

Sheaves on Manifolds Exercise I.8 の解答

ゆじとも

2021 年 2 月 9 日

Sheaves on Manifolds [Exercise I.8, KS02] の解答です。

I Homological Algebra

問題 I.8 (The Five Lemma). \mathcal{C} をアーベル圏とする。 \mathcal{C} の可換図式

$$\begin{array}{ccccccccc} X^0 & \longrightarrow & X^1 & \longrightarrow & X^2 & \longrightarrow & X^3 & \longrightarrow & X^4 \\ f_0 \downarrow & & f_1 \downarrow & & f_2 \downarrow & & f_3 \downarrow & & f_4 \downarrow \\ Y^0 & \longrightarrow & Y^1 & \longrightarrow & Y^2 & \longrightarrow & Y^3 & \longrightarrow & Y^4 \end{array}$$

について以下の主張を証明せよ。ただし横向きは完全であるとする。

- (1) f_0 がエピであり、 f_1, f_3 がモノであれば、 f_2 はモノである。
- (2) f_4 がモノであり、 f_1, f_3 がエピであれば、 f_2 はエピである。

証明. [Exercise 1.7, KS02] によって \mathbf{Ab} での主張と見做して良く、この場合、主張は初等的である。 \square

References

- [KS02] M. Kashiwara and P. Schapira. *Sheaves on Manifolds*. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. Springer Berlin Heidelberg, 2002. ISBN: 9783540518617. URL: <https://www.springer.com/jp/book/9783540518617>.