線形代数

目次

あるベクトルに垂直なベクトル

ベクトル、bを用いるとaに垂直なベクトルh は

$$h = b - \frac{a}{|a|}|b|cos\Theta = b - \frac{a \cdot b}{|a|^2}a$$

となる。2次元なら垂直なベクトルは大きさを除けば一意に定まるのでbは任意だがn次元の場合、同様に大きさを除けば$n-1$の任意性があるためこの公式を使うと一意に定まってしまう点に注意

直線のベクトル方程式

点Aを通る方向ベクトルdの方程式はそのまま

$$p = A + td$$

ここでtは媒介変数でありこの媒介変数を削除するには

$$x = A_x + td_x、y = A_y + td_y、z = A_z + +td_z$$

より変形して

$$\frac{x - A_x}{d_x} = \frac{y - A_y}{d_y} = \frac{z - A_z}{d_z}$$

となる。

平面のベクトル方程式

点Aを通る方向ベクトルd_1、d_2の方程式はそのまま

$$p = A + t_1 d_1 + t_2 d_2$$

ここでt_1、t_2は媒介変数である。法線ベクトルhを用いて

$$h \cdot \overrightarrow{Ap} = 0$$

より変形して

$$h_x(p_x - A_x) + h_y(p_y - A_y) + h_z(p_z - A_z) = 0$$
$$h_x p_x + h_y p_y + h_z p_z = d$$

ただし、$d = h_x A_x + h_y A_y + h_z A_z$となる。

転置行列

$$^t(AB) = {}^tB^tA$$

これは$i \times j \quad j \times k$の転置は中身を転置する方針の場合、$k \times j \quad j \times i$とするしかないので感覚的にも一致する。

ブロック分割

0が固まってる場合は列ベクトルでブロック分割すると結構綺麗めになる。$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \cr a_{21} & a_{22} & a_{13} \cr a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x_{1} & x_{2} & x_{3} \cr \end{pmatrix}$

のように列ベクトルでブロック分割を行う。例えばこの分割を用いると

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \cr a_{21} & a_{22} & a_{13} \cr a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} λ_{1} & 0 & 0 \cr 0 & λ_2 & 0 \cr 0 & 0 & λ_{3} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} λ_{1}x_{1} & λ_2x_{2} & λ_3x_{3} \cr \end{pmatrix}$

のように簡単に表せたり

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \cr a_{21} & a_{22} & a_{13} \cr a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} λ_{1} & 1 & 0 \cr 0 & λ_2 & 1 \cr 0 & 0 & λ_{3} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} λ_{1}x_{1} & x_1+λ_2x_{2} & x_2+λ_3x_{3} \cr \end{pmatrix}$ のように表せたりする。