1. 第一题

* 若要证(P(PQ))Q为重言式，即推证(P(PQ))Q。

假定(P(PQ))为**T,**则P为**T­­­**且(PQ) 为**T­­­**，即PQ为**T­­­**。

由P为**T**，则必有Q为**T­­­**。

* 若要证P(PQ)为重言式，即推证P(PQ)。

假定PQ为**F,**则PQ为**F**，即P为**F**且Q为**F**。

* 若要证((PQ)(QR))(PR)为重言式，即推证((PQ)(QR)) (PR)。

假定(PR)为**F,**则PR为**F**，即P为**T**且R为**F**。

(PQ)为PQ，(QR)为QR。

a)若Q为T，则(PQ)为**T**，(QR)为**F**，((PQ)(QR))为**F**。

b) 若Q为F，则(PQ)为**F**，(QR)为**T**，((PQ)(QR))为**F**。

所以，(PQ)(QR))(PR)成立。

* 若要证((ab)(bc)(ca))((ab)(bc)(ca))为重言式，即推证((ab)(bc)(ca))((ab)(bc)(ca))。

故((ab)(bc)(ca))((ab)(bc)(ca))为**T**且((ab)(bc)(ca))((ab)(bc)(ca))为**T**。

先证((ab)(bc)(ca))((ab)(bc)(ca))为**T**，若((ab)(bc)(ca))为**T**，则设(ab)为**T**,则a为**T**，b为**T**，

a)若c为**T**, (ab)为**T**,(bc) 为**T**,(ca) 为**T**。

b)若c为**F**, (ab)为**T**,(bc) 为**T**,(ca) 为**T**。

所以((ab)(bc)(ca))为**T**。

同理，设(bc)为**T**,易证((ab)(bc)(ca))为**T**；设(ac)为**T**,易证((ab)(bc)(ca))为**T**。

若设(ab)、(bc)、(ca)中有两个为**T**，都能推出a为**T**，b为**T**，c为**T**, 所以((ab)(bc)(ca))为**T**。

再证((ab)(bc)(ca))((ab)(bc)(ca))为**T**。

若((ab)(bc)(ca))为**T**，则(ab)为**T**,(bc)为**T**，(ca)为**T**，则设a为**T**，

a)若b为**T**, (ab)为**T**,((ab)(bc)(ca))为**T**。

b)若b为**F**, (ab)为**T**,又(bc)为**T**,则c为**T**,(ca)为**T**；((ab)(bc)(ca))为**T**。

同理，(b为**T**,易证(ca)为**T，**((ab)(bc)(ca))为**T**；设c为**T**,易证(ca)为**T，**((ab)(bc)(ca))为**T**。

设a、b、c中有两个为**T**，则((ab)(bc)(ca))为**T**。

故((ab)(bc)(ca))((ab)(bc)(ca))为**T**且((ab)(bc)(ca))((ab)(bc)(ca))为**T**。

((ab)(bc)(ca))((ab)(bc)(ca))为重言式。

1. 第二题

* 证(PQ)P(PQ)

若P(PQ)为F，则P(PQ)为**­­F**,则P为**­­F**,(PQ)为**­­F**,则Q为F，则PQ为**­F**。

故(PQ)P(PQ)成立。

* 证((PQ)QPQ

若PQ为**F**，则P为**F**，Q为**F**，PQ为**­T**, (PQ) Q为**­F**。

故((PQ)QPQ成立。

* 证(Q(PP))(R(R(PP)))RQ

Q(PP)Q(PP)Q；

(R(R(PP)))R(R(PP))R(R(PP)) RRR

若(Q(PP))(R(R(PP)))为**T**，则QR为T，QR为RQ的逆反式，即RQ为T。

故(Q(PP))(R(R(PP)))RQ成立。

1. 第三题

a) (PQ)(PQ)

原式(PQ)(PQ)(PQ)

(PQ)((PQ)(PQ))

(PQ)(PQ)//主析取范式

(PQ)(PQ)//主合取范式

非重言式。

b)Q(PQ)

原式 (Q(PP))(PQ)

(QP)(QP))(PQ)//主合取范式

PQ//主析取范式

非重言式。

c)P(P(Q(QR)))

原式P(P(Q(QR)))

P(P(QR))

P(P(QR))

 (PQR)//主合取范式

(PQR)(PQR)(PQR)(PQR)(PQR)(PQR)(PQR)//主析取范式

非重言式。

d) (P(QR))(P(QR))

原式(P(QR))(P(QR))

(PQ)(PR)(PQ)(PR)

(PQR)(PQR)(PRQ)(PRQ)(PQR)(PQR)(PRQ)(PRQ)//主合取范式

无主析取范式，永假式。

e) P(P(QP))

原式P(P(QP))

P(PQ)

P(PQ)

(PP)(PQ)

(PQ)//主合取范式

(PQ)(PQ)(PQ)//主析取范式

非重言式。

f)(QP)(PQ)

原式(QP)(PQ)

(PQ)(PQ)(QP)(QP)//主合取范式

无主析取范式，永假式。