Ex05

ゆきちゃん

2019 年 4 月 16 日

- Given the Fourier transform $X(\omega)$ of $x[n]$

$$X(\omega) = \frac{1}{(1 - ae^{-j\omega})^2}, \quad |a| < 1 \tag{0-1}$$

1. Find the inverse Fourier transform $x[n]$

Hint:please use the convolution theorem and Fourier transform pair $a^n u[n] \iff \dfrac{1}{1 - ae^{-j\omega}}, |a| < 1$
Answer:

$$\begin{aligned} x[n] &= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[a^n u[n]]\mathcal{F}[a^n u[n]]\} && \text{(0-2)} \\ &= a^n u[n] * a^n u[n] && \text{(0-3)} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} a^m u[m] a^{n-m} u[n-m] && \text{(0-4)} \end{aligned}$$

ここで、$u[m]u[n-m] = 1$ になるための条件は $m \geq 0$ かつ $n - m \geq 0$ より、$n \geq m \geq 0$ であるので、

$$\begin{aligned} x[n] &= \sum_{m=0}^{n} a^m a^{n-m} && \text{(0-5)} \\ &= a^n \sum_{m=0}^{n} 1 && \text{(0-6)} \\ &= (n+1)a^n && \text{(0-7)} \end{aligned}$$