線形代数(メモ)

目次

行列の集合は線形空間

m×n行列の集合$M(m,n)$は線形空間の公理を満たすため線形空間である。次元は$m \times n$次元となる。1つだけ1で他が0の行列がmn個で線形独立な基底が作れる事を考えれば当たり前。

相似な行列

可逆行列(逆行列がある行列)$\mathbf{P}$を用いて

$$\mathbf{B} = \mathbf{P^{-1}AP}$$

の時、$\mathbf{A}, \mathbf{B}$は相似であるといい、**ランク、行列式、固有値、トレース** が等しくなる。固有ベクトルは異なるので注意。固有ベクトルは

$$\mathbf{Av_i} = \lambda_i \mathbf{v_i}$$

より

$$\mathbf{P^{-1}APP^{-1}v_i} = \lambda_i \mathbf{P^{-1}v_i} \rightarrow \mathbf{B}(\mathbf{P^{-1}v_i}) = \lambda_i(\mathbf{P^{-1}v_i})$$

より固有ベクトルは$\mathbf{P^{-1}}$をかけたものとなる。

正方行列

(正則な)正方行列はQR分解が可能。Qは直交行列、Rは上三角行列(対角成分より下が0になる)である。さらにQは$Q = Rot \cdot Mir$に分解できる。ただしRotは回転行列、Mirは左右反転行列である。また、Rは$R = Mag \cdot Skw$に分解出来る。ただしMagは拡大行列、Skwはスキュー行列(長方形を平行四辺形にする)である。よって正方行列は直交基底x、y軸をまずスキュー(平行四辺形)にして拡大して左右反転して回転させる効果がある。めちゃくちゃわかりやすかったサイトはこちら