

# Lecture Notes for Famous Math Problem - NJ Wildberger

Emulie Chhor

May 17, 2021

## Introduction

### 1 Factoring large numbers into primes

#### 1.1 Overview

Un problème important de la théorie des nombres provient de Euler, qui a montré que tout entier peut s'exprimer comme un produit de nombres premiers. C'est ce qu'on appelle le théorème fondamental du calcul. Par contre, on n'est pas capable de trouver tous les facteurs de n'importe quel nombre. Plus tard, Gauss a essayé de résoudre cette question à l'aide de l'arithmétique modulaire, et 2 résultats en découlent:

1. Modular Arithmetic
2. Fermat's Little Theorem
3. Euler Theorem

#### 1.2 Théorème Fondamental du Calcul

**Theorem 1.2.1** (Théorème Fondamental du Calcul). *Tout entier positif s'exprime comme le produit de nombre premiers*

#### 1.3 Modular Arithmetic

**Theorem 1.3.1** (Modular Arithmetic). *Développé par Gauss, l'arithmétique modulaire dit que*

$$a \equiv b \pmod{m}$$

$$\iff a, b \text{ have the same remainder when divided by } m$$

$$\iff m \text{ divides } a - b$$

$$\iff m \mid (a - b)$$

## 1.4 Fermat's Little Theorem

**Theorem 1.4.1** (Fermat's Little Theorem). *If  $a$  and  $p$  are relatively prime, that is  $(a, p) = 1$ , then*

$$a_{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

## 1.5 Euler Theorem

**Theorem 1.5.1** (Euler Theorem). *If  $(a, m) = 1$ , then*

$$a^{\Phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$$

où  $\Phi(m)$  est le nombre de chiffre relativement prime de 1 jusqu'à  $m-1$



- 2 The Collatz conjecture ( $3n+1$  problem)
  - 2.1 Overview
- 3 Apollonius' circle construction problems
  - 3.1 Overview
- 4 The Graceful Tree Conjecture
  - 4.1 Overview
- 5 Omar Khayyam and the Binomial Theorem
  - 5.1 Overview
- 6 Archimedes' squaring of a parabola
  - 6.1 Overview
- 7 Newcomb's paradox
  - 7.1 Overview
- 8 Euler's triangulation of a polygon
  - 8.1 Overview
- 9 Distances to the sun and moon
  - 9.1 Overview
- 10 The integral of  $x^n$  (a)
  - 10.1 Overview
- 11 The integral of  $x^n$  (b)
  - 11.1 Overview
- 12 Steiner's regions of space problem
  - 12.1 Overview
- 13 Euclid's construction problems I
  - 13.1 Overview
- 14 The rotation problem and Hamilton's discovery of quaternions I
  - 14.1 Overview
- 15 The rotation problem and Hamilton's discovery of quaternions IV