

線形代数(メモ)

目次

- 行列の集合は線形空間
- 相似な行列

行列の集合は線形空間

$m \times n$ 行列の集合 $M(m, n)$ は線形空間の公理を満たすため線形空間である。次元は $m \times n$ 次元となる。1つだけ1で他が0の行列が mn 個で線形独立な基底が作れる事を考えれば当たり前。

相似な行列

可逆行列(逆行列がある行列) \mathbf{P} を用いて

$$\mathbf{B} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{P}$$

の時、 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} は相似であるといい、ランク、行列式、固有値、トレース が等しくなる。固有ベクトルは異なるので注意。固有ベクトルは

$$\mathbf{A} \mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i$$

より

$$\mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{P} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{P}^{-1} \mathbf{v}_i \rightarrow \mathbf{B}(\mathbf{P}^{-1} \mathbf{v}_i) = \lambda_i (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{v}_i)$$

より固有ベクトルは \mathbf{P}^{-1} をかけたものとなる。