

## Quiz01 - Algorithms and their Complexity

1.  $O$  記法の定義を述べよ.

$$\exists n_0 > 0, c > 0, \text{ s.t. } \forall n \geq n_0, t(n) \leq c \cdot f(n)$$

一応日本語訳すると、「どんな  $n \geq n_0$  を選んでも  $t(n) \leq c \cdot f(n)$  となるような  $n_0 > 0, c > 0$  が存在する」となる。「 $O$  記法は何か？」と問われたらこのように答えること。

(これが「定義」. 授業中に分かりやすく様々な説明は与えているが、それらはいわば「定理」である.)  
丸暗記では意味が無いので、グラフを描くなどしてイメージで捉えること (補足資料を参照)

2.  $O$  記法の定義によれば、次の式はどのように簡略化できるか？

$$(1) O(2n^3 + 15n + 100n \log n) \quad (2) O(n^2 + 1000000n) \quad (3) O(n^2) \times O(n)$$

$$(1)O(n^3), \quad (2)O(n^2), \quad (3)O(n^3)$$

$t(n) = O(f(n))$  の定義から、「最高次数の項」の、「係数を見捨てる」した式で簡略化できる。

提出課題の問題 2 と根本的な考え方は同じ。

なお、(3) は「2 重ループの中に 1 重ループ」があるということだが、実質「3 重ループ」を意味している。

3. 「 $n$  次の正方行列」の全要素の情報を、安直に 2 次元配列に全て格納しようとしたとき、そのプログラムに消費されるメモリ領域のサイズ (空間計算量) を見積もれ。

$$n \times n \text{ 個の要素を持つ配列を使うことになるので, } O(n^2)$$

※「計算量」を聞かれたときは、オーダー表記で表してください。

4. 「アルゴリズム A の実行時間は少なくとも  $O(n^2)$  である」は不自然な文である (無意味である)。その理由を簡潔に説明せよ。

$O$  記法は漸近的な上界を表すものなので、「少なくとも」という表現が不適切