1. $T(1) = 1,\ T(n) = T(\frac{n}{2}) + 1$, $T(n) = \Theta(\log n$

$a = 1,\ b = 2,\ f(n) = 1$

$\log_b a = \log_2 1 = 0$

D.h. $f(n) = \Theta(n^{\log_b a}) = \Theta(1)$ und nach Fall 2

$T(n) = \Theta(\log n)$

2. $T(1) = 1,\ T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + n\log n$, $T(n) = \Theta(n \log n)$

$a = 3,\ b = 4,\ f(n) = n \log n$

$\log_b a = \log_4 3$

D.h. $f(n) = n \log n = \Omega(n^{\log_4 3 + \varepsilon})$ für $\varepsilon > 0$

~~Prüfe: $3 \cdot f(\frac{n}{4}) = 8 \cdot \frac{n}{4} \log \frac{n}{4} = 8 \cdot \frac{n}{4} \cdot (\log n - \log 4)$~~

~~$= 2n \cdot (\log n - 2) = 2n \log n - 4n$~~ ~~✗ 3. Fall nicht richtig~~

~~$f(n) = n \log n = O(n^{\log_4 3 + \varepsilon})$ für $\varepsilon > 0$~~

Prüfe: $3 \cdot f(\frac{n}{4}) = 3 \cdot \frac{n}{4} \log \frac{n}{4} = \frac{3n}{4}(\log n - \log 4) = \frac{3n}{4}(\log n - 2)$

Vergleich mit $f(n)$:

$$\frac{\frac{3n}{4}(\log - 2)}{n \log n} = \frac{3}{4}\left(1 - \frac{2}{\log n}\right)$$

$\lim_{n \to \infty} \frac{3}{4}\left(1 - \frac{2}{\log n}\right) = \frac{3}{4} < 1$

$\Rightarrow$ E $c < 1$ ~~für alle $n \geq n_0$~~ für alle $n > n_0$

und nach Fall 3 $\Rightarrow T(n) = \Theta(n \log n)$

3. $T(1) = 1,\ T(n) = 7T(\frac{n}{2}) + n^2$, $T(n) = \Theta(n^{2,81})$

$a = 7,\ b = 2,\ f(n) = n^2$

$\log_2 7 \approx 2,81$

D.h. $f(n) = n^2 = O(n^{\log_2 7 - \varepsilon})$ für $\varepsilon > 0$, z.B. 0,8

und nach Fall 1

$T(n) = \Theta(n^{2,81})$