Лабораторная работа 1 по Теории Автоматов
Дискретная математика

Задания

1. Пусть $A = \{\mu, \zeta, bash\}, B = \{\Lambda, linux, \mu, CPP\}$.
   (a) Распишите $A \times B$;
   (b) распишите $2^{B \setminus A}$;
   (c) распишите $A \times B \times A$;
   (d) распишите $(A \cap B) \times B \times \{baka, 2\}$;

2. (a) Пусть $A = \{$К, Н, Б$\}$, которые обозначают камень, ножницы, бумагу.
   Постройте $A \times A$. А теперь определите бинарное отношение $beats$ на A, которое соответствует игре 'камень, ножницы, бумага'.
   Какими свойстами из рефлексивности, симметричности, транзитивности обладает $beats$?
   (b) Пусть $X = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2^4\}$. Определите бинарное отношение div: $x\ div\ y = true$, если x делится без остатка на y. Явно опишите это бинарное отношение. Какими свойстами из рефлексивности, симметричности, транзитивности обладает div?
   (c) Пусть $\Gamma = \{\alpha, \beta, \gamma\}$. Определите бинарное отношение $\sim$ на множестве 2^{Γ}: $A \sim B$, если $|A| = |B|$. Докажите, что $\sim$ — это отношение эквивалентности.

3. Как уже было сказано на лекции, по определению бесконечное множество **бесконечно счётно**, если все её элементы можно занумеровать натуральными числами ('посчитать').
   Занумеруйте следующие множества (тем самым, докажите, что они счётно бесконечны):
   (a) Все целые числа, оканчивающиеся на цифру 2 или 7;
   (b) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Подсказка: представьте как бесконечную таблицу!
   (c) $\mathbb{Q}$ (множество рациональных чисел). Подсказка: предыдущий пункт поможет.

4. Пусть $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 4$ и $x < 100\}$, $B = \{y \in \mathbb{Q} \mid y = x * x$ для некоторого $x \in \mathbb{N}\}$.
   (a) Распишите $A \cap B$ и $A \setminus B$.
   (b) Является ли $A \cup B$ *счётно бесконечным*? Объясните.
   (c) Является ли 2^B *счётно бесконечным*? Объясните.
   (d) Придумайте бинарное отношение на B, которое симметрично и транизитивно, но не рефлексивно.