電気回路演習I

目次

第一章の公式

- オームの法則
- 分圧、分流
- 合成抵抗
- キルヒホッフ
- デルタ⇔スターの変換

この辺りはもはや常識なので割愛。

網目電流法

独立な回路の個数だけ閉路電流を定義する方法。回路内の電源はすべて電圧源にする必要がある。なお、独立な回路の個数は

$$\text{枝の数} - (\text{節の数} - 1)$$

となる。行列の要素は、

$$\begin{aligned} Z_{ii} &= \text{閉路}i\text{の}Z\text{を足したもの} \\ Z_{ij} &= \text{電流}I_i\text{と電流}I_j\text{が重なる}Z\text{を足したもの。(逆向きなら負)} \\ V_i &= I_i\text{が通る場所に接続されている電圧源の和(妨げる向きなら負)} \end{aligned}$$

接点電位法

網目電流法の電圧バージョン。網目電流法は未知数が閉路電流だったのに対し、接点電位法は未知数が接点電位なので未知数は

$$\text{節の数} - 1$$

となる。行列の要素は、

$$Y_{ii} = 節iにつながるすべてのYを足したもの$$
$$Z_{ij} == 節ijのYを足して負にしたもの。$$
$$I_i = 節Iに流入する電流源の和(妨げる向きなら負)$$

第一章の良問

[2]-(1)

並列なので通り道が増える=抵抗値が減るを数式で表す問題。感覚と一致する。

[6]-(2)

はじご形回路の無限和。収束することを前提とすれば楽に解ける。収束性も
$並列つなぎを増やす = 合成抵抗は単調減少$かつ0以上よりすぐ収束すること自体はすぐ導ける。

[7]、[8]、[9]

対称性の問題。独立した式の見つけ方がうまいどれかは見ておこう。**具体的にはある場所の電位差は2通りの方法で表せることを利用している。**

[10]

対称性の問題であるが、**幾何学的ではなく、電子の気持ちになって解くことも重要** だというメッセージを感じる問題。3次元の場合は幾何学的にはそこそこのセンスを要するので電子になって「**あれ？ここ右行っても左行っても同じじゃね？じゃあ電流値も同じ**」って感じで解けるようにしておこう。とりあえず最短経路が同じ手数なら(大抵は)対称。違うなら確実に非対称なので電流は違う文字にしよう。後、電子の気持ちになる場合も初手の **等電位面の確認は大切**

[16]

デルタ結線の探し方は閉回路で3ノードを思い出させてくれる良問。4ノード閉回路と3ノード閉回路が混ざっており、いい練習になる。

[21]-(2)

回路を切り離せる例

[27]

検流器のふれというパラメータを使う問題。分流器をつけているため電流の値というパラメータ名では無くなっている。

[34]

回路の変形がうまい。電圧源は左下にあったほうが視覚的にいいなーと思わせてくれる問題。

[37]-(2)

任意の○○に対して成り立つ=式変形をして任意の○○の係数を0にする を思い出せる

[56]

絶縁不良の位置を推定させる問題。なんか実用的

[57]

差分方程式を練習できる。普通に解き方を知らないとできる気がしない。(1)番のキルヒ第2を組み込む、(2)の差分方程式、(3)のI_1'を消す方針。すくなくとも一瞬で思いつくようなものではない。

[60]

電熱線っ言葉が聞きなれないので練習用に一題。定格電圧と定格電力から抵抗値が分かるのがポイント

[62]-(1)〜(3)

定格電圧と定格電力から抵抗値を求め、二つの電球(電熱線)をつなげた際どうなるのか考える問題。すべて良問。

[70]

比熱とか抵抗率が混ざった問題。一問くらいは解いとこう。

[74]

著津お考えれば当たり前だが、温度係数は何℃を基準にするかで変化する値だということに気づかせてくれる問題。そもそも温度係数は$(t_2 - t_1)$が小さい時に成り立つ近似式。

[75]

抵抗が温度特性を持つというより、抵抗率が温度特性を持つという見方を思い出させてくれる問題。また、熱膨張率という見慣れないものの扱い方も練習できる。

[77]

○○に無関係=係数を0にする or ○○で微分して常に0になるようにする のが定石なので題意を見れば温度で微分するのは普通だがなかなか温度で微分する機械はないので貴重

第二章の公式

ほぼすべて常識なので割愛、問題もあまりいいものがない。

第二章の良問

[10]-(4)

三角関数の合成の一般化。単なる数学だがとてもいい。

[12]

式が

$$(5+10\sqrt{3})sin\omega t+(5\sqrt{3}+10)cos\omega t=Asin(\omega t+\Theta)$$

の時、

$$\Theta=tan^{-1}\frac{5\sqrt{3}+10}{5+10\sqrt{3}}$$

になる。以外とサクッと言えないので演習しとこう。

[15]

一回はやっておこう。2つの波が同じ周波数の時は[16]で後述する **実効値とは交流電源が1周期に送信する電力を同じ時間で直流で実現したい場合の値なのでそう考えると$|E|=\sqrt{|E_1|^2+|E_2|^2}$となるのは当たり前。** が使えないので注意。

[16]

周波数が異なる波の合成波の実効値は元の波の実効値の二乗和の平方根ということだけ知っておこう。

$$|E|=\sqrt{|E_1|^2+|E_2|^2}$$

まあでも、実効値とは交流電源が1周期に送信する電力を同じ時間で直流で実現したい場合の値なのでそう考えると$|E|=\sqrt{|E_1|^2+|E_2|^2}$となるのは当たり前。なぜなら電力は$E^2R$だから。

第三章の公式

フェザー

フェザーとは虚数平面上の回転ベクトル$e^{j\omega t}$を指す。 フェザーの虚軸への投影が瞬時値となる。これのメリットは正弦波の電源に対する定常解が微分は$j\omega$、積分は$\frac{1}{j\omega}$に置き換えることで代数演算のみで求め

られる。

ベクトル記号法

フェザーによる代数演算は$e^{j\omega t}$なる因子を含む。例えば電圧と電流のフェザーは

$$I_m e^{j(\omega t+\Theta)} = I_m e^{j\omega t} e^{j\Theta}$$
$$E_m e^{j(\omega t+\Theta+\varphi)} = E_m e^{j\omega t} e^{j(\Theta+\varphi)}$$

であるが、右辺を見ると$e^{j\omega t}$は不変であり、計算上でも$e^{j\omega t}$は必要ない。**重要なのは振幅(また実効値)と位相角** の2つである。そこで電圧と電流を

$$\dot{I} = I_e e^{j\Theta}$$
$$\dot{E} = E_e e^{j(\Theta+\varphi)}$$

とあらわしこれを用いて計算を進める方法をベクトル記号法という。電気工学ではベクトル記号法の大きさは実効値という決まりになっているので従おう。さらに **時間原点をt=0から移動させて実軸に一致させたベクトルを基準ベクトルという。**

電力

電力はVの位相角をΘ_1、Iの位相角をΘ_2とし、$\varphi = \Theta_2 - \Theta_1$とすると、

$$P = \bar{E}I = (\bar{Z}\bar{I}) = (R - jX)|I|^2$$
$$P_a = Pcos(\varphi) = \bar{E}Icos(\varphi) = \frac{\bar{E}I + E\bar{I}}{2} = R|I|^2$$
$$P_r = \bar{E}Isin(\varphi) = \frac{\bar{E}I - E\bar{I}}{2j} = -X|I|^2$$

なお無効電力は電圧に対し、進相電流の時に正、遅相電流の時に負と決められている。なので$P = \bar{E}I$といった具合でEにバーをつけて$\varphi = \Theta_2 - \Theta_1$の役割を果たしている。つまり容量性の時に+となり誘導性の時に-となる。

第三章の良問

[7]

ある条件の時、合成インピーダンス$Z = Z_1$を示せというありふれた問題。

$$Z = Z1 \times ◯$$

の形に持ち込んである条件の時、$◯ = 1$を示すの定石。

[35]

共通するものを基準ベクトルにするのがコツ。並列なら電圧を基準に、直列なら電流を基準にするのが定石。

[42]

分配側で行きたくなるが、そうするとかなり苦しくなる。やっぱり並列なら電圧を基準に、直列なら電流を基準にするのが定石。を教えてくれる。

[44]

かなりいい問題。まず事実として **回路が抵抗とコンデンサのみならどんなつなぎ方でも容量性、回路が抵抗とコンデンサのみならどんなつなぎ方でも誘導性** なので

$$Z = R \pm jX \qquad (X > 0)$$

の時、力率$cos\varphi$を与えられた時点でこのどちらかなら

$$\frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \sqrt{1 - cos\varphi^2}$$

$$\frac{X}{R} = \frac{\sqrt{1 - cos\varphi^2}}{cos\varphi}$$

となる。**Xを正としていることで符号を気にせず正として計算できる** のがポイント。$\sqrt{R^2 + X^2}$は複雑になることがあるので

$$\frac{X}{R} = \frac{\sqrt{1 - cos\varphi^2}}{cos\varphi}$$

は思い出せるようにしておこう。

[45]

直流と交流の合成波の実効値は各波の実効値の 2 乗和の平方根となる。これは実効値が交流を電力目線で直流に直した値ということがわかっていれば感覚としては当たり前。第二章の[16]も同じのり。(すこし前に記載している)

[46]

負荷によらず電流一定は少し面白い。

[47]~[48]

並列回路はインピーダンス最大を求める=アドミッタンス最小を求める と変換する柔軟さもあると早くとけることがほとんど。また、**実数部はCに無関係なので虚数部を最小にすればアドミッタンスの大きさも最小になるはず。**といった柔軟さもかなり役に立つ。

[48]、[50]、[52]、[53]、[56]、[57]

実際に式を計算までする必要はないが、**題意に対してインピーダンス を使うのか、アドミッタンスを使うのか。**その後、答案を見てインピーダンス(もしくはアドミッタンス)の指揮を確認して **絶対値まで求める必要があるのかそれとも虚部や実部だけ最小にすればいいのか等** を考えてみよう。

基本的に最大値を求める場合微分を使うことになるので題意が最大値となる〇〇を求めよなら最小値になる値に変換して=0通したほうが早い。

[58]

同位相になるための条件。一つくらいはやっておこう。

[60]

題意が|E|とω一定なのでEを基準ベクトルとするという断りがベクトル記号法をわかってる感があっていい。

[65]~[68]

これらの問題は **大きさに関する条件と位相(の絶対値)に関する2つ指定があるため絶対値を求めずとも回路のインピーダンスが他方のそれの±j倍となれば題意を満たすことになるのがポイント。**とても柔軟な思考であり逆に絶対値が等しい条件かつ位相差が90°の条件を個別にやるのはなかなか大変。

[70]-(1)

枝電流法及びクラメールの練習。

[72]、[73]

周波数に無関係にでインピーダンスが一定=虚部0=インピーダンスZ=定数k となる。つまりインピーダンスZを求めてZ=Kとしてωが消えるkを探せばいい。虚部0⇔周波数に無関係の証明はわからない。**ωで微分するのかωがある項とない項に分けてある項の係数を0にするのか虚部0として定数と置くのかどれが問題で求められてるかを考えよう。**

また、この問題は当たり前だが && Z=K && とするので実部の条件と虚部の条件2つがいるので注意。

[79]

当たり前だが、回路が等価=周波数に対してもインピーダンスは等しい。