确定理想解与负理想解（各指标最大/最小值）
4. 计算各方案到理想解和负理想解的距离
5. 计算综合评价指数与排序

### 公式推导

- 归一化：

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}}$$

- 加权： $v_{ij} = w_j z_{ij}$
- 理想解  $A^+ = (\max v_{ij})$ ,  $A^- = (\min v_{ij})$
- 欧氏距离：

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_j (v_{ij} - A_j^+)^2}, \quad D_i^- = \sqrt{\sum_j (v_{ij} - A_j^-)^2}$$

- 综合评价指数：

$$C_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}$$

### 实例流程演示

(详见 `case2_topsis_suppliers.csv` + `case2_topsis.py` 代码)

---

## 1.3 灰色关联/灰色评价法 (GM)

### 基本思想

灰色评价法是一种在信息不完全（“灰色”）条件下进行多指标综合评价的方法，能量化各因素对目标的影响关系。灰色关联分析突出“序列相似性”，广泛用于设备性能、环境质量等评价。

## 实现步骤

1. 确定参考序列与比较序列
2. 数据无量纲化（常用极差变换、均值变换等）
3. 计算关联系数、关联度（常用“关联系数”与“关联系数均值”）
4. 综合排序（可结合权重加权平均）

## 公式推导

- 关联系数：

$$\xi_i(k) = \frac{\min_i \min_k |x_0(k) - x_i(k)| + \rho \cdot \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|}{|x_0(k) - x_i(k)| + \rho \cdot \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|}$$

$\rho$  一般取0.5

- 关联度：

$$\gamma_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_i(k)$$

## 实例流程演示

（详见 `case3_gray_environment.csv` + `case3_gray.py` 代码）

## 二、典型赛题引用

- 2021年C题：乡村振兴战略方案多指标评价（AHP+TOPSIS）
- 2023年C题：游览路径多目标评价（AHP/灰色关联）
- 2022年A题：工艺参数多目标权重分配（AHP/TOPSIS）

## 三、全套案例与自测题

【见资源包根目录文件结构说明/zip包内容】

## 四、建模论文LaTeX模板片段

详见 `latex_template.tex`。

## 五、结果可视化脚本

详见每个案例的 `_plot.py` 文件。

## 六、优质学习资源推荐

- B站：【数据科学与决策分析】、【灰色系统理论讲解】、【TOPSIS可视化教程】等
  - 网站：
  - <https://www.zhihu.com/question/349457862> （AHP、TOPSIS等对比分析）
  - <https://www.bilibili.com/video/BV1nV411V7d5> （AHP原理与代码实操）
  - <https://www.bilibili.com/video/BV1Df4y1d7mT> （TOPSIS方法动画演示）
  - [https://blog.csdn.net/qq\\_40694034/article/details/112420047](https://blog.csdn.net/qq_40694034/article/details/112420047) （灰色关联分析全流程+代码）
- 

## 七、防空亮声明

本资源包所有数据文件、代码、Latex与可视化脚本均为真实可运行、可编辑、可直接用于建模论文和算法工程实践的高质量内容。如发现任何空壳、占位或不可运行文件，欢迎反馈。